



# ÉTUDE DES STRUCTURES PÉRIODIQUES PLANAIRES ET CONFORMES ASSOCIÉES AUX ANTENNES. APPLICATION AUX COMMUNICATIONS MOBILES

Halim Boutayeb

## ► To cite this version:

Halim Boutayeb. ÉTUDE DES STRUCTURES PÉRIODIQUES PLANAIRES ET CONFORMES ASSOCIÉES AUX ANTENNES. APPLICATION AUX COMMUNICATIONS MOBILES. Mathématiques [math]. Université Rennes 1, 2003. Français. NNT : . tel-00133820

**HAL Id: tel-00133820**

**<https://theses.hal.science/tel-00133820>**

Submitted on 27 Feb 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'Ordre : 2942

## THÈSE

présentée

DEVANT L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

pour obtenir

le grade de : **DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1**

**Mention** : Traitement du Signal et Télécommunication

PAR

**Halim BOUTAYEB**

**Équipe d'accueil :** IETR, Groupe Antennes et Hyperfréquences UMR  
CNRS 6164, Campus de Beaulieu  
**École Doctorale :** Matisse  
**Composante universitaire :** Structure et propriété de la matière

### ÉTUDE DES STRUCTURES PÉRIODIQUES PLANAIRES ET CONFORMES ASSOCIÉES AUX ANTENNES. APPLICATION AUX COMMUNICATIONS MOBILES.

Soutenue le vendredi 12 décembre 2003 devant la Commission d'examen

#### COMPOSITION DU JURY :

<b>M. D. LIPPENS</b>	Professeur à l'Université de Lille, IEMN	Rapporteur
<b>M. A. De LUSTRAC</b>	Professeur à l'Université de Paris Sud, IEF	Rapporteur
<b>M. K. MAHDJOUBI</b>	Professeur à l'Université de Rennes 1, IETR	Directeur de thèse
<b>Mme. A.C. TAROT</b>	Maître de conférence à l'Université de Rennes 1, IETR	Co-encadrant
<b>M. G. TAYEB</b>	Professeur à l'Université de Marseille, Institut Fresnel	Examineur
<b>M. T. MONEDIÈRE</b>	Professeur à l'Université de Limoge, IRCOM	Examineur
<b>M. J.P. BLOT</b>	Ingénieur, France Télécom R&D	Membre invité

---

---

*À mon Père*  
*À ma Mère*



---

---

*The important thing in science is not so much to obtain new facts as to discover new ways of thinking about them.*

**Sir William Lawrence Bragg**

---

---

**J**e suis heureux de pouvoir exprimer ici mes remerciements très sincères à Monsieur le Professeur Kouroch MAHDJOUBI qui m’a reçu chaleureusement et qui m’a beaucoup encouragé et conseillé au cours de cette étude. Ces longues heures de discussions et de réflexions passées en sa présence m’ont été très instructives et furent un enrichissement tant humain que professionnel.

Que Madame Anne-Claude TAROT, Maître de Conférence à l’Université de Rennes 1, et co-encadrant de ce travail, trouve toute ma reconnaissance pour l’aide et le soutien constant qu’elle m’a prodigués durant ces trois années. Egalement mon tuteur lors mon monitorat, Anne-Claude m’a beaucoup appris aussi bien sur le métier de chercheur que celui d’enseignant.

Je remercie Messieurs les Professeurs André de LUSTRAC et Didier LIPPENS qui ont accepté d’examiner ce travail et ont bien voulu faire parti de mon Jury de thèse. J’ai eu le plaisir et l’honneur de travailler à nouveau (après un stage effectué lors de mon DUT à Ville d’Avray) avec le Professeur André de LUSTRAC. J’aimerais ajouter que les crayons que Monsieur de LUSTRAC m’a prêtés lors de la soutenance, m’ont été d’un grand secours.

Je remercie Monsieur le Professeur Thierry MONEDIÈRE, qui m’a fait l’honneur d’être président du Jury.

J’exprime à Monsieur le Professeur Gérard TAYEB, membre du Jury, ma reconnaissance pour avoir bien voulu s’intéresser à cette étude.

Je remercie Monsieur Jean-Pierre BLOT, ingénieur à France Télécom R&D, pour l’intérêt qu’il a porté sur mon travail qui se manifestait par les nombreuses questions qu’il me posait au sujet de ma thèse et plus particulièrement ce qui concernait le projet RNRT.

Que tous les chercheurs du laboratoire IETR, en particulier Yoann LETESTU, Divitha SEETHARAMDOO, Sylvain COLLARDEY, Loïc LEGARREC et Elisabeth FONSECA soient remerciés pour leur bonne humeur et leur soutien permanent. J’espère que Yoann continuera à chercher pourquoi une antenne rayonne. Toute ma reconnaissance va à tous les membres de l’IETR, permanents ou non, qui ont su m’entourer et m’encourager généreusement.

Je tiens à remercier l’ensemble du personnel du laboratoire et plus particulièrement Madame Joëlle DROUET et Monsieur Gérard ROBIN pour leur disponibilité et l’habileté dont ils ont su faire preuve. Je n’oublierai jamais les bonnes relations que j’ai eues avec Joëlle.

Enfin, je voudrais exprimer toute ma gratitude à ma famille et à mes amis qui ont partagé les moments de difficultés et de joies. Que mon père et ma mère trouvent dans mon travail le fruit de leur éducation, de leur dévouement et de leurs sacrifices. Une fois encore, je leur dis : mille mercis !

---

---

# TABLE DES MATIERES

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>13</b>
<b>CHAPITRE I : Généralités et définition du contexte de l'étude .....</b>	<b>17</b>
<b>I.1 Introduction .....</b>	<b>17</b>
<b>I.2 Bref historique .....</b>	<b>17</b>
I.2.1 <i>Propagation d'une onde dans une structure périodique.....</i>	<i>17</i>
I.2.2 <i>Evolution dans les domaines de l'optique et de la physique des solides .....</i>	<i>19</i>
I.2.3 <i>Evolution dans le domaine des micro-ondes et des antennes .....</i>	<i>22</i>
I.2.4 <i>Sur l'utilisation du terme "Matériau à Bande Interdite Photonique" dans le</i> <i>domaine des micro-ondes.....</i>	<i>28</i>
I.2.5 <i>Les métamatériaux .....</i>	<i>29</i>
<b>I.3 Applications des structures périodiques en antennes .....</b>	<b>31</b>
I.3.1 <i>Antennes directives.....</i>	<i>31</i>
I.3.2 <i>Structures périodiques cylindriques.....</i>	<i>35</i>
I.3.3 <i>Faisceau contrôlable.....</i>	<i>36</i>
<b>I.4 Conclusion.....</b>	<b>38</b>
<b>CHAPITRE II : Caractérisation et analyse des surfaces périodiques planaires</b> <b>par des méthodes numériques et analytique/numérique.....</b>	<b>41</b>
<b>II.1 Introduction .....</b>	<b>41</b>
<b>II.2 Généralités .....</b>	<b>41</b>
<b>II.3 Etude avec la FDTD .....</b>	<b>43</b>
II.3.1 <i>Détermination de la distance <math>L_2</math> minimale.....</i>	<i>44</i>
II.3.2 <i>Effet de la finitude des dimensions de la surface périodique.....</i>	<i>48</i>
II.3.3 <i>Condition d'absence de lobe de réseau.....</i>	<i>49</i>
II.3.4 <i>Etude paramétrique d'une rangée infinie de tiges métalliques continues .....</i>	<i>51</i>
II.3.5 <i>Etude paramétrique d'une rangée infinie de tiges métalliques discontinues.....</i>	<i>53</i>
<b>II.4 Calcul analytique/numérique simple pour les tiges continues .....</b>	<b>55</b>
<b>II.5 Mesure.....</b>	<b>60</b>
<b>II.6 Modèle de circuit .....</b>	<b>61</b>
II.6.1 <i>Cas général .....</i>	<i>62</i>
II.6.2 <i>Diamètre des tiges faible (<math>a/P_t &lt; 10\%</math>).....</i>	<i>65</i>
<b>II.7 Conclusion.....</b>	<b>65</b>
<b>CHAPITRE III : Structures périodiques planaires multicouches.....</b>	<b>67</b>

---

<b>III.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>67</b>
<b>III.2</b>	<b>Méthode de l'interféromètre de Fabry-Pérot .....</b>	<b>67</b>
III.2.1	<i>Source à l'extérieur de la cavité Fabry-Pérot ou de la structure multicouche.....</i>	<i>68</i>
III.2.2	<i>Source à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot.....</i>	<i>80</i>
<b>III.3</b>	<b>Effet du nombre de couches pour une structure à finitude transversale.....</b>	<b>87</b>
<b>III.4</b>	<b>Mesures .....</b>	<b>87</b>
<b>III.5</b>	<b>Modèle de ligne de transmission .....</b>	<b>88</b>
III.5.1	<i>Cas général .....</i>	<i>89</i>
III.5.2	<i>Diamètre des tiges faible (<math>a/P_1 &lt; 10\%</math>).....</i>	<i>90</i>
<b>III.6</b>	<b>Diagramme de dispersion .....</b>	<b>92</b>
III.6.1	<i>Diagramme de dispersion 1-D .....</i>	<i>92</i>
III.6.2	<i>Diagramme de dispersion 2-D .....</i>	<i>107</i>
<b>III.7</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>109</b>
 <b>CHAPITRE IV : Structures périodiques planaires appliquées aux antennes ....</b>		<b>111</b>
<b>IV.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>111</b>
<b>IV.2</b>	<b>Augmentation de la directivité avec une cavité Fabry-Pérot .....</b>	<b>112</b>
IV.2.1	<i>Structure infinie : diagramme de rayonnement, ouverture angulaire et directivité .....</i>	<i>112</i>
IV.2.2	<i>Structure finie : longueur minimale pour la directivité maximale.....</i>	<i>121</i>
IV.2.3	<i>Nouvelle méthode de calcul du diagramme de rayonnement.....</i>	<i>123</i>
IV.2.4	<i>Effet de la dépendance angulaire de <math>(r, t)</math>.....</i>	<i>125</i>
<b>IV.3</b>	<b>Augmentation de la directivité avec plusieurs cavités .....</b>	<b>129</b>
IV.3.1	<i>Effet de la maille .....</i>	<i>130</i>
IV.3.2	<i>Effet de <math>P_1</math> à fréquence de résonance constante .....</i>	<i>132</i>
IV.3.3	<i>Impédance vue par la source omnidirectionnelle .....</i>	<i>137</i>
IV.3.4	<i>Excitation par monopôle .....</i>	<i>140</i>
IV.3.5	<i>Cas avec un réflecteur.....</i>	<i>146</i>
IV.3.6	<i>Source dans un milieu ultra-réfractif.....</i>	<i>148</i>
<b>IV.4</b>	<b>Filtrage angulaire et faisceau multiple .....</b>	<b>150</b>
IV.4.1	<i>Source à l'extérieur.....</i>	<i>150</i>
IV.4.2	<i>Source à l'intérieur .....</i>	<i>155</i>
IV.4.3	<i>Balayage fréquentiel de faisceau .....</i>	<i>160</i>
<b>IV.5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>162</b>
 <b>CHAPITRE V : Structures périodiques planaires : unification des études des dépendances angulaire et fréquentielle .....</b>		<b>165</b>
<b>V.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>165</b>

---

---

<b>V.2</b>	<b>Structure à une couche de part et d'autre de la source .....</b>	<b>165</b>
V.2.1	<i>Formule générale.....</i>	<i>165</i>
V.2.2	<i>Passage au domaine des fréquences .....</i>	<i>167</i>
V.2.3	<i>Passage au domaine spatial (angle <math>\theta</math>) .....</i>	<i>169</i>
V.2.4	<i>Calcul de l'ouverture angulaire pour toutes les fréquences .....</i>	<i>172</i>
V.2.5	<i>Discussion sur la diminution de l'ouverture angulaire avec la même bande passante en fréquence .....</i>	<i>179</i>
<b>V.3</b>	<b>Structures multicouches .....</b>	<b>180</b>
V.3.1	<i>Excitation externe.....</i>	<i>180</i>
V.3.2	<i>Excitation interne.....</i>	<i>184</i>
<b>V.4</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>186</b>
<b>CHAPITRE VI : Etude des structures périodiques cylindriques.....</b>		<b>189</b>
<b>VI.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>189</b>
<b>VI.2</b>	<b>Caractérisation d'une seule couche .....</b>	<b>189</b>
VI.2.1	<i>Calcul analytique/numérique simple des coefficients totaux (tiges de diamètre faible) .....</i>	<i>191</i>
VI.2.2	<i>Extraction des coefficients de transmission et de réflexion de la surface cylindrique .....</i>	<i>194</i>
VI.2.3	<i>Etude paramétrique.....</i>	<i>197</i>
<b>VI.3</b>	<b>Etude des structures multicouches .....</b>	<b>199</b>
<b>VI.4</b>	<b>Influence des défauts sur le diagramme de rayonnement .....</b>	<b>203</b>
VI.4.1	<i>Variation du nombre de couches.....</i>	<i>204</i>
VI.4.2	<i>Variation de la période transversale.....</i>	<i>219</i>
VI.4.3	<i>Mesure.....</i>	<i>221</i>
<b>VI.5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>223</b>
<b>CHAPITRE VII : Structures périodiques cylindriques appliquées aux antennes ..</b>		<b>225</b>
<b>VII.1</b>	<b>Introduction .....</b>	<b>225</b>
<b>VII.2</b>	<b>Diversité de faisceau (source décentrée).....</b>	<b>225</b>
<b>VII.3</b>	<b>Application UMTS .....</b>	<b>227</b>
<b>VII.4</b>	<b>Projet RNRT : "Réalisation d'un matériau à BIP multibande actif, pour les fréquences correspondant aux bandes occupées par le GSM et l'UMTS" .....</b>	<b>230</b>
VII.4.1	<i>Présentation du projet RNRT.....</i>	<i>230</i>
VII.4.2	<i>Choix de l'antenne .....</i>	<i>231</i>
VII.4.3	<i>Monopôle et structure cylindrique mono-couche (premier prototype).....</i>	<i>233</i>
VII.4.4	<i>Monopôle à l'intérieur d'une structure cylindrique multicouche.....</i>	<i>240</i>
<b>VII.5</b>	<b>Conclusion.....</b>	<b>245</b>

---



---

<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVES .....</b>	<b>247</b>
<b>Annexe A : Théorème de Floquet-Bloch et diagramme de dispersion.....</b>	<b>251</b>
<b>Annexe B : Etude d'une source dans une cavité Fabry-Pérot avec la théorie des ondes de fuites .....</b>	<b>255</b>
<b>Annexe C : Source dans un milieu ultra-réfractif, calcul du lien entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité .....</b>	<b>259</b>
<b>REFERENCES .....</b>	<b>263</b>

# INTRODUCTION GENERALE

---

**D**epuis une dizaine d'années, de nouvelles structures périodiques ont été proposées

pour améliorer les performances des antennes. Ces structures peuvent trouver de nombreuses applications telles que dans les réseaux locaux sans fil WLAN ou la communication par satellites qui deviennent très exigeant en terme de gain d'antenne.

A l'IETR, deux thèses ont été soutenues récemment sur l'association des antennes et des structures périodiques utilisant des matériaux à Bande Interdite Photonique (BIP) [33][34].

Notre travail peut être divisé en deux parties distinctes : la première porte sur les structures périodiques planaires et la deuxième sur les structures périodiques cylindriques. Si ces dernières sont totalement nouvelles et sont étudiées pour la première fois ici, les premières sont bien connues et nombreux sont les travaux de recherche menés sur leurs études et leurs applications.

Ce qui distingue notre travail de ceux de la littérature est le fait que nous avons développé un outil simple mais efficace qui nous permet de formaliser les phénomènes de base rencontrés dans les structures périodiques planaires. Elle nous a permis d'analyser de façon approfondie et quantitative les propriétés et les caractéristiques des antennes associées à ces structures.

La deuxième partie s'inscrit dans le cadre d'un projet RNRT (Réseau National de Recherche en Télécommunications), en collaboration avec France Télécom, l'IEF (Université de Paris Sud) et la société ADVENTEN. L'objectif est d'étudier et de réaliser de nouvelles structures périodiques conformes afin d'obtenir une antenne pour station de base. Cette antenne doit pouvoir créer un faisceau contrôlable (en ouverture angulaire), tournant sur  $360^\circ$ , avec une commande par tension continue.

Dans un premier temps il s'agit d'étudier les structures périodiques planaires en cherchant à mieux comprendre leurs caractéristiques, afin de passer ensuite aux structures périodiques cylindriques. Pour mener à bien cette étude, en plus des outils numériques (FDTD), nous avons privilégié l'utilisation de modèles analytiques. Les modèles analytiques, malgré leur caractère approché parfois, jouent un rôle essentiel en physique et permettent de comprendre certains phénomènes physiques.

Au cours de notre étude, nous avons cherché à répondre à différentes questions telles que celles-ci :

- Quelles sont les conditions à respecter pour obtenir une caractérisation correcte d'une structure périodique ?
- Quel est l'effet de la finitude ? Quel est la dimension minimale de la structure permettant d'obtenir des caractéristiques suffisamment proches des caractéristiques de la structure infinie ?
- Comment prévoir les caractéristiques d'une structure multicouche connaissant les caractéristiques d'une seule couche ?
- Comment se comporte la structure périodique lorsqu'elle est excitée par une source se trouvant en son sein ?
- Comment obtenir une antenne *directive* et *adaptée* avec une structure périodique planaire ou cylindrique ? Quelle est la meilleure géométrie ? Comment se comporte l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence ?

Ce mémoire de thèse se divise en sept chapitres :

Dans le premier, nous présentons un bref historique sur l'étude de la propagation des ondes dans les structures périodiques. Nous donnons ensuite un état de l'art non exhaustif sur les antennes utilisant des structures périodiques comme éléments parasites. Nous nous sommes limités aux applications qui sont traitées plus loin dans ce mémoire.

Dans le chapitre II, nous analysons les surfaces périodiques planaires ou Surfaces Sélectives en Fréquences (SSF, en anglais Frequency Selective Surfaces, FSS) composées de tiges métalliques cylindriques continues et discontinues. Après avoir montré comment obtenir une caractérisation correcte (coefficients de transmission et de réflexion) de la structure, nous

montrons l'effet de la finitude géométrique de ses dimensions. Il est présenté également un calcul semi-analytique que nous validons par la mesure. Pour finir, nous donnons un modèle de circuit de la surface périodique dont les paramètres (d'admittance) sont calculés en utilisant les coefficients de transmission et de réflexion.

Le chapitre III est consacré aux structures périodiques planaires multicouches où la surface périodique est répétée pour constituer une structure à  $n$  couche(s). En utilisant le modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot, généralisé pour plusieurs couches, nous donnons les caractéristiques de la structure. Le modèle, validé par la FDTD, permet de prévoir les niveaux de transmission et les lieux des résonances. Un des apports de notre étude est l'application du modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot pour une structure excitée avec une source placée en son sein. Nous montrons que le dépassement de 1 du coefficient de transmission alors obtenu s'explique physiquement par une adaptation de la source idéale. Dans ce chapitre nous utilisons également le modèle de ligne d'une surface périodique pour obtenir l'impédance vue par la source placée au sein de la structure. Le modèle de ligne nous permet également d'étudier l'équation de dispersion de la structure périodique infinie. On étudie le comportement des structures à tiges continues et discontinues et on montre comment obtenir la dualité des bandes interdites et propagées avec ces deux structures.

Le chapitre IV concerne l'étude de l'association des structures périodiques planaires avec les antennes dans le but d'améliorer leurs performances. On montre comment cette structure permet de contrôler le diagramme de rayonnement de l'antenne en augmentant sa directivité, en créant des faisceaux multiples ou en faisant du balayage de faisceau. Pour le problème concernant la directivité, on donne une quantification de l'ouverture angulaire (à la résonance) en fonction du facteur de qualité de la structure. Nous montrons, comment adapter l'antenne insérée dans la structure.

Dans le chapitre V, nous présentons une nouvelle méthode basée sur les réseaux d'antennes pour étudier d'une manière générale les antennes composées d'une structure périodique planaire et d'une source placée en son sein. Elle nous permet, entre autre, d'obtenir l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence pour la cavité Fabry-Pérot simple.

Le chapitre VI présente une étude des structures cylindriques périodiques angulairement et des structures avec une périodicité radiale. Nous montrons comment obtenir les

caractéristiques (coefficient de transmission et de réflexion) d'une Surface Sélective en Fréquence cylindrique. Nous étudions les effets des paramètres de la structure cylindrique sur ses caractéristiques radioélectriques. L'étude se poursuit avec la structure périodique cylindrique multicouche. On étudie également l'insertion de défaut dans la structure pour augmenter la directivité d'une antenne qui serait placée en son centre.

Le chapitre VII, enfin, présente deux applications dans le domaine des antennes de ces nouvelles structures périodiques cylindriques.

La première application concerne la diversité de faisceau obtenue en décentrant la source. La diversité de faisceau permet de limiter le problème du fading de Rayleigh, en créant des diagrammes de rayonnement non corrélés.

La seconde, application principale de la thèse, est la réalisation d'une antenne pour station de base GSM-UMTS dans le cadre d'un projet RNRT avec France Télécom. Ce projet est une collaboration entre l'IETR, l'IEF de l'Université d'Orsay et la société ADVENTEN. L'antenne réalisée doit permettre de créer un faisceau directif contrôlable pouvant tourner sur  $360^\circ$  à l'aide d'une seule source hyperfréquence et d'une commande par tension continue.

Nous avons étudié, séparément, une structure périodique cylindrique et une antenne monopôle épais. Nous avons, ensuite, placé le monopôle dans la structure cylindrique. Notre étude nous permet d'obtenir une structure répondant au cahier des charges qui nous a été fixé.

Il est à noter que, pour garder une homogénéité, nous avons volontairement omis de mettre dans ce mémoire des développements en FDTD, entrepris au cours de la thèse (CPFDTD [92], source magnétique, incidence oblique).

# CHAPITRE I :

## Généralités et définition du contexte de l'étude

---

### I.1 Introduction

Ce chapitre débute par un bref historique sur les structures périodiques et sur leur évolution dans les domaines de l'optique, la physique des solides et des micro-ondes. Les études des structures périodiques dans ces différents domaines sont en effet très liées à cause des outils mathématiques souvent similaires qu'ils utilisent. Ces études sont d'autant plus liées aujourd'hui du fait de l'engouement pour les cristaux photoniques [3].

Un état de l'art sur la réalisation d'antennes directives utilisant des structures périodiques planaires est ensuite présenté. Ce sujet constitue en effet un des points importants de cette thèse. Un deuxième point important de la thèse est la réalisation de faisceau contrôlable. Une petite présentation concerne les travaux antérieurs sur la commutation de faisceau à l'aide d'une commande à tension continue.

Enfin, nous présentons deux structures périodiques cylindriques proposées dans la littérature.

### I.2 Bref historique

#### ***1.2.1 Propagation d'une onde dans une structure périodique***

Que se soit pour le son, l'onde mécanique ou pour l'onde électromagnétique, les structures périodiques sont étudiées depuis longtemps.

Au XVII<sup>ième</sup> siècle, Newton étudiait déjà la propagation d'une onde dans une structure périodique [1]. Il cherchait, en effet, un modèle pour calculer la vitesse du son.

Du XVIII<sup>ième</sup> au XX<sup>ième</sup>, tout en suivant le développement des mathématiques et de la physique, l'étude de la propagation d'une onde dans une structure périodique fut largement

développée en mécanique, optique, électronique, physique des solides et en électromagnétisme. Dans ces différents domaines, les structures périodiques sont connues pour leur caractéristique de filtrage. Le miroir de Bragg, utilisé en optique, est l'exemple le plus connu.

Le théorème de Floquet-Bloch (1883 et 1928, cf. Annexe A) permet la résolution du problème de la propagation dans un milieu périodique en faisant le calcul sur une seule cellule du réseau.

La définition des *zones* par Brillouin (1931) a simplifié l'étude des bandes passantes et des bandes interdites [1]. Brillouin a développé *l'espace réciproque*, le *diagramme de Brillouin* et la *zone de Brillouin* (cf. Annexe A).

En physique des solides, l'étude des cristaux a une part importante. Un grand nombre de solide se cristallisent dans une structure périodique. Les cristaux 3D peuvent être regroupés dans les réseaux de Bravais (Figure I-1).

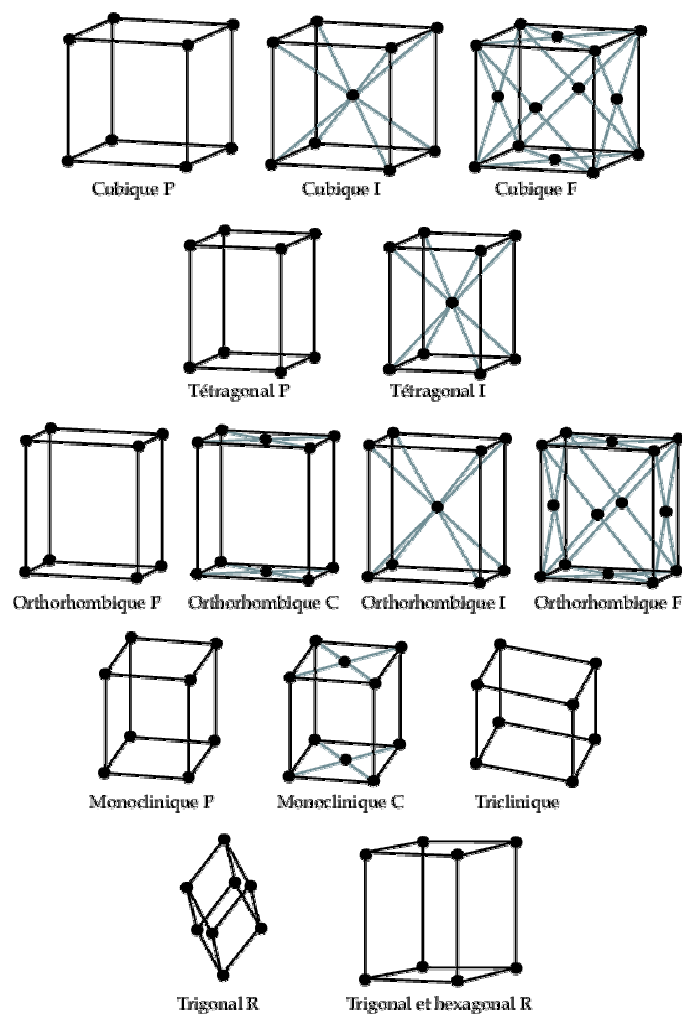


Figure I-1 – Mailles élémentaires des 14 réseaux de Bravais possibles en 3D. D'après Kittel [49].

### I.2.2 Evolution dans les domaines de l'optique et de la physique des solides

Depuis l'invention du LASER en 1958, nous assistons au développement des matériaux optiques permettant *le contrôle de la lumière*. Les *cristaux photoniques* [3] se sont proposés d'élever le principe à un plus haut niveau avec l'utilisation de la relation de dispersion du matériau et des modes associés à la structure pour réaliser des structures permettant le contrôle de la lumière.

La caractéristique le plus souvent utilisée est la bande interdite, bande où la propagation de la lumière dans la structure est interdite, d'où l'appellation *Photonic Band Gap Material* (*Matériau à Bande Interdite Photonique*) pour désigner ces matériaux.

En 1987 [2], Yablonovitch cherche à réduire l'émission spontanée<sup>1</sup> de lumière dans les *lasers à semi-conducteur*, les *cellules solaires* et les *transistors bipolaire à hétéro-jonction*. En effet, l'émission spontanée limite, de manières différentes, les performances de ces trois composants. Des études antérieures (1946 Purcell) avaient montré que l'émission spontanée pouvait être réduite si l'environnement de la source était modifié. Yablonovitch conçoit alors une structure périodique en trois dimensions, la *yablonovite* (Figure I-2). La *yablonovite* permet une *bande interdite complète*, c'est à dire quelles que soient la direction de propagation et la polarisation de l'onde. En 1991, Il réalise sa structure en micro-ondes. Les longueurs d'onde optiques posent, en effet, un défi technologique à surmonter.

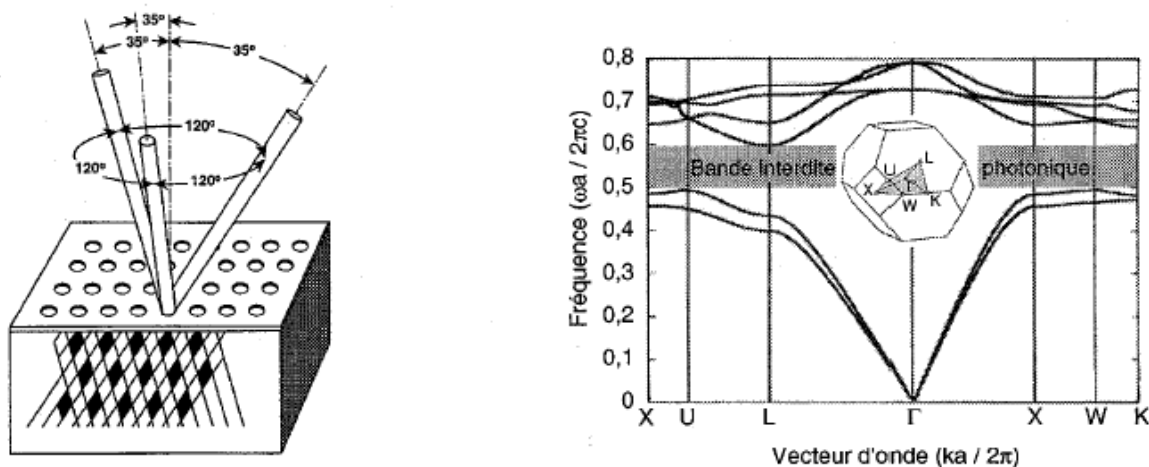


Figure I-2 – La yablonovite : géométrie et diagramme de dispersion. Premier cristal présentant une bande interdite complète que soit la direction de propagation ou la polarisation de l'onde).

<sup>1</sup> Un atome peut émettre un photon par émission spontanée ou par émission stimulée (Einstein 1917). L'émission stimulée constitue le principe du laser. A l'inverse de l'émission stimulée, dans l'émission spontanée la fréquence de l'onde émise ne peut pas être contrôlée.



Différentes techniques de réalisations se développent actuellement [69]. Aucune structure 3D à l'échelle sub-micronique n'a encore été réalisée de nos jours. En revanche des méthodes de fabrication de structure 2D commencent à être maîtrisées (Figure I-3).

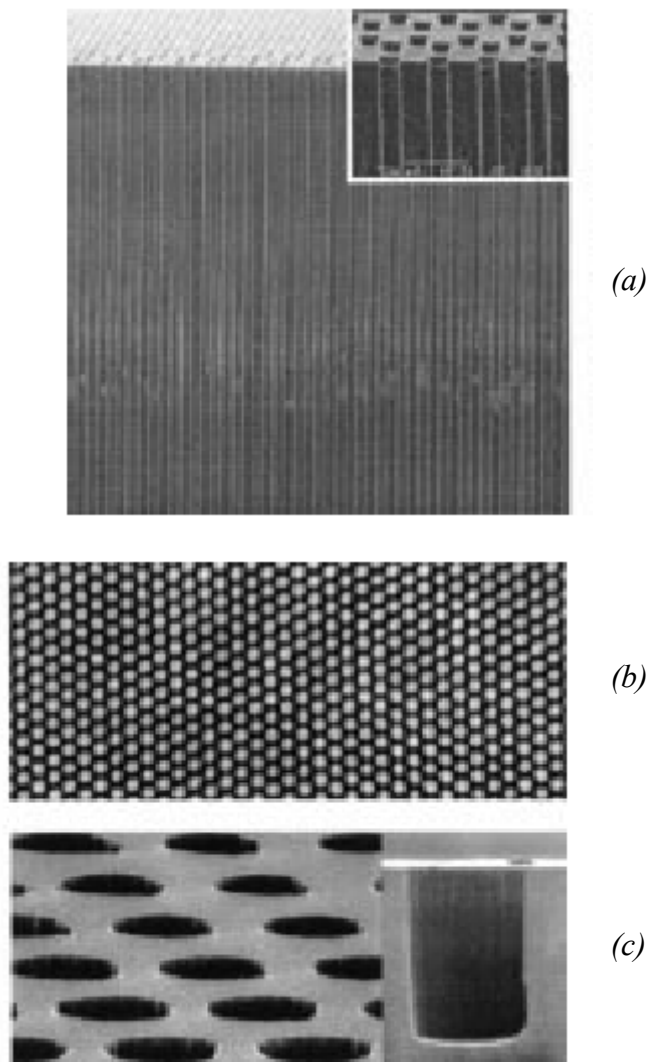


Figure I-3 – (a) : Structure photonique 2D réalisée par gravure photo-électrochimique du silicium. La période du réseau est d'environ  $4\mu\text{m}$  et la bande interdite se situe vers  $10\mu\text{m}$ . Le diamètre des ports et leur profondeur sont de 1 et  $150\mu\text{m}$ , respectivement (A. Tchelakov et al, IEF Orsay.).

(b) : Structure photonique 2D en AsGa, de période  $2.6\mu\text{m}$ , obtenu par gravure ionique réactive.

(c) : Figure interférentielle utilisée pour insoler la résine et réaliser le masque de gravure (V. Berger, Thomson-CST Orsay). D'après [69]

Les cristaux photoniques pourraient remplacer les matériaux semi-conducteurs et permettre la propagation de l'information dans les composants de l'informatique à la vitesse de la lumière (les photons) au lieu de la vitesse des électrons. Ainsi le XXI<sup>ème</sup> siècle est prédit comme étant "l'âge de la lumière" [3].

Des lasers et des fibres optiques utilisant un cristal photonique, ont récemment été proposés pour remplacer les lasers et les fibres optiques classiques [59] [60] (Figure I-4 et Figure I-5).

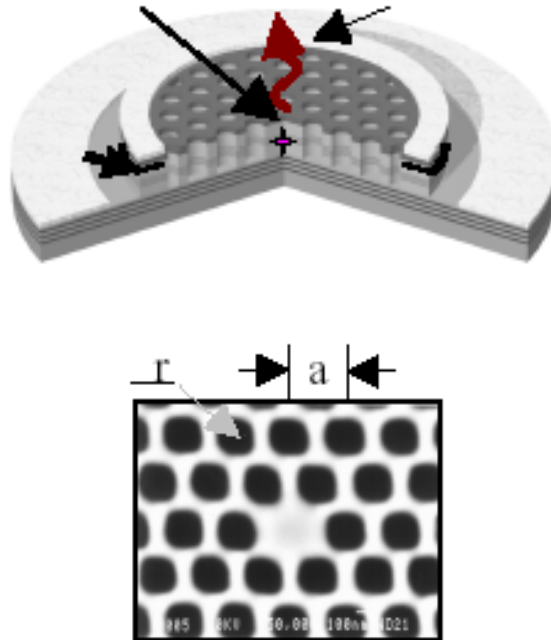


Figure I-4 – Laser à base de cristal photonique à maille triangulaire. D'après Zhou et al. [60].

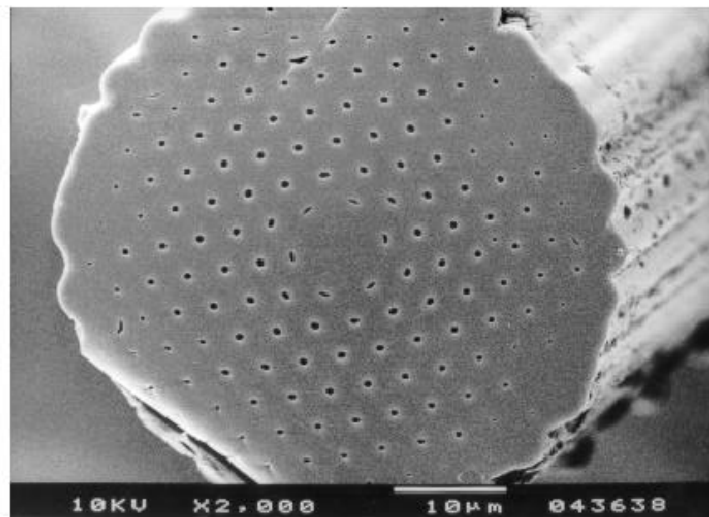


Figure I-5 – Fibre optique à base de cristal photonique à maille triangulaire. D'après A.Diez et al. [76].

Des auteurs ont également proposé des guides d'onde et des diviseurs de puissance à base de cristal photonique (Figure I-6).

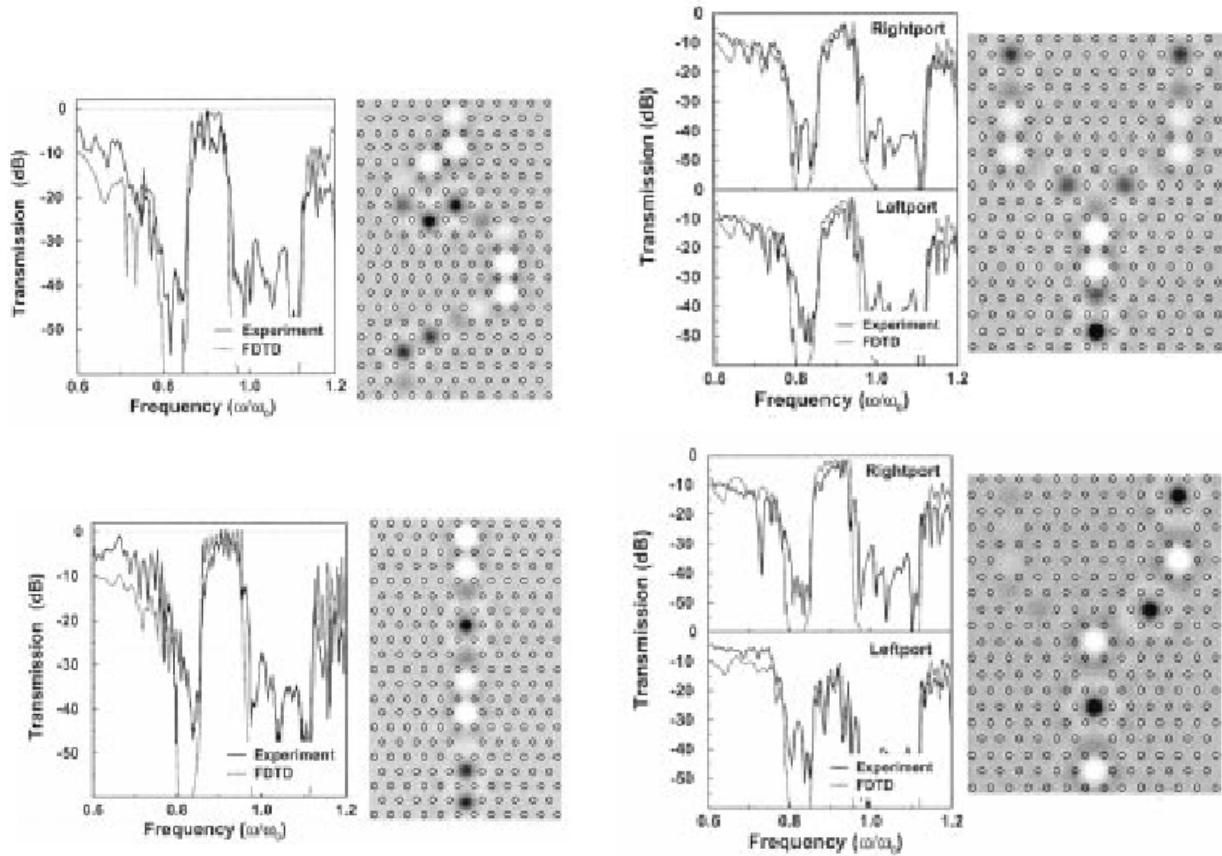


Figure I-6 – Guide d'onde et coupleur à base de cristal photonique. D'après Ozbay et al..[77].

Aujourd'hui, les recherches dans les *cristaux photoniques* regroupent des domaines aussi variés que la physique des solides (semi-conducteurs), la cristallographie (matériaux), les micro-ondes et l'optique.

### 1.2.3 Evolution dans le domaine des micro-ondes et des antennes

Ces dernières années ont vu un important intérêt pour les matériaux et les surfaces périodiques utilisées pour obtenir des caractéristiques pouvant développer les antennes et les composants micro-ondes.

Ces études ont été, pour un grand nombre, stimulés par les travaux de Yablonovitch. Mais l'étude des structures périodiques associées aux antennes n'a pas commencé avec les *cristaux photoniques*.

Le premier texte présentant l'association d'une antenne et d'une structure périodique est un brevet déposé par Marconi et Franklin en 1919 [4]. La structure présentée avait pour but d'améliorer les performances des *télégraphes sans fil*.

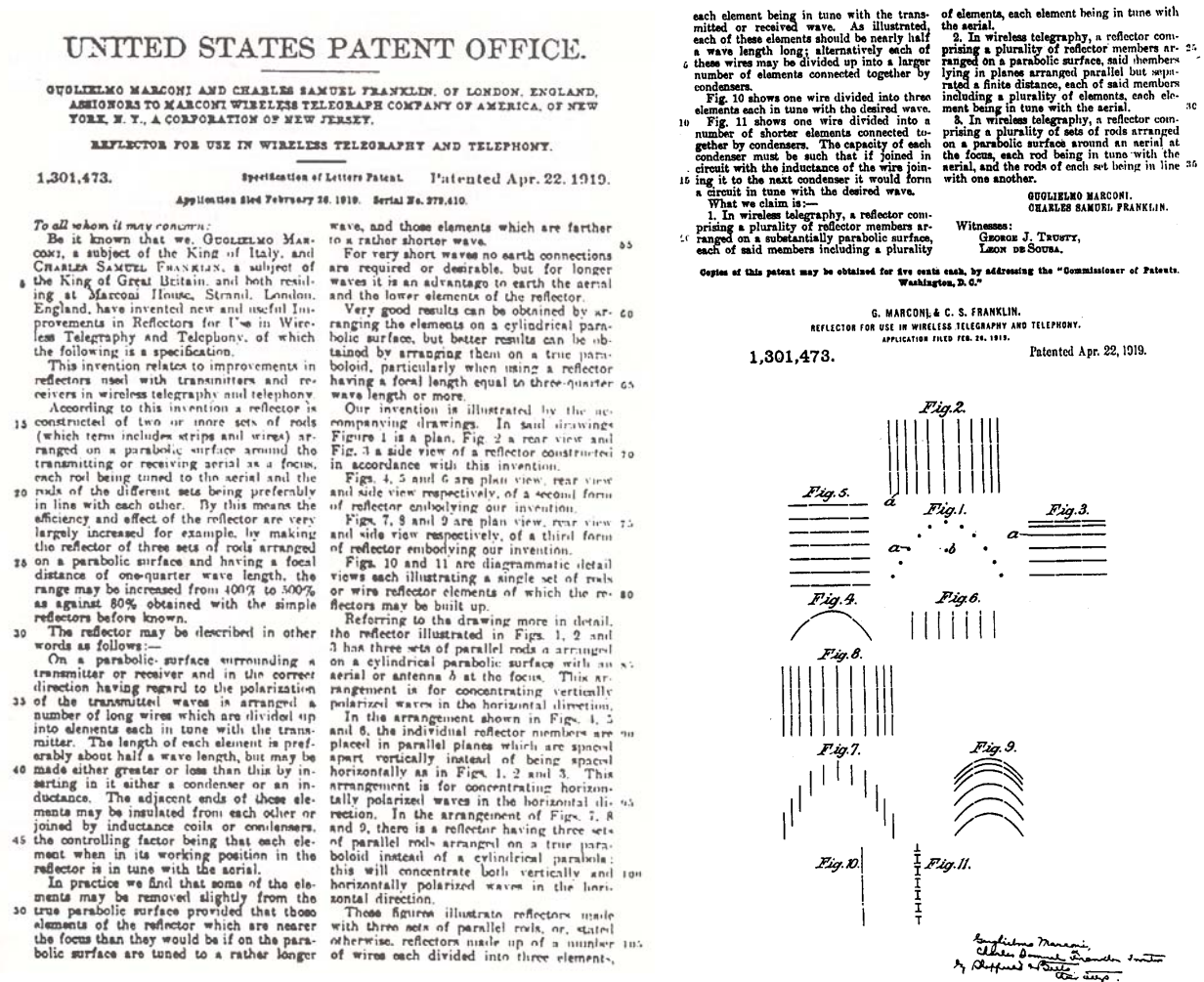


Figure I-7 – Premier article traitant de l'association d'une antenne avec un réseau périodique : Brevet présenté par Marconi et Franklin (1919). D'après [4].

A la fin des années 60, les FSS [4] (Frequency Selective Surfaces, ou SSF : Surfaces Sélectives en Fréquences) dont le premier objectif était de réduire la SER des antennes dans les avions, passent du domaine militaire au domaine public.

Aujourd'hui, les FSS trouvent des applications diverses :

- ❑ radôme,
- ❑ réflecteurs,
- ❑ filtres,
- ❑ absorbants ...

La Figure I-8 donne les motifs élémentaires utilisés généralement dans les FSS et la Figure I-9 présente des exemples d'applications des FSS.

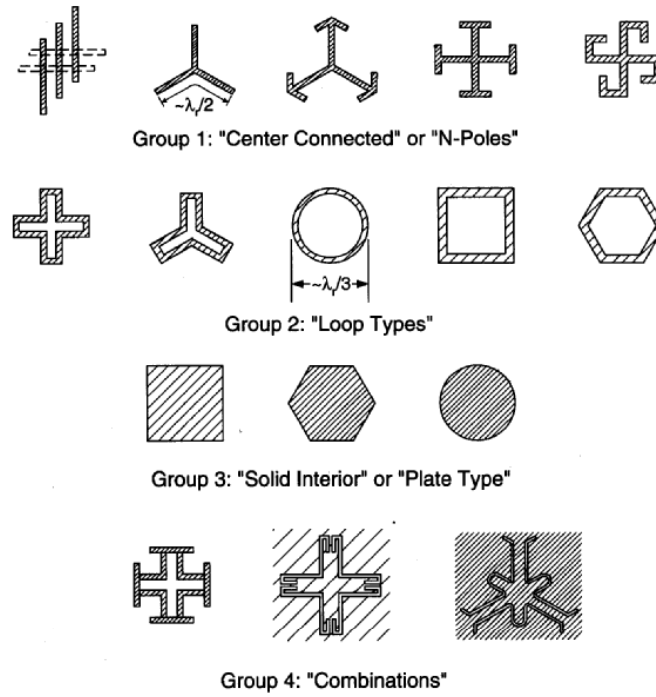
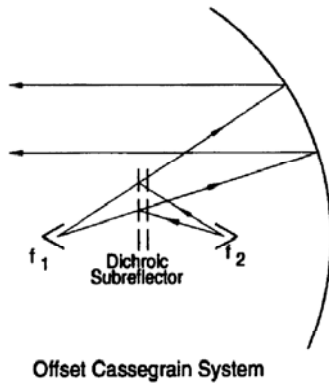
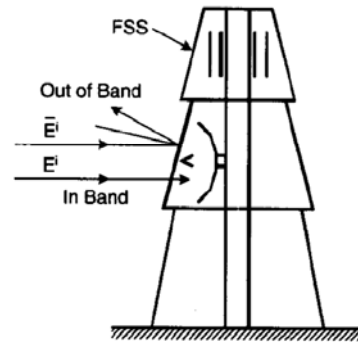


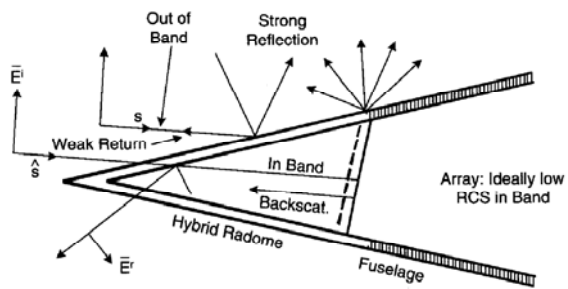
Figure I-8 – Motifs élémentaires pouvant constituer une Surface Sélective en Fréquence. D'après Munk [4].



(a) Antenne Cassegrain



(b) Radôme pour antenne au sol



(c) Radôme pour antenne d'avions.

Figure I-9 – Exemples d'applications des FSS. D'après Munk [4].

Le domaine des micro-ondes et des antennes dispose d'un grand nombre de travaux qui n'ont pas toujours leurs équivalents dans les autres domaines comme l'optique ou la physique des solides. Ses travaux sont, par exemple, les *réseaux d'antennes*, les *antennes Yagi-Uda* [54][55][56][57][58] et les *antennes log-périodiques* [47].

Le principe de l'antenne Yagi-Uda (Figure I-10) est d'ailleurs le même que celui des nouvelles antennes à structures périodiques proposées actuellement (paragraphe I.3.1) : c'est à dire l'utilisation d'une seule source et d'un réseau périodique d'éléments passifs permettant d'augmenter la directivité.

Dans la référence [54], les auteurs font une étude théorique sur la variation uniforme de la constante de propagation afin de réduire les lobes secondaires des antennes Yagi-Uda. Dans [55], l'étude de la vitesse de phase de l'onde de surface permet de rechercher le critère des espacements dans le réseau donnant la plus grande directivité.

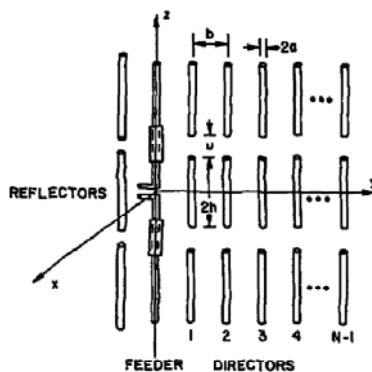


Fig. 1. Three-row Yagi array. Feeder has two phase-reversing sections so that current is approximately in phase everywhere on feeder.

(a)

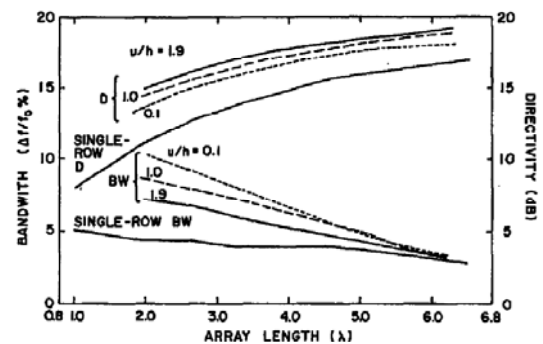


Fig. 2. Bandwidth and directivity versus array length ( $Nb/\lambda$ ) for single-row Yagi array and coupled Yagi arrays with three different separations between arrays ( $a/h = 0.01$ ,  $b/h = 1$ ).

(b)

Figure I-10 – (a) : Exemple d'antenne Yagi-Uda (b) : Caractéristiques en termes de directivité et de bande passante en fonction des dimensions de l'antenne. D'après [58].

La théorie des *ondes de fuite* et la théorie de la *superdirectivité*<sup>2</sup> sont également des théories propres aux antennes et peuvent contribuer aux développements des structures périodiques.

La Figure I-11 donne un exemple d'antenne à ondes de fuite avec le diagramme de dispersion correspondant.

<sup>2</sup> Une antenne superdirective est une antenne dont la directivité est supérieure à la directivité d'une antenne de référence. En générale l'antenne de référence est une antenne (ou un réseau) de même taille avec une distribution uniforme du champ sur sa surface.

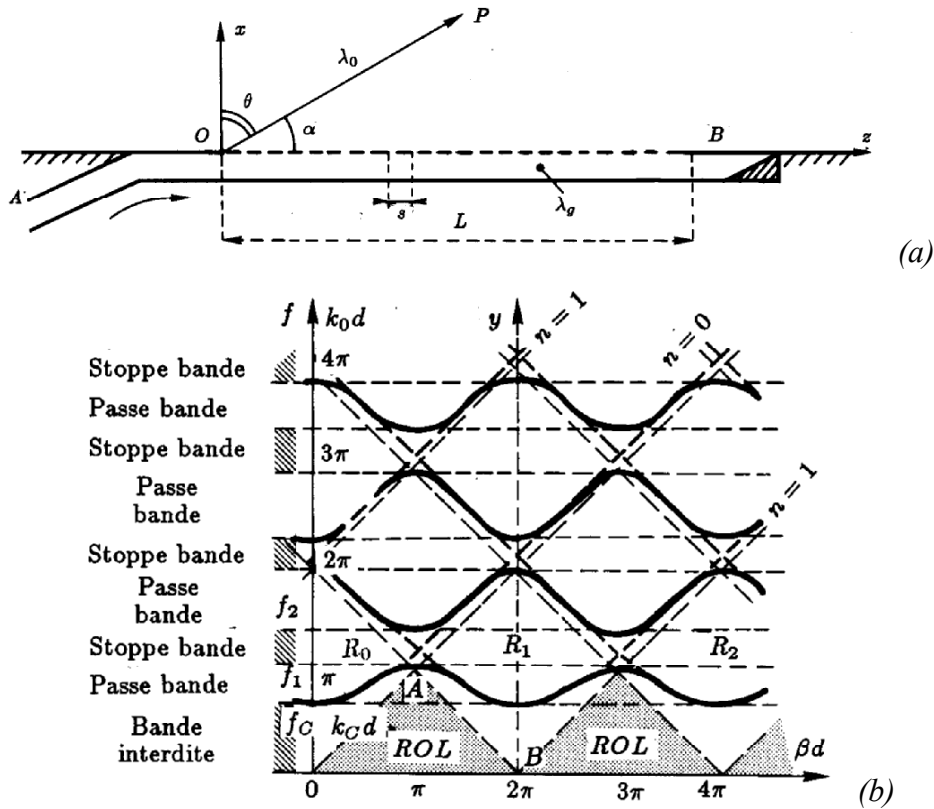


Figure I-11 – (a) : Antenne à ondes de fuite. Guide d'onde qui comporte des ouvertures réparties périodiquement (b) : Diagramme de dispersion correspondant à la structure. D'après [53].

En théorie, la directivité d'une antenne peut être aussi grande que l'on souhaite (C.W. Oseen 1922 [73]). Plusieurs méthodes de synthèse permettent d'obtenir des réseaux super-directifs [71]. Les méthodes de synthèse les plus connues sont celles de Hansen-Woodyard (1938. Variation uniforme de la phase), de Schelkunoff (1943. Placement des zéros à égale distance dans un cercle de rayon unité) et de Dolph-Chebyshev qui permet des lobes secondaires de même niveau.

La superdirectivité conduit à une bande passante faible, à une sensibilité importante à la répartition en amplitude et en phase des excitations et aux positions des antennes et à une réduction drastique du rendement, due à l'augmentation des pertes dans l'arborescence d'alimentation.

Pour remédier à l'augmentation des pertes, les antennes superdirectives avec une seule source sont d'un grand intérêt, car elles permettent de supprimer l'arborescence d'alimentation. Veremey et Mittra ont montré qu'il était possible d'obtenir la superdirectivité avec un réseau d'éléments passifs [72]. La Figure I-12 présente la structure proposée par ces auteurs avec le

diagramme de rayonnement correspondant comparé au diagramme de rayonnement d'un réseau de même taille avec une distribution uniforme du courant.

Il est très probable que les structures superdirectives à l'aide d'une seule source sera un sujet qui continuera à intéresser les chercheurs.

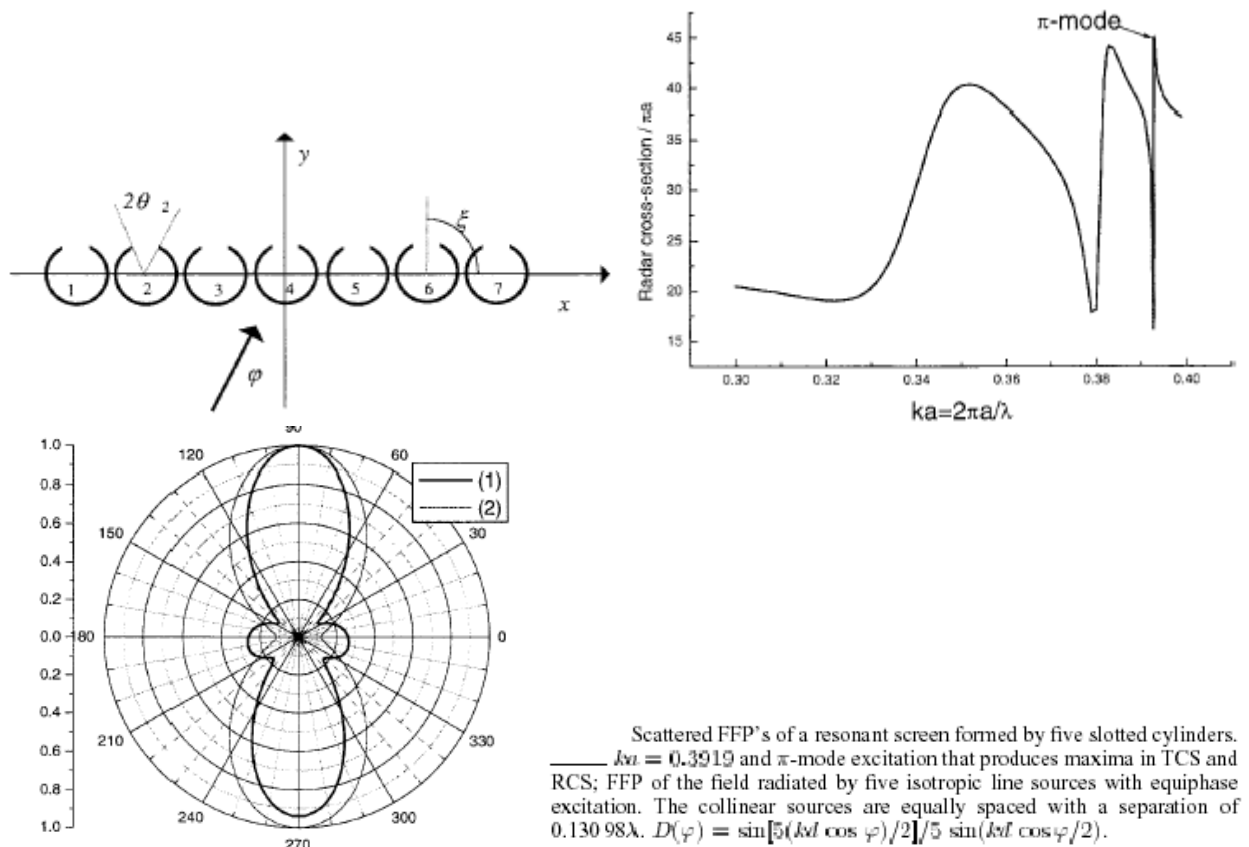


Figure I-12 – Superdirectivité obtenue avec un réseau d'éléments passifs. Géométrie de la structure, SER et diagramme de rayonnement comparé au diagramme d'un réseau de même taille avec une distribution uniforme du courant. D'après Veremey et Mittra [72].

Les Surfaces Haute Impédance (Figure I-13) sont sans doute parmi les premières applications en antennes proposées par la communauté des cristaux photoniques. Une antenne placée dans ce type de structure aura une onde de surface réduite comparée à une antenne avec un plan de masse classique.

Une autre application importante des cristaux photoniques en antenne est la réalisation d'antennes directives. Ce sujet est présenté dans le paragraphe I.3.1.



Different approaches toward high impedance conducting surfaces.

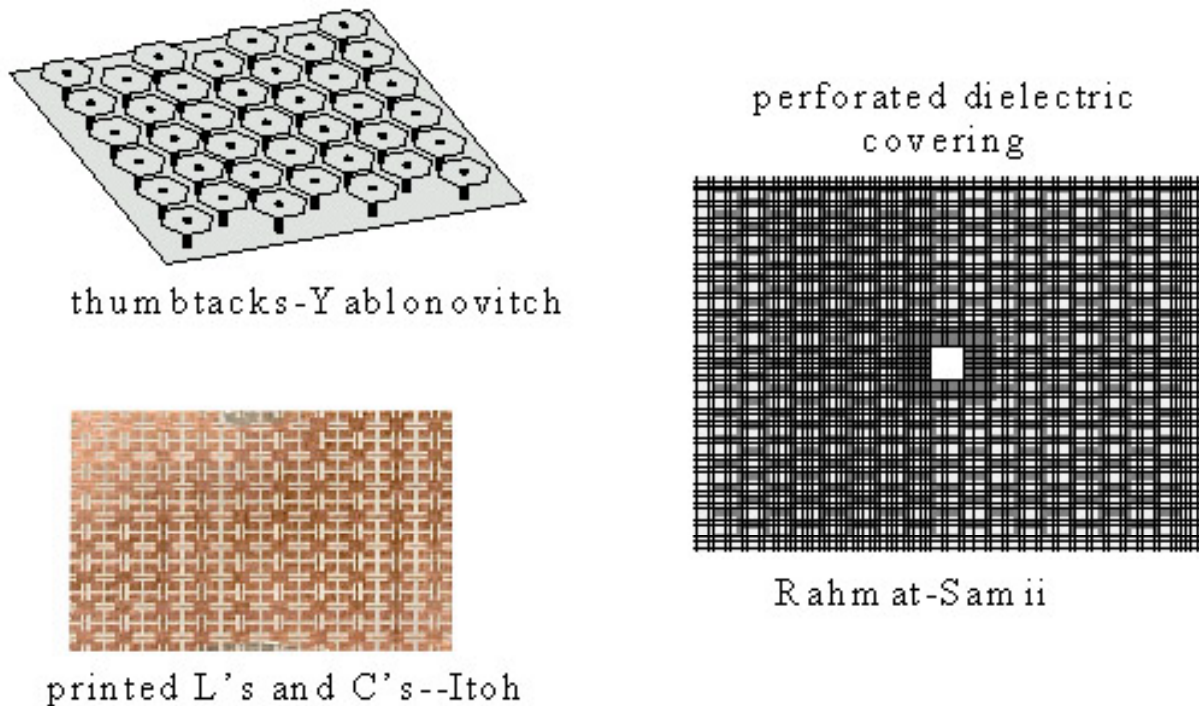


Figure I-13 – Surfaces Haute Impédance proposées dans la Littérature.

#### 1.2.4 Sur l'utilisation du terme "Matériau à Bande Interdite Photonique" dans le domaine des micro-ondes

L'emploi du terme "Matériau à Bande Interdite Photonique" dans le domaine des micro-ondes est-il justifié ? Une discussion sur ce terme et sur l'historique des structures périodiques en micro-ondes est faite dans la référence [5].

Le terme *photonique* est mal approprié et peut prêter à confusion. Dans le domaine des micro-ondes, nous ne sommes pas concernés par la dualité onde/corpuscule de la lumière. Dans les bandes de fréquence de notre étude, l'aspect corpusculaire (le photon) n'apparaît pas. On devrait remplacer *photonique* par *électromagnétique*.

De plus, la mise en évidence des *bandes interdites* d'une structure périodique ne nécessite pas la connaissance des équations de Schrödinger. Il est vrai que, comme cela a été souvent souligné, le phénomène des bandes interdites a lieu de la même manière en électromagnétisme et en physique quantique. Mais l'étude des bandes interdites des structures

périodiques dans le domaine des micro-ondes n'a pas commencé avec la mise en évidence de cette analogie.

En micro-ondes, les différents travaux concernant les matériaux à BIP tendent à généraliser l'utilisation des diagrammes de dispersion pour les structures à deux et trois dimensions (un peu moins en trois dimensions).

Le nom que l'on donne à la structure périodique importe peu. Selon les différentes théories qui se sont développées autour de celle-ci, ce qui compte c'est de tirer une méthode de synthèse pour l'application et le type de structure qui nous concerne.

### **1.2.5 Les métamatériaux**

Les métamatériaux sont des matériaux artificiels, souvent des structures périodiques de période très faible devant la longueur d'onde.

Il présente des propriétés que l'on ne rencontre pas dans la nature. L'ultra-réfraction (indice de réfraction inférieur à 1) et l'indice de réfraction négatif en sont des exemples.

Notre travail ne porte pas véritablement sur les métamatériaux. Cependant, dans la plupart des cas, nous utilisons des structures périodiques de tiges métalliques. Or les propriétés d'ultra-réfraction (permittivité  $0 < \varepsilon < 1$ ) ou de permittivité négative ont été rencontrées pour la première fois dans les structures à tiges métalliques telles que nous utilisons [41]. C'est pourquoi nous avons été naturellement sensibilisés par le sujet.

D'autre part, dans le chapitre III, nous retrouverons la formule  $\varepsilon \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  d'une autre manière que dans la réf. [41]. Cette formule donne la permittivité équivalente d'un milieu composée de tiges métalliques en fonction de la fréquence et des paramètres de la structure.

La relation  $\varepsilon \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$  a été validée par une méthode d'optimisation à partir des coefficients de réflexion et de transmission pour une structure avec plusieurs rangées de tiges métalliques dans la réf. [62].

L'ultra-réfraction a été mise en évidence numériquement dans la réf. [75] (Figure I-14).

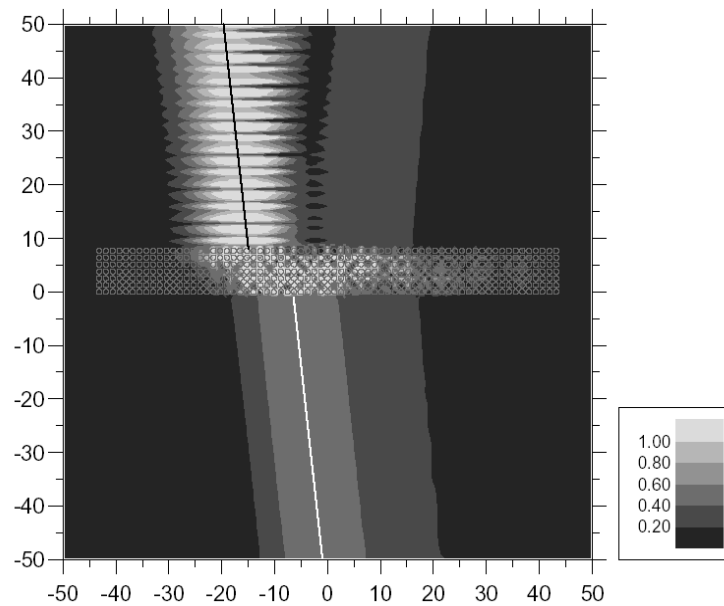


Figure I-14 – Mise en évidence de l'ultra réfraction d'une structure périodique de tiges diélectriques. D'après Enoch et al. [75].

La combinaison d'un milieu à permittivité négative et d'un milieu à perméabilité négative donne lieu à un milieu à indice  $n$  négatif et permet d'exploiter les propriétés prédites par Veselago en 1968 [78]. Dans ce type de matériau, appelé matériau main gauche le trièdre vecteur d'onde  $\vec{k}$  - champ électrique  $\vec{E}$  - champ magnétique  $\vec{H}$  est inversé.

Les conséquences d'un milieu à indice de réfraction négatif sont l'inversement de l'effet Doppler, de la loi de Snell-Descartes et de l'effet Goos-Hänchen<sup>3</sup> [68].

Une application souvent citée en optique, est la réalisation d'une lentille parfaite [19]. En micro-ondes, un nombre considérable de publications récentes est consacré à l'étude et aux applications potentielles de ces matériaux.

Récemment, il y a été montré que la réfraction négative pouvait être obtenue même si le milieu n'a pas un indice de réfraction négatif (Figure I-15) [79].

La réfraction négative a été mise en évidence numériquement dans la réf. [19] (Figure I-16).

<sup>3</sup> Effet Goos-Hänchen : décalage de l'onde transmise ou réfléchie par rapport au lieu prédit par l'optique géométrique.

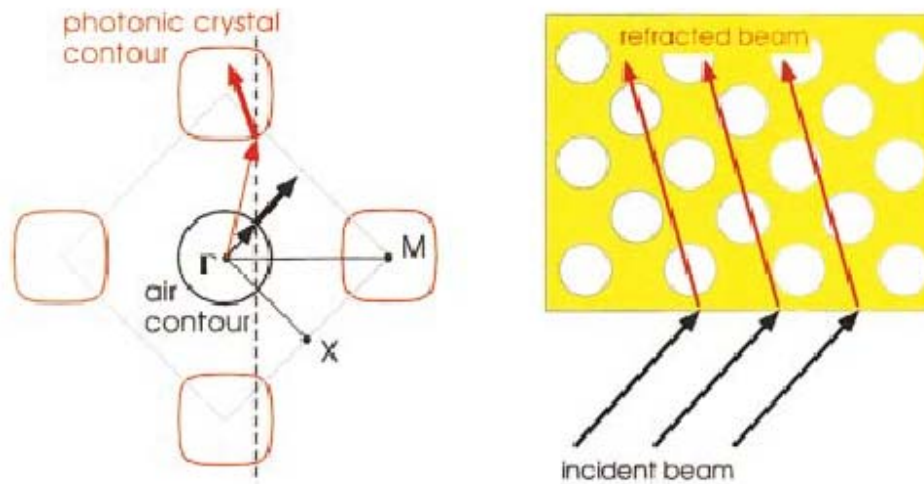


Figure I-15 – Milieu à réfraction négative : détermination de l'angle de réfraction d'après le diagramme de dispersion du cristal à fréquence fixe. D'après Luo et al. [79].

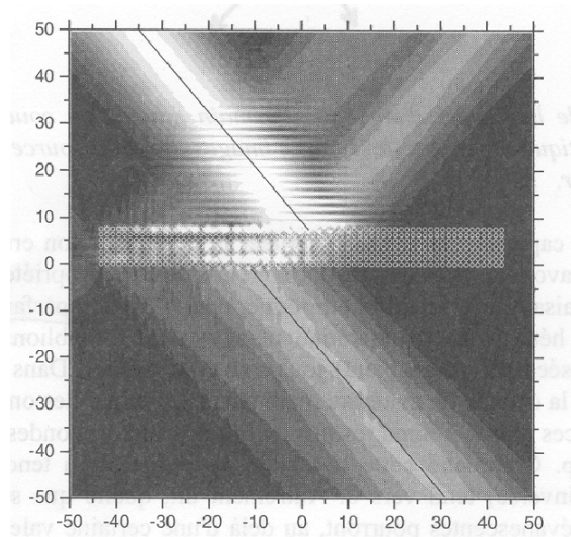


Figure I-16 – Mise en évidence de la réfraction négative avec une structure diélectrique. D'après Gralak et al. [18].

Le sujet des métamatériaux n'entrant pas dans le cadre de cette thèse nous ne développerons pas plus loin l'étude.

### I.3 Applications des structures périodiques en antennes

#### I.3.1 Antennes directives

L'augmentation de la directivité d'une antenne avec une structure périodique est un sujet qui a reçu particulièrement un regain d'intérêt important. **L'objectif est de remplacer les réseaux d'antennes dont le mécanisme d'alimentation conduit à une perte d'efficacité non négligeable.** Le coût peut également être réduit. Ces types d'antennes peuvent trouver de

nombreuses applications telles que dans les réseaux locaux sans fil WLAN ou la réception par satellite.

Le modèle analytique souvent utilisé pour expliquer l'augmentation de la directivité est celui de l'*interféromètre de Fabry-Pérot* (1899) constitué de deux surfaces réfléchissantes planes.

Von Trentini [6] est sans doute parmi les premiers, sinon le premier, à utiliser le modèle de la cavité Fabry-Pérot en 1956 (Figure I-17). L'antenne proposée par Von Trentini est composée d'une antenne à ouverture rayonnante (guide), d'un réflecteur métallique et d'une surface semi-réfléchissante. La même année un brevet est déposé sur le même type d'antenne que celle de Von Trentini (Ortusi et al. [7]).

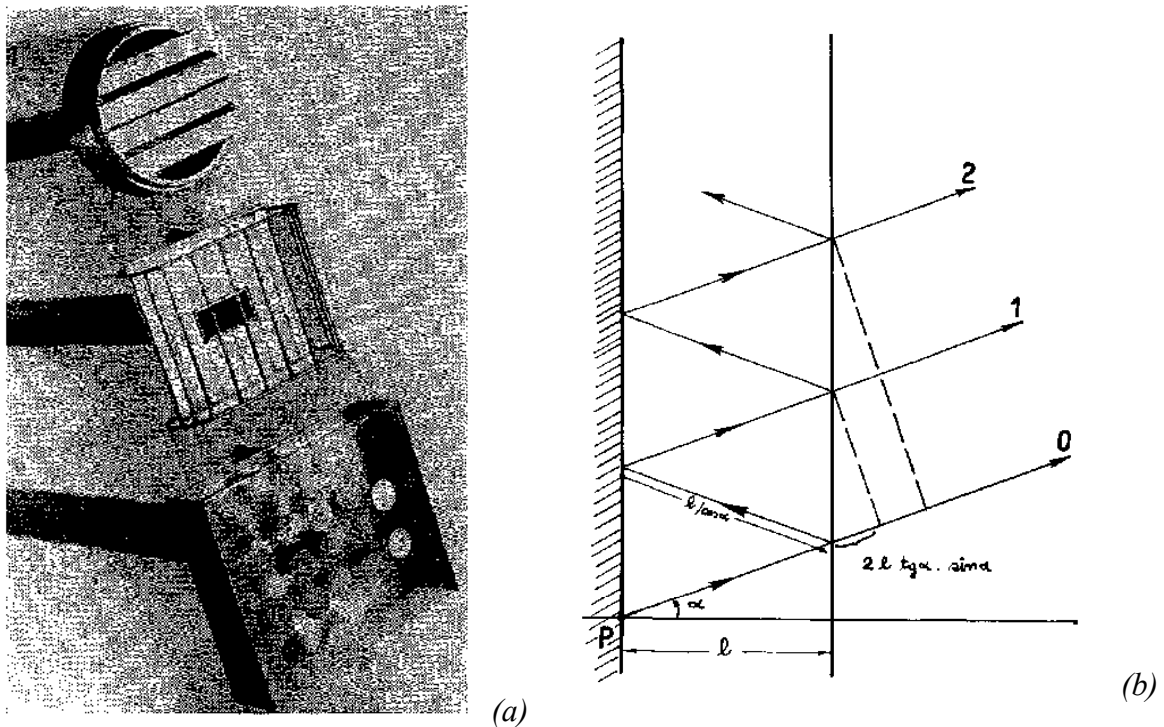


Figure I-17 – Antenne de Von Trentini [6](1956) (a) Différentes surfaces semi-réfléchissantes utilisées (b) Modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot.

A l'IETR, un travail de thèse [8] présente une étude exhaustive en impédance et en rayonnement, dans les bandes millimétriques, des antennes directives utilisant une cavité Fabry-Pérot pour des sources primaires imprimées ou guidées. Dans ces antennes l'une des surfaces semi-réfléchissantes est courbée afin de réduire les lobes secondaires (Figure I-18). Ces types d'antennes sont appelés *antennes à faisceau gaussien*, parce que leur diagramme de rayonnement est proche d'une gaussienne [8][9].

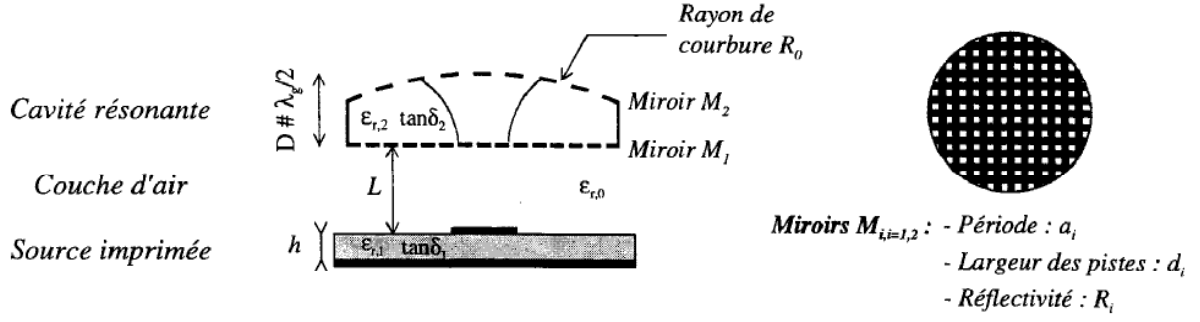


Figure I-18 – Antenne à faisceau gaussien alimentée par une source imprimée. D'après Sauleau [8].

D'autres structures ont été proposées récemment utilisant des surfaces planes [13] (Figure I-19) [12][14] [74] (Figure I-20). Dans la référence [30], De Lustrac et al. présentent un radôme actif.

Dans la référence [10], les auteurs étudient le cas de plusieurs couches de surfaces semi-réfléchissantes de manière numérique. Dans [11], les auteurs recherchent les surfaces semi-réfléchissantes donnant une meilleure bande passante. Dans la référence [12], il est donné une relation entre l'ouverture angulaire  $\Delta\theta_{3dB}$  du diagramme de rayonnement et le facteur de qualité  $Q$  de la cavité, à la fréquence de résonance de la cavité, en utilisant une analogie avec les cavités quantiques :

$$\Delta\theta_{3dB} \approx \frac{2}{\sqrt{Q}} \quad (I-1)$$

Dans le chapitre IV de ce manuscrit, cette relation sera validée à partir du calcul du coefficient de transmission de la cavité Fabry-Pérot. Dans ce même chapitre, nous appellerons la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité, *la relation de performance* de l'antenne. Nous étudierons la relation de performance d'une structure composée de plusieurs couches de FSS.

Tayeb et al. [18] (Figure I-20 et Figure I-21) proposent deux autres méthodes que le modèle de la cavité Fabry-Pérot, aboutissant toutes les deux au même résultat :

- La première méthode consiste à considérer un milieu homogène. L'homogénéisation donne un indice du milieu faible devant l'indice de l'air. La loi de Snell-Descartes à l'interface milieu/air nous donne donc une idée de la directivité.

- La seconde méthode utilise le diagramme de dispersion. Ce diagramme donne, dans une bande de fréquence, *les modes de Bloch*, c'est à dire les directions où l'onde est susceptible de se propager. Ces directions sont limitées dans une zone angulaire qui permet d'estimer l'ouverture du diagramme de rayonnement [70].

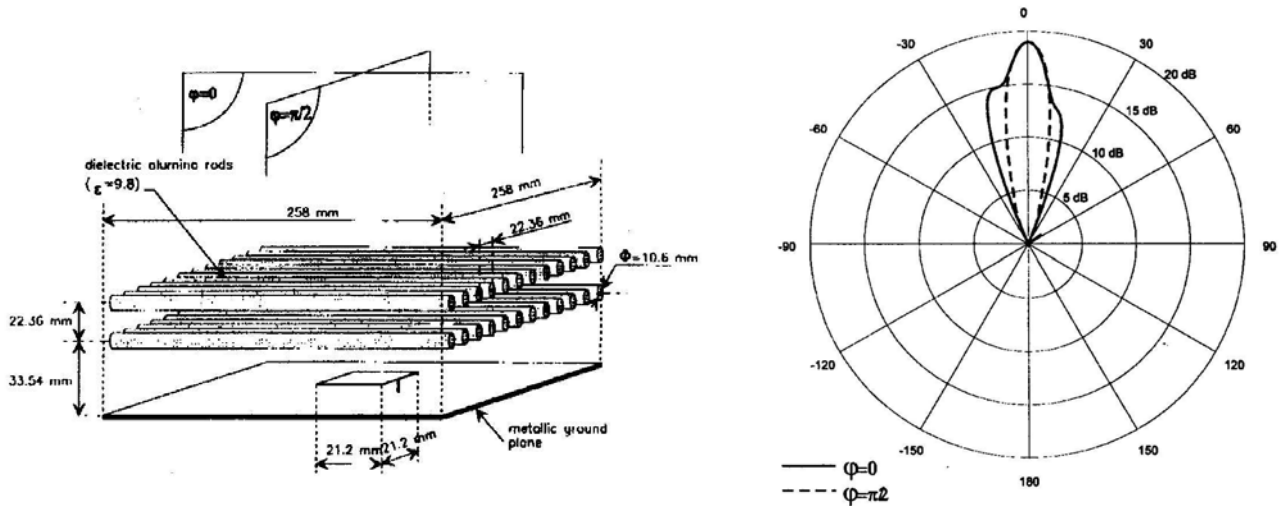


Figure I-19 – Antenne de Thèvenot et al. [13] (1999).

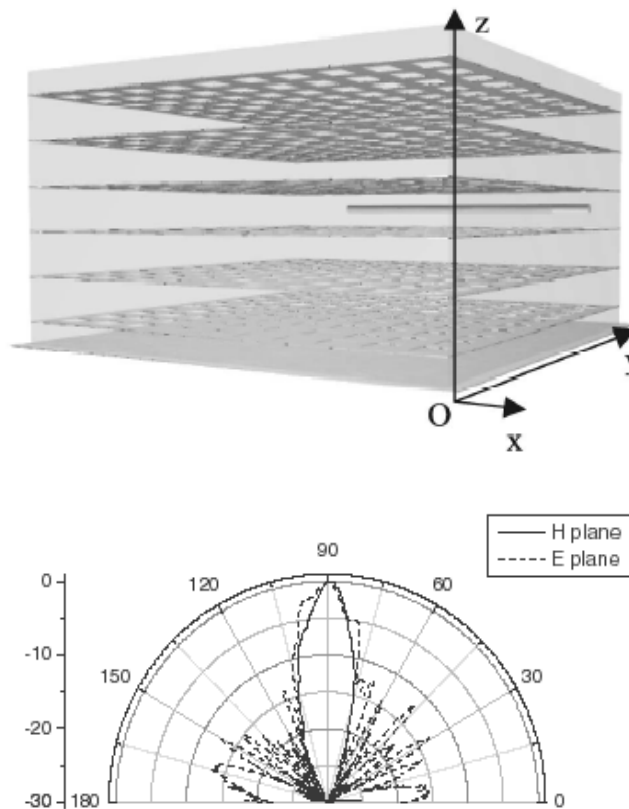


Figure I-20 – Antenne de Enoch, Tayeb et al. [74] (2002).

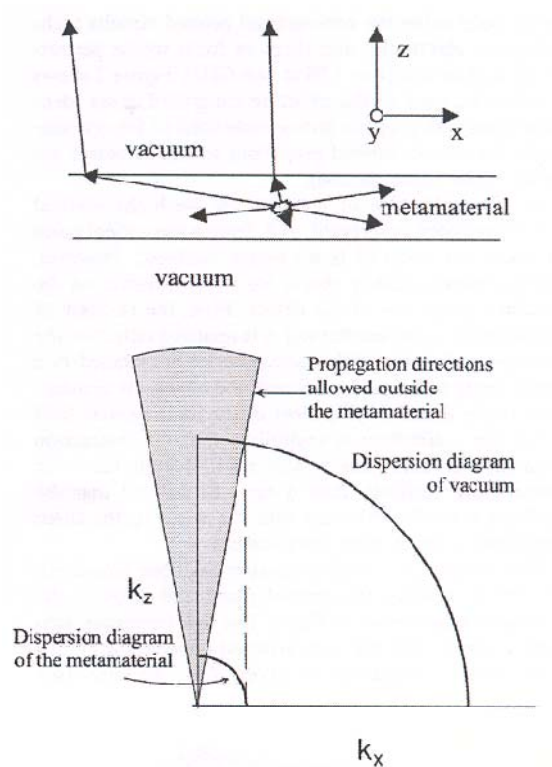


Figure I-21 – Les deux interprétations possibles pour expliquer la directivité de la structure précédente. En haut : le milieu homogène ultra-réfractif donne une idée de la directivité en utilisant la loi de Snell-Descartes à l'interface. En bas : la construction dans l'espace réciproque du diagramme de dispersion de la structure à fréquence fixe montre que l'angle autorisé à sortir du milieu est limité. D'après Enoch, Tayeb et al. [74] (2002).

Nous devons également citer la théorie des *ondes de fuite* [20][21][22][23][24][25] qui donne une solution élégante. Dans l'annexe C, il est présenté un exemple d'utilisation de la théorie des ondes de fuite.

Le principal problème de ces types d'antennes reste la bande passante qui est faible.

### 1.3.2 Structures périodiques cylindriques

Dans le chapitre VI, nous faisons une étude générale des structures périodiques cylindriques. Cette étude peut être utilisée pour concevoir différentes antennes proposées dans la littérature.

Parmi les structures périodiques cylindriques, nous pouvons citer l'Antenne Radiale à Fente (Radial Slot Antenna, RSA) (Figure I-22)[26] et le plan de masse magnétique artificiel (Artificial Magnetic Reflector, AMR) composé de tiges métalliques disposées circulairement (Figure I-23) [27]. Ce plan de masse utilise le même principe que les *Surfaces Haute Impédance*.



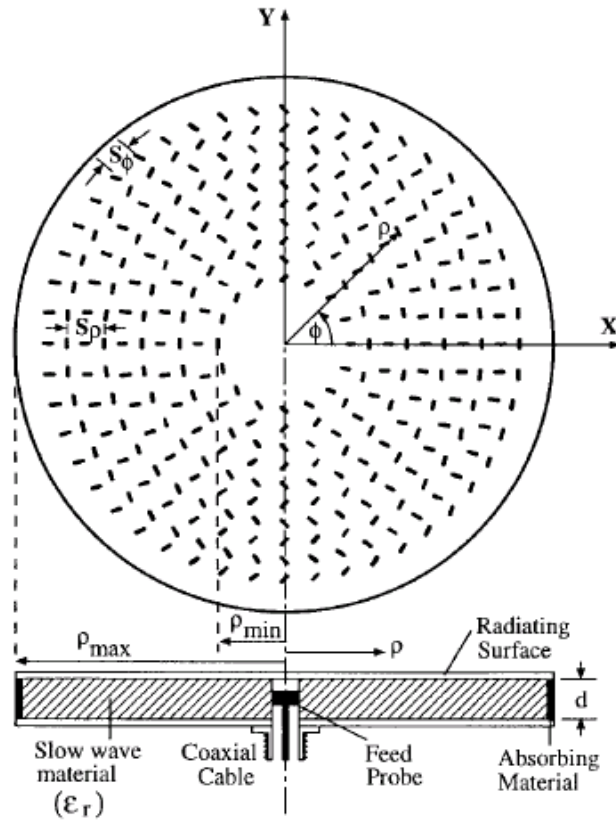


Figure I-22 – Radial Slot Antenna de Davis et al. [26].

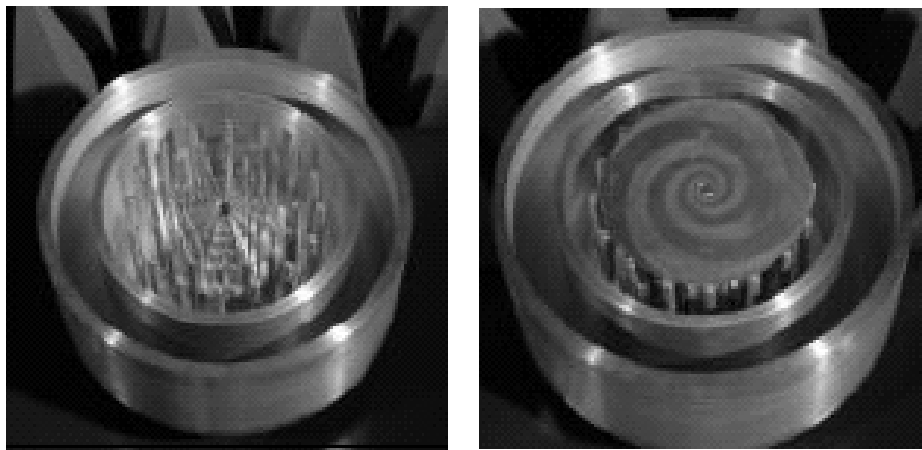


Figure I-23 – Antenne sur plan de masse de réseau périodique cylindrique de Kildal et al. [27].

### I.3.3 Faisceau contrôlable

Dans les références [28] et [29] les auteurs ont proposé d'utiliser le caractère quasi-dual des structures composées de tiges métalliques discontinues et de tiges métalliques continues pour créer un faisceau contrôlable. La Figure I-24 présente la première configuration d'une structure de ce type [28].

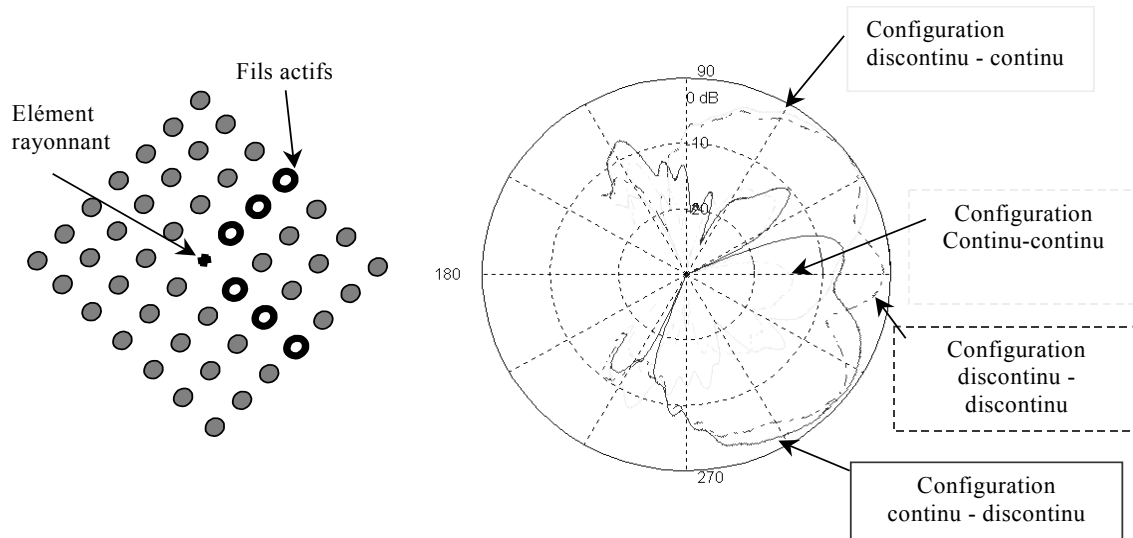


Figure I-24 – Première configuration de structure à commutation de faisceau, proposée par Poilasne [28].

Le passage d'une tige continue à une tige discontinue peut se faire à l'aide de diodes, transistors FET ou MEMS, commandés par une tension continue. Les réseaux d'antennes à commande de phase peuvent être avantageusement remplacés par une seule source hyperfréquence (source primaire) avec une commande du dépointage par tension continue. Ceci réduit considérablement le coût.

Au chapitre III, nous nous intéressons à la dualité des structures continues et discontinues et nous montrons comment dimensionner les discontinuités.

L'inconvénient de la structure de la Figure I-24 est que le pas angulaire du faisceau tournant est limité. Dans le chapitre VII, nous remplaçons cette structure par une structure périodique cylindrique qui remédie à ce problème.

L'antenne proposée par Vaughan (Figure I-25) fonctionne sur ce même principe. Par rapport à la structure que nous proposons, celle de Vaughan [46] n'a qu'une seule rangée cylindrique d'éléments parasites ce qui ne permet pas d'obtenir une directivité aussi élevée que nous souhaitons. De plus le système de la commutation utilisé par Vaughan limite également la directivité. Enfin, le principe de notre antenne avec une structure périodique cylindrique multicouche (chapitre VII) est basé sur l'utilisation de la bande interdite de la structure et sur l'insertion de défauts créant une bande de propagation dans la bande interdite, principe qui vient des cristaux photoniques [3].

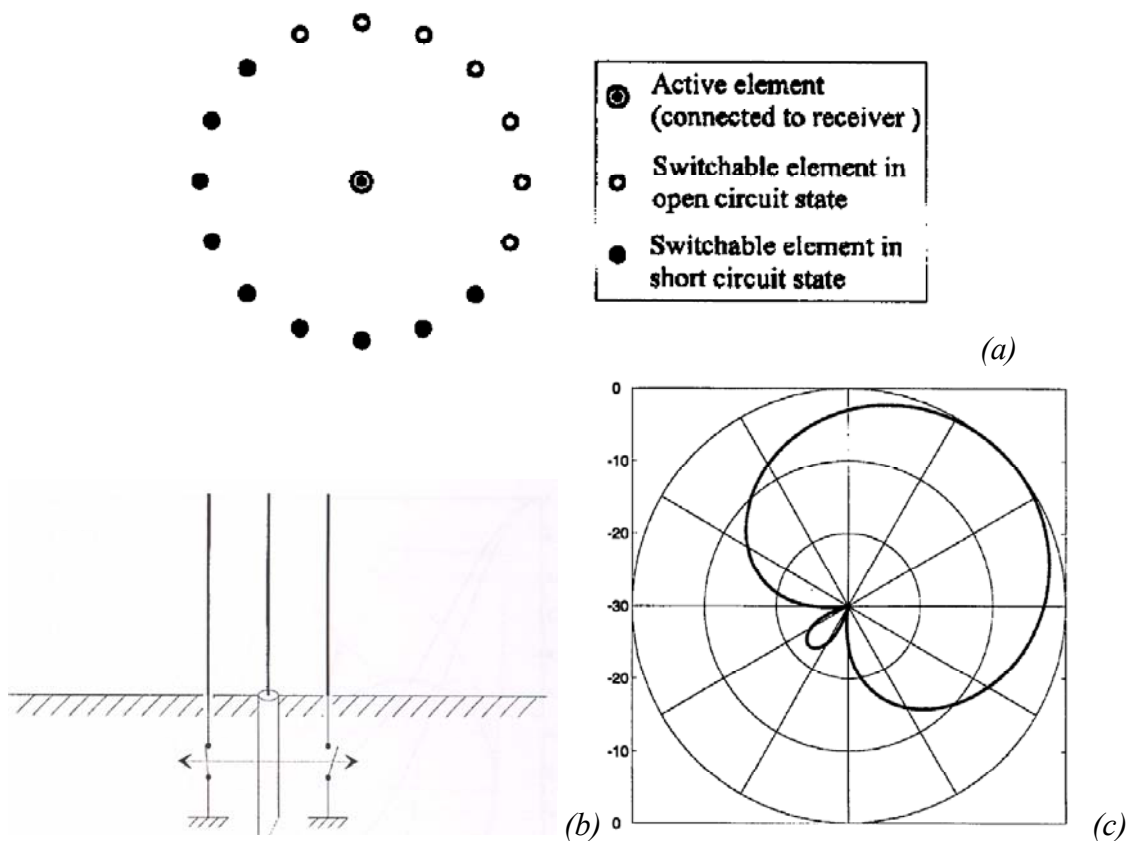


Figure I-25 – Antenne à faisceau contrôlable avec une structure périodique cylindrique. (a) : Géométrie (b) : Principe de la commutation (c) : Diagramme de rayonnement de la structure. D'après Vaughan [46].

## I.4 Conclusion

L'intérêt suscité de nos jours par les structures périodiques et les nouveaux matériaux est évident. Le but de ces structures, quel que soit le domaine, est de contrôler la propagation de l'onde.

En physique des solides, l'objectif est d'améliorer les performances des lasers à semi-conducteurs, des cellules solaires et des transistors à hétéro-jonction en réduisant l'émission spontanée.

En optique, les composants de l'informatique devraient utiliser uniquement les photons. Des exemples de ces composants sont la fibre optique, les guide d'ondes et les coupleurs.

En micro-ondes, on cherche à améliorer les performances des antennes (directivité, faisceau contrôlable).

En optique et en micro-onde, l'étude des structures donnant des comportements que l'on ne trouve pas dans la nature tels que l'ultra réfraction et l'indice de réfraction négative constitue un sujet important.



## CHAPITRE II :

# Caractérisation et analyse des surfaces périodiques planaires par des méthodes numériques et analytique/numérique

---

### II.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de décrire la méthode employée pour caractériser et analyser les surfaces périodiques planaires. En particulier, la structure composée de tiges métalliques est étudiée. Cette structure est en effet simple à réaliser et son coût est faible.

Dans un premier temps, une étude permet de déduire la *distance minimale* à laquelle il faut placer le point d'observation pour obtenir une caractérisation correcte.

L'effet de la *finitude transversale* de la structure sur les caractéristiques d'une rangée de tiges métalliques est étudié, en recherchant le nombre de périodes nécessaires pour s'approcher du cas infini. La *finitude des longueurs des tiges* est également étudiée.

Une méthode de *calcul analytique/numérique simple*, est ensuite proposée pour caractériser une rangée de tiges métalliques infinie, lorsque le diamètre des tiges est faible devant la longueur d'onde. Cette méthode est basée sur un calcul "élément par élément" du champ diffracté et une approximation sur la forme de l'onde diffractée par une tige. La méthode est validée en la comparant avec la FDTD.

Une étude paramétrique donne les coefficients de transmission et de réflexion d'une rangée de tiges métalliques pour différentes valeurs du rapport diamètre des tiges sur la période transversale. On étudie également la structure composée de tiges métalliques *discontinues*.

### II.2 Généralités

Il s'agit ici de définir les paramètres d'une surface périodique. La Figure II-1a présente le modèle d'une surface semi-réfléchissante que nous appellerons Surface Sélective en Fréquence (SSF, en anglais Frequency Selective Surfaces [4]). La SSF est illuminée par

une onde plane en venant de gauche. On obtient à droite de la surface une onde transmise et à gauche une onde réfléchie.

La rangée infinie de tiges métalliques espacées périodiquement avec la période transversale  $P_t$  et avec un diamètre des tiges  $a$  est un exemple de SSF (Figure II-1b).

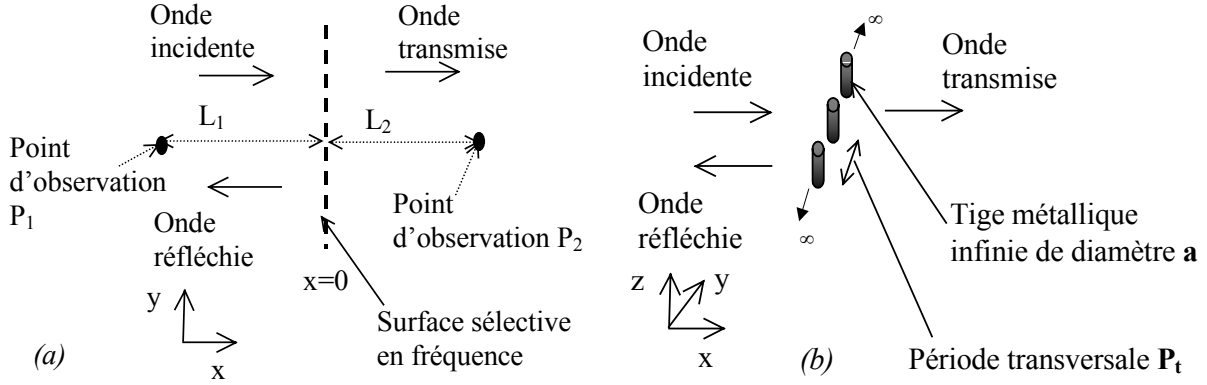


Figure II-1 – (a) Modèle d'une surface sélective en fréquence et points d'observations avant et après la surface. (b) Exemple de surface sélective en fréquence : surface périodique de tiges métalliques.

Les coefficients de réflexion  $r$  et de transmission  $t$  de la surface périodique sont définis ainsi :

$$r = \frac{\text{Amplitude(Onde réfléchie)}}{\text{Amplitude(Onde incidente)}} \Big|_{x=0} \quad (II-1)$$

$$t = \frac{\text{Amplitude(Onde transmise)}}{\text{Amplitude(Onde incidente)}} \Big|_{x=0} \quad (II-2)$$

Ces coefficients sont complexes. Ils dépendent de la fréquence, de l'angle d'incidence et de la polarisation de l'onde. Dans un premier temps, uniquement l'incidence normale à la surface est considérée. Nous nous limitons à la polarisation TM (champ électrique parallèle aux tiges).

Si on calcule le rapport de l'onde réfléchie ou de l'onde transmise sur l'onde incidente à des distances respectivement  $L_1$  et  $L_2$  (cf. Figure II-1a) on obtient alors les coefficients suivants :

$$\frac{E_r(x)}{E_{inc}(x)} \Big|_{L_1} = \frac{r \cdot \exp(-jkL_1)}{\exp(jkL_1)} = r \cdot \exp(-2jkL_1) \quad (II-3)$$

$$\frac{E_t(x)}{E_{inc}(x)} \Big|_{L_2} = \frac{t \cdot \exp(-jkL_2)}{\exp(-jkL_2)} = t \quad (II-4)$$

$t$  est donc obtenu directement tandis qu'il est nécessaire d'appliquer une correction de phase pour obtenir  $r$ .

Relations de base :

- Dans toute la suite, le métal est considéré comme parfait (sans perte). La relation de conservation d'énergie s'écrit alors :

$$|t|^2 + |r|^2 = 1 \quad (II-5)$$

A cause de la conservation d'énergie, les modules de (r, t) sont compris entre 0 et 1.

- Pour une surface de faible épaisseur (pour notre exemple : lorsque le diamètre des tiges est faible, soit environ inférieur à 10% de la période), nous pouvons écrire la condition de continuité du champ électrique à la frontière  $x=0$  :

$$r + 1 = t \quad (II-6)$$

Il est facile de montrer que les équations (II-5) et (II-6) conduisent à deux autres relations permettant de lier les modules de r et t à leur phase respective :

$$\cos(\varphi_r) = -|r| \quad (II-7)$$

$$\cos(\varphi_t) = |t| \quad (II-8)$$

(il suffit de développer  $|r+1|^2=1-|r|^2$  pour l'éq. (II-7) et  $|t-1|^2=1-|t|^2$  pour l'éq. (II-8)).

La relation (II-7) implique que  $\pi/2 \leq \varphi_r \leq \pi$  (modulo  $2\pi$ ).

Les relations (II-7), (II-8) et (II-5) conduisent à la relation :  $\cos^2(\varphi_r) + \cos^2(\varphi_t) = 1$ . Nous avons donc :

$$\varphi_t = \pm \left( |\varphi_r| - \frac{\pi}{2} \right) \quad (II-9)$$

Lorsque les conditions (II-5) et (II-6) sont vérifiées il n'y a donc qu'une seule inconnue : on se donne par exemple le coefficient  $|r|$ , les autres coefficients  $\varphi_r$ ,  $|t|$  et  $\varphi_t$  sont obtenus à partir de ce dernier.

Enfin, notons que la phase de r,  $\varphi_r$ , joue un rôle important dans la détermination des fréquences de résonance d'une structure multicouche.

### II.3 Etude avec la FDTD

La méthode FDTD est basée sur une discrétisation des équations de Maxwell dans le temps et l'espace. Le laboratoire IETR a développé un simulateur FDTD disposant d'une interface très conviviale [31][32].



L'espace de calcul est limité à une seule cellule périodique (Figure II-2). Selon l'axe de périodicité, des conditions aux frontières (de type Floquet) sont imposées pour simuler une structure périodique infinie.

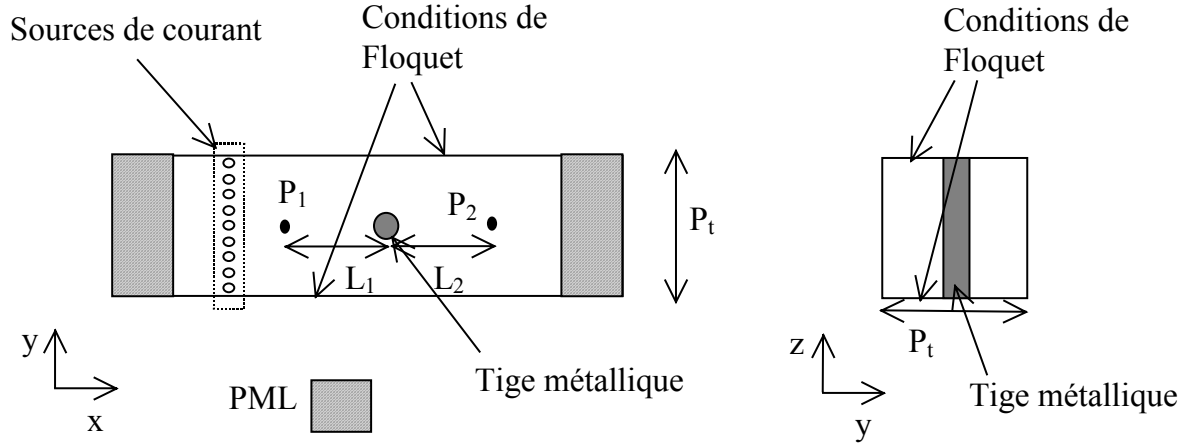


Figure II-2 - Espace de calcul dans le simulateur FDTD.

Pour obtenir les coefficients de transmission ( $t$ ) et de réflexion ( $r$ ) de la surface périodique, une simulation sans la tige est d'abord effectuée pour servir de référence. On obtient ainsi le champ incident  $E_{inc1}$  pour le point d'observation  $P_1$  situé avant la surface et  $E_{inc2}$  pour le point d'observation  $P_2$  situé après la surface. Une deuxième simulation, en présence de la tige donne les champs  $E_{tot1}$  et  $E_{tot2}$ . Les coefficients  $r$  et  $t$  sont alors obtenus ainsi :

$$r = \frac{E_{tot1} - E_{inc1}}{E_{inc1}} \exp(2jkL_1) \quad (II-10)$$

$$t = \frac{E_{tot2}}{E_{inc2}} \quad (II-11)$$

$L_1$  correspond à la distance entre le point  $P_1$  et la surface.

### II.3.1 Détermination de la distance $L_2$ minimale

L'objectif de ce paragraphe est d'étudier la distance minimale ( $L_{min}$ ) à respecter pour obtenir une évaluation de ( $r$ ,  $t$ ) correcte. Seul le point situé après la surface est considéré, c'est à dire celui qui donne le coefficient de transmission, la distance pour l'autre point étant identique ( $L_1=L_2=L$ ).

Lorsque le diamètre des tiges est faible, ces dernières sont modélisées en FDTD à l'aide du formalisme des fils minces de Holland [67]. Pour un diamètre élevé, les tiges sont maillées finement.

La distance entre le point d'observation et la surface est désignée par  $L$ .

La Figure II-3 montre le coefficient  $|t|$  obtenu pour différentes valeurs de  $L$ , le point d'observation étant **face à une tige**. Nous obtenons différentes courbes de transmission, mais à partir d'une certaine valeur de  $L$ , que nous appelons  $L_{\min}$  la courbe de  $|t|$  reste identique. Notons qu'à distance faible  $L < L_{\min}$ , la courbe de  $|t|$  est sous-estimée. La raison est qu'au voisinage proche de la tige métallique le champ est faible et s'annule sur la tige.

La Figure II-4 montre cette fois-ci les différentes courbes  $|t|$  en faisant varier  $L$  mais avec le point d'observation **entre deux tiges**. Pour une distance faible le coefficient  $|t|$  donne une valeur erronée qui peut être supérieure à 1. A partir de la distance  $L_{\min}$ , la courbe se stabilise. Notons qu'ici, à distance faible  $L < L_{\min}$ , la courbe de  $|t|$  est sur-estimée. La raison est que le champ passe par un maximum entre les deux tiges.

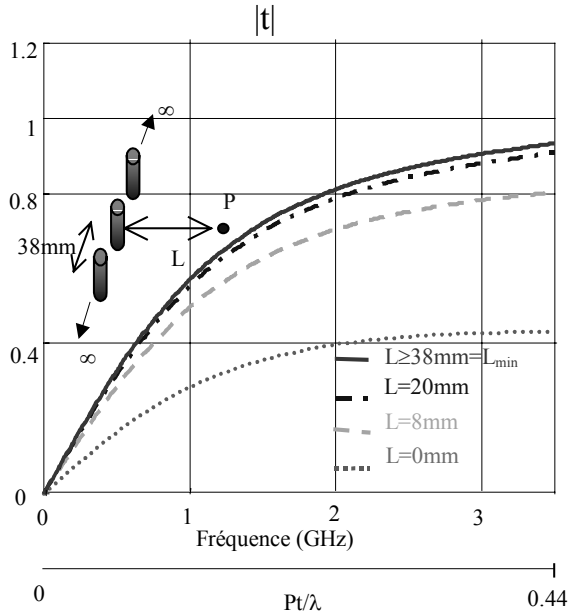


Figure II-3 - Coefficient de transmission pour différentes distances du point d'observation, placé **face à une tige**.  $P_t = 38\text{mm}$ ,  $a = 2\text{mm}$ .

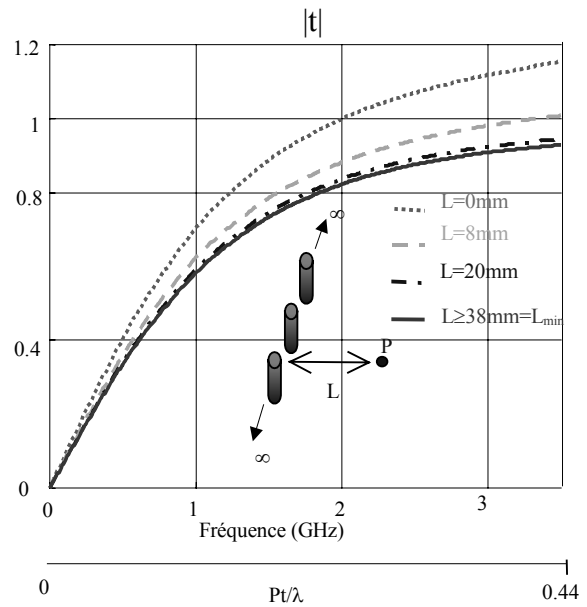


Figure II-4 - Coefficient de transmission pour différentes distances du point d'observation, placé **entre deux tiges**.  $P_t = 38\text{mm}$ ,  $a = 2\text{mm}$ .

La distance  $L_{\min}$  est la même dans les deux cas (point d'observation face à une tige ou entre deux tiges) comme le montre la Figure II-5 où  $|t|$  est représenté en fonction de  $L$  à fréquence fixe. Ces résultats montrent que :  $L_{\min} = 38\text{mm} = P_t$

La Figure II-6 donne les courbes de  $|t|$  en fonction de  $L$  pour les différentes fréquences. Ces courbes montrent que le palier est atteint pour  $L \geq L_{\min} = P_t$ .

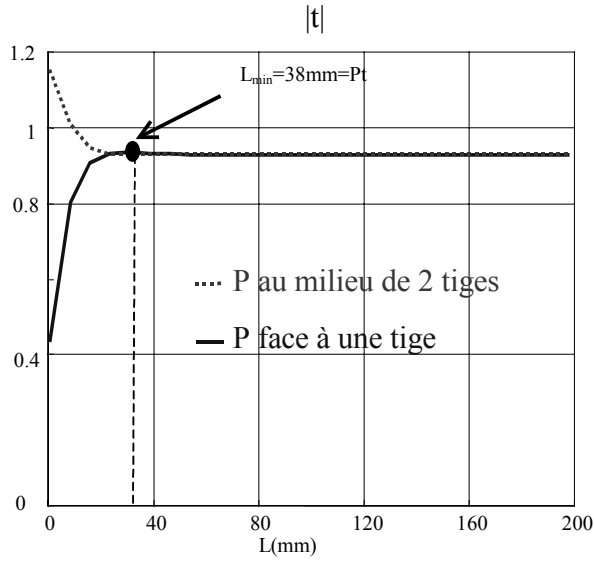


Figure II-5 - Coefficient de transmission en fonction de  $L$  à fréquence fixe (3.5GHz).  
 $P_t = 38 \text{ mm}$ ,  $a = 2 \text{ mm}$ .

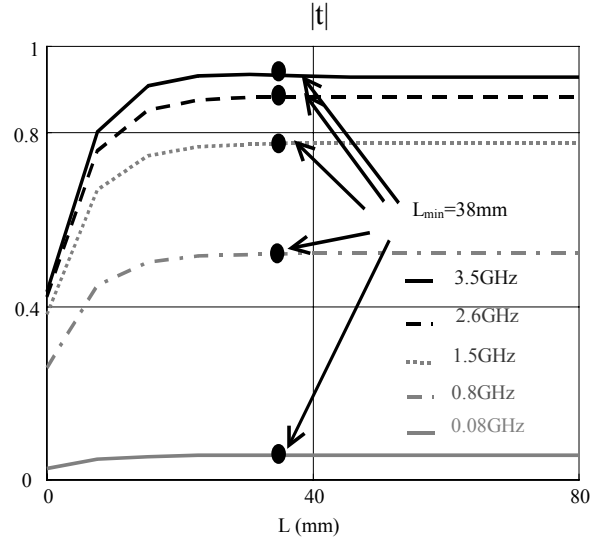


Figure II-6 - Coefficient de transmission en fonction de  $L$  pour différentes fréquences.

En faisant varier la période transversale  $P_t$  (Figure II-7), on conserve  $L_{\min} = P_t$ . La variation du rapport  $a/P_t$  n'a pas d'influence non plus sur  $L_{\min}$  (Figure II-8).

Dans la réf. [80], Tretyakov montre par un calcul analytique que les ondes évanescentes deviennent négligeables à partir de la distance  $L_{\min} = P_t$ , ce qui valide notre étude paramétrique.

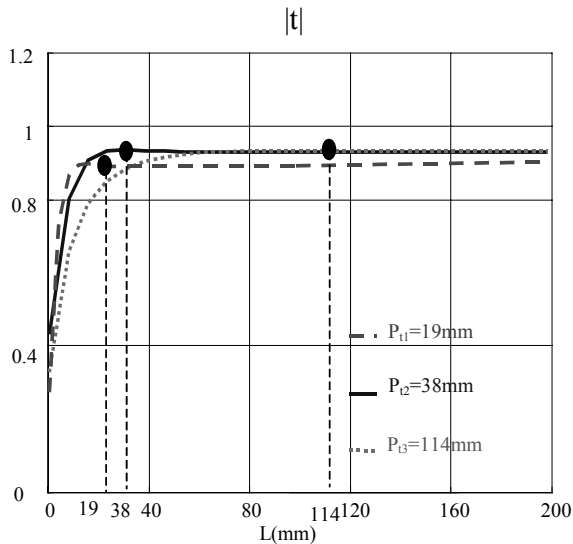


Figure II-7 - Coefficient de transmission en fonction de  $L$  pour différentes valeurs de  $P_t$ .

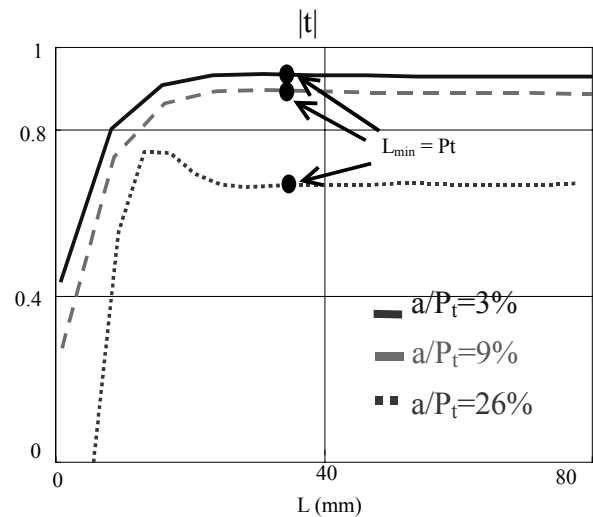


Figure II-8 - Coefficient de transmission en fonction de la distance  $L$  du point d'observation pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$ .

La distance minimale peut être mise en évidence dans les cartographies temporelles (Figure II-9). Le nombre de tiges selon la transversale a été augmenté de façon à améliorer la visualisation.

L'onde plane incidente de forme temporelle gaussienne venant de gauche illumine la structure. A l'approche de la surface ( $t_0+12ps$ ), l'onde est perturbée sur une distance correspondant à  $P_t$ . Les ondes réfléchies et transmises *redeviennent planes* ( $t_0+66ps$ ), à partir d'une distance correspondant à une période transversale de la surface.

Notons que l'onde diffractée par les tiges et donc l'onde réfléchi est d'amplitude opposée à l'onde incidente car le champ électrique tangentiel crée dans les tiges métalliques un courant de sens opposé au champ électrique. L'onde transmise correspond à la somme de l'onde incidente et de l'onde diffractée par les tiges ce qui explique les valeurs positives et négatives de l'amplitude de l'onde transmise.

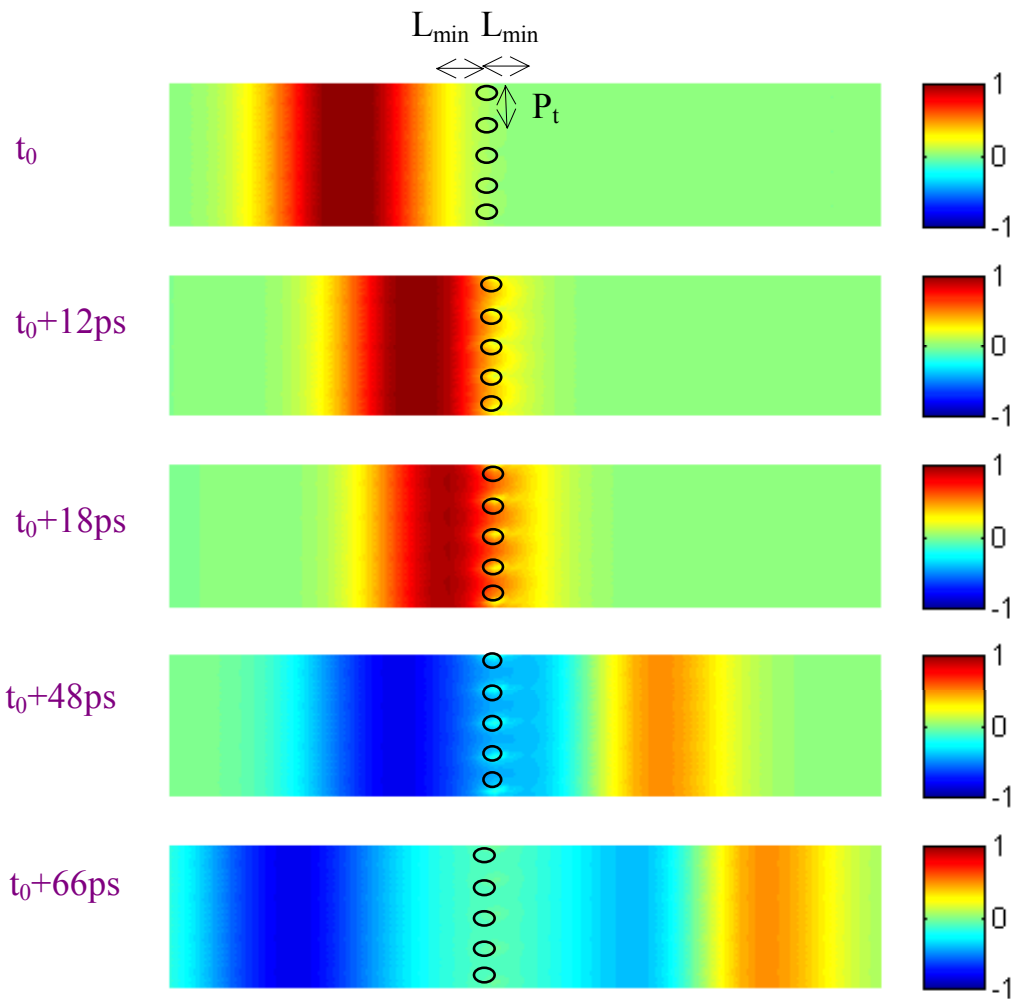


Figure II-9 - Cartographies temporelles de l'onde illuminant la surface de tiges métalliques.

### II.3.2 Effet de la finitude des dimensions de la surface périodique

Il s'agit dans ce paragraphe de déterminer le nombre de tiges  $n_t$  et la longueur des tiges  $L_T$  suffisants pour que le coefficient  $|t|$  obtenu soit proche du cas infini. Le point d'observation est maintenant fixé à la distance  $L=1,5P_t$  pour être supérieur à  $P_t$ . En toute rigueur, lorsque la structure est finie, nous ne pouvons plus parler de 'transmission' mais plutôt de diffraction et nous devrions regarder le champ dans toutes les directions.

La Figure II-10 montre que lorsque le nombre de tiges ( $n_t$ ) est fini, des oscillations apparaissent dans la courbe de  $|t|$ . Lorsque  $n_t$  augmente, l'amplitude de ces oscillations diminue et leur fréquence augmente.  **$n_t=25$  tiges** est suffisant pour s'approcher du cas infini.

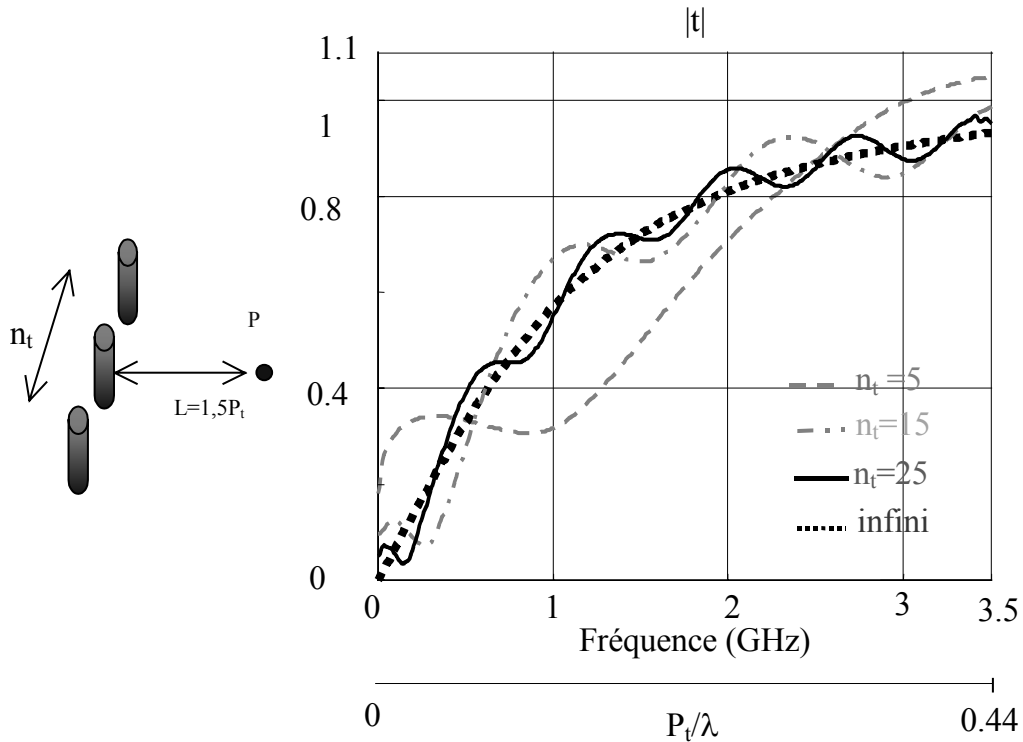


Figure II-10 - Coefficient de transmission pour différentes valeurs de  $n_t$ .  $P_t=38\text{mm}$   $a=2\text{mm}$ .

La Figure II-11 concerne la finitude de la longueur  $L_T$  des tiges. Lorsque la longueur est faible ( $L_T=9\text{cm}$ ), il y a une fréquence pour laquelle  $|t|=0$  et qui correspond à la résonance (dipolaire) de la tige. Pour une longueur de tiges élevée ( $L_T=120\text{cm}$ ), nous obtenons une courbe proche du cas infini. A 3,5GHz ( $\lambda\approx 85,7\text{mm}$ ), la longueur correspond à  $L_T=14\lambda$ . Si nous comptons le nombres de résonances sur la courbe (Figure II-12), nous obtenons 14. Le nombre d'oscillations donne donc la longueur des tiges en nombre de longueur d'onde. Ainsi à 1.5GHz, il y a 6 oscillations donc  $L_T=6\lambda$ .

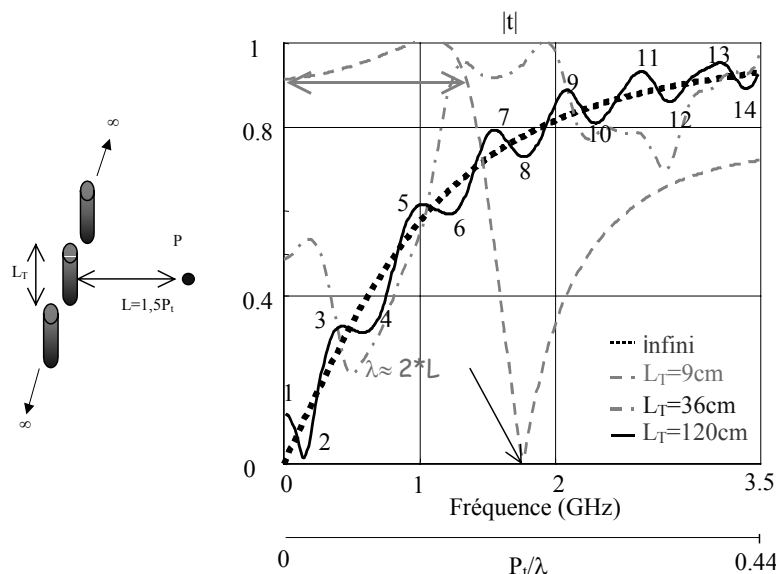


Figure II-11 - Coefficient de transmission pour différentes longueurs de tiges  $P_t=38\text{mm}$   $a=2\text{mm}$ .

La longueur des tiges minimale peut s'écrire en nombre de période transversale  $P_t$  : à 3,5GHz,  $P_t/\lambda=0,44$  et  $L_T=14\lambda$ , donc :

$$\boxed{L_T \approx 30P_t}$$

### II.3.3 Condition d'absence de lobe de réseau

Considérons une onde incidente avec l'angle  $\theta_i$  sur un réseau linéaire (Figure II-13). Lorsqu'il n'y a pas de lobe de réseau, il n'y a qu'une onde réfléchie dans la direction spéculaire ( $-\theta_i$ ) et une onde transmise dans la direction directe (Figure II-12). Lorsqu'il y a des lobes de réseau, il existe simultanément des ondes transmises dans plusieurs directions et également plusieurs ondes réfléchies. L'apparition de ces ondes parasites complique en générale l'étude du problème et envoie inutilement l'énergie dans des directions non désirées. C'est pourquoi nous rappelons ci-après la condition nécessaire pour éviter les lobes de réseau. Appelons  $\theta_{LR}$  l'angle des lobes de réseau et  $f_{LR}$  la fréquence correspondant (Figure II-13).

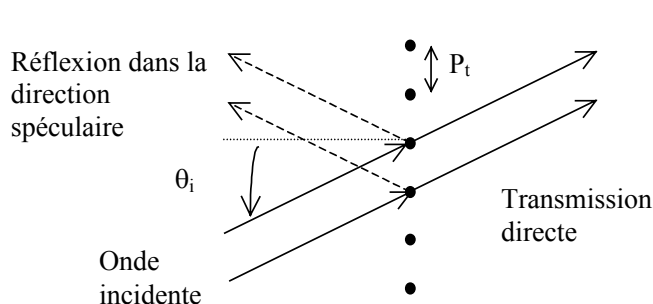


Figure II-12 - Mode fondamental : une seule onde transmise dans la direction directe et une seule onde réfléchie dans la direction spéculaire.

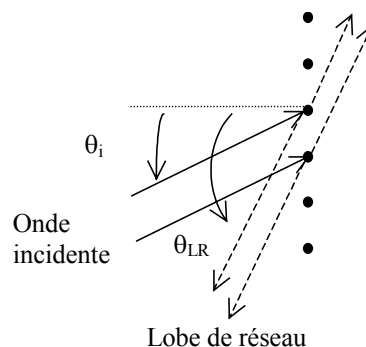


Figure II-13 - Apparition des lobes de réseau.

La condition d'apparition des lobes de réseau s'écrit [4] :

$$k_{LR} P_t (\sin(\theta_i) + \sin(\theta_{LR})) = 2\pi n, n=1,2,\dots \quad (II-12)$$

$k_{LR} P_t \sin(\theta_i)$  correspondant au déphasage entre deux éléments successifs dû à l'onde incidente et  $k_{LR} P_t \sin(\theta_{LR})$  le déphasage entre deux éléments successifs pour que l'onde parte dans la direction  $\theta_{LR}$ .

La fréquence d'apparition des lobes de réseau s'écrit alors :

$$f_{LR} = \frac{nc}{P_t (\sin(\theta_i) + \sin(\theta_{LR}))} \quad (II-13)$$

$c$  étant la vitesse de la lumière dans le vide. La plus petite fréquence pour laquelle ils apparaissent est pour  $n=1$  et  $\theta_{LR}=90^\circ$  :

$$f_{LR0} = \frac{c}{P_t (\sin(\theta_i) + 1)} \quad (II-14)$$

En *incidence normale*, la fréquence minimale devient :

$$f_{LR0} = \frac{c}{P_t} \quad (II-15)$$

La condition d'absence de lobe de réseau, en incidence normale est donc :

$$f < \frac{c}{P_t} \quad \text{soit :} \quad \boxed{P_t < \lambda} \quad (II-16)$$

Si nous considérons *une incidence oblique*, l'angle correspondant à la fréquence minimale d'apparition des lobes de réseau est  $90^\circ$ . La condition devient alors  $\boxed{P_t/\lambda < 0,5}$ .

Dorénavant pour caractériser la rangée de tiges métalliques nous normaliserons la fréquence en la divisant par  $c/P_t$ . On obtient alors la fréquence normalisée  $f/f_{LR0} = P_t/\lambda$ . Cette normalisation de la fréquence nous permet de nous limiter à  $P_t/\lambda < 1$  pour éviter les lobes de réseaux. Nous nous limitons au mode fondamental où il y a uniquement une onde transmise directe et une onde réfléchie dans la direction spéculaire. De plus, dans notre étude qui suit, les pertes n'étant pas prises en considération, la normalisation de la fréquence permet pour un rapport diamètre des tiges/période transversale donné d'effectuer une transposition de fréquence lorsque la période transversale est modifiée.

L'apparition des lobes de réseaux (ou modes supérieurs) est illustrée dans les cartographies fréquentielles de la Figure II-14 obtenus par la méthode FDTD. Dans les deux premières cartographies ( $P_t \approx 0,35\lambda$  et  $P_t \approx 0,7\lambda$ ), à gauche de la tige, la superposition du champ réfléchi et du champ incident donne un régime stationnaire, d'où la variation du champ en fonction de l'axe  $x$ ; à droite de la tige, le champ est quasiment constant. A la troisième cartographie ( $P_t \approx 1,04\lambda$ ) le premier lobe de réseau apparaît et à la 6<sup>ème</sup> cartographie ( $P_t \approx 2,08\lambda$ ) le second lobe de réseau apparaît. Les lobes de réseaux se traduisent dans ces cartographies fréquentielles par une variation du champ suivant l'axe  $y$ .

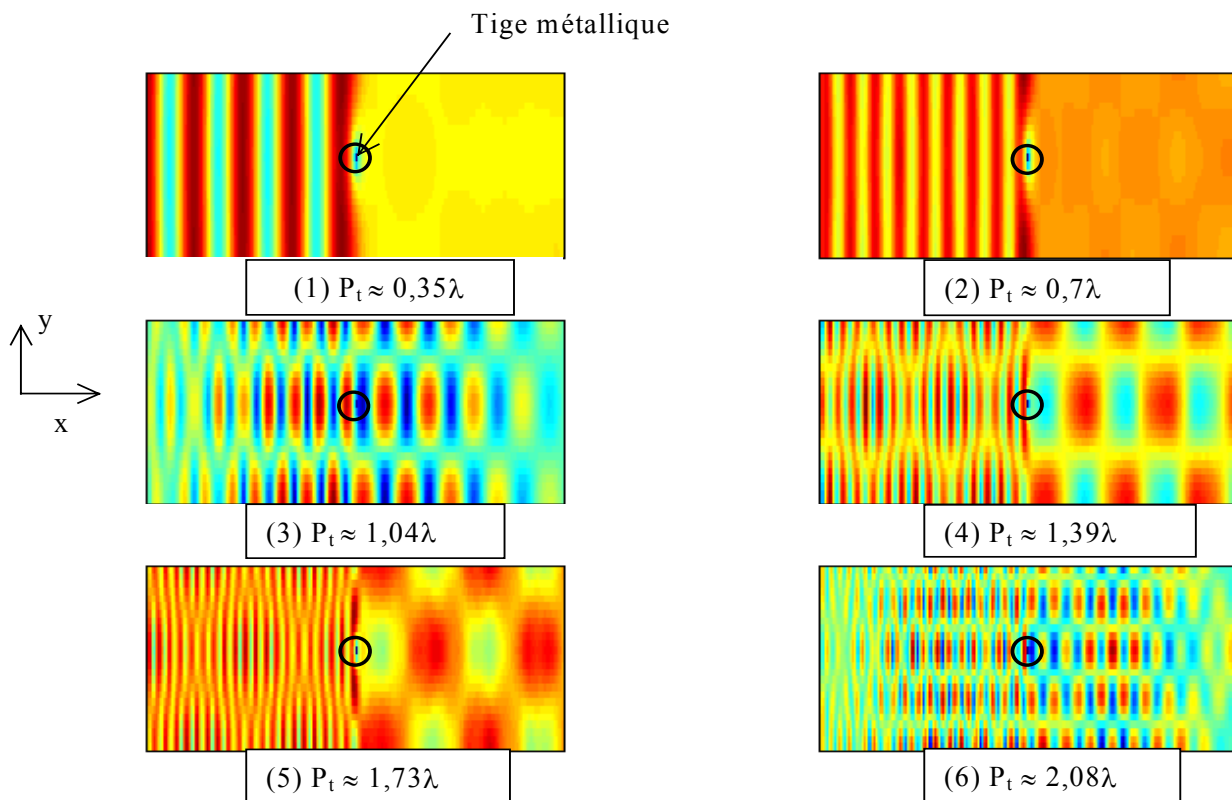


Figure II-14 – Visualisation de l'apparition des modes de réseau.

### II.3.4 Etude paramétrique d'une rangée infinie de tiges métalliques continues

Ce paragraphe présente une étude paramétrique des coefficients ( $r$ ,  $t$ ). Pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$ , les modules de ( $r$ ,  $t$ ) sont obtenus par la méthode FDTD et tracés en fonction de la fréquence normalisée  $P_t/\lambda$  sur la Figure II-15 et la Figure II-16. La phase de  $r$  ( $\phi_r$ ) est donnée sur la Figure II-17. La phase de  $t$  n'a pas d'utilité pour la suite.



Le module de  $|t|$  diminue rapidement (et donc  $|r|$  augmente rapidement) lorsque  $a/P_t$  augmente. On remarque également que, quel que soit le rapport  $a/P_t$ , la condition  $\pi/2 < |\varphi_r| < \pi$  est toujours vérifiée, bien que cette relation ait été obtenue pour un diamètre des tiges faible (paragraphe II.2). Ces trois figures serviront de base pour l'étude de la structure multicouche développée dans le chapitre III.

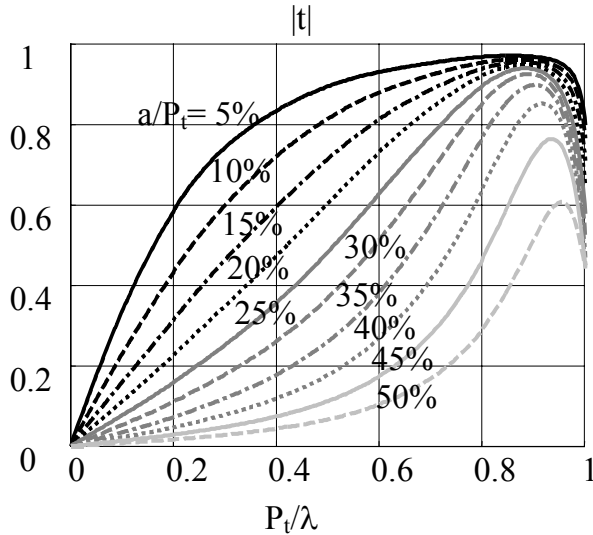


Figure II-15 -  $|t|$  pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$  en fonction de la fréquence normalisée (FDTD).

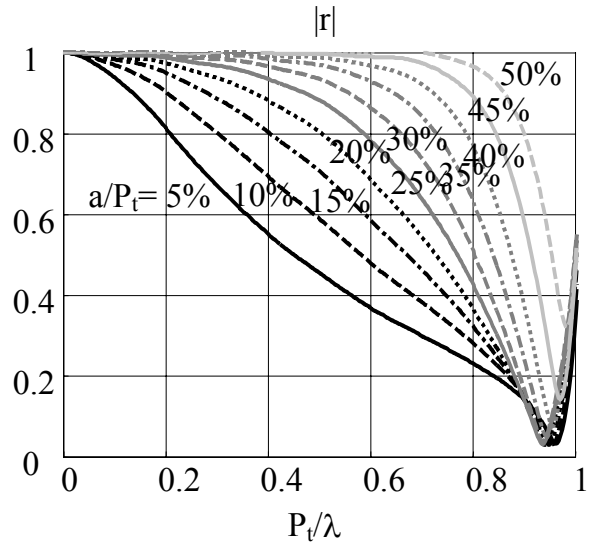


Figure II-16 -  $|r|$  pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$  (FDTD).

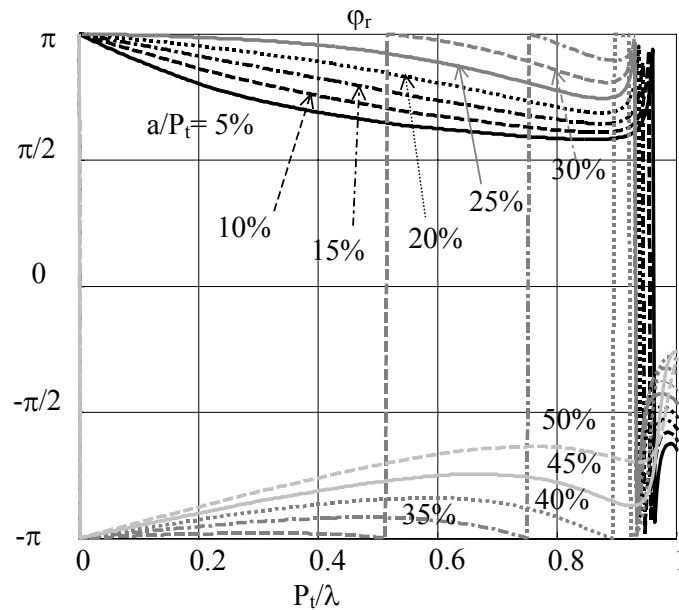


Figure II-17 - Phase du coefficient de réflexion  $\varphi_r$  pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$  (FDTD).

### II.3.5 Etude paramétrique d'une rangée infinie de tiges métalliques discontinues

Nous étudions maintenant les surfaces composées de *tiges métalliques discontinues* (Figure II-18). La période selon  $z$ ,  $P_z$  est prise égal à  $P_t$ .  $e$  est l'espace selon  $z$  entre deux tiges consécutives (cf. Figure II-18).

Les coefficients de transmission et de réflexion montrent une résonance à  $(P_z - e) \approx \lambda/2$  (Figure II-19). Cela correspond au moment où l'amplitude du champ diffracté par les tiges est maximum (résonance dipolaire). A cette résonance, nous avons  $|r|=1$ ,  $|t|=0$ .

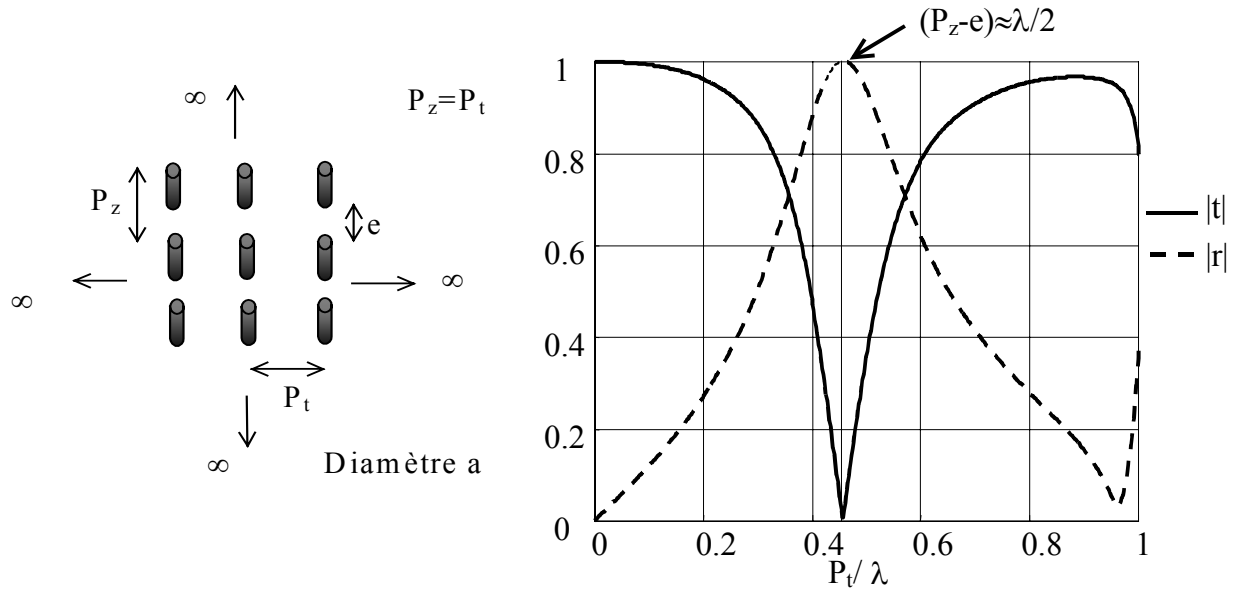


Figure II-18 - Surface périodique de tiges discontinues

Figure II-19 - Réflexion et transmission  $P_z = P_t$ ,  $a/P_t = 5\%$ ,  $e/P_t = 5\%$

En dessous de la fréquence de résonance le module du coefficient de transmission décroît en fonction de la fréquence et le module du coefficient de réflexion croît. A la fréquence nulle,  $|t|=1$  et  $|r|=0$ .

**Dans cette bande de fréquence le comportement est donc inverse à celui des tiges continues** (cf. Figure II-20). Après la fréquence de résonance, nous retrouvons le comportement des tiges continues. Proche de  $P_t/\lambda=1$  les caractéristiques des tiges continues et discontinues sont identiques.

Cette observation nous sera utile lors de la caractérisation des structures multicouches composées de tiges continues ou discontinues.

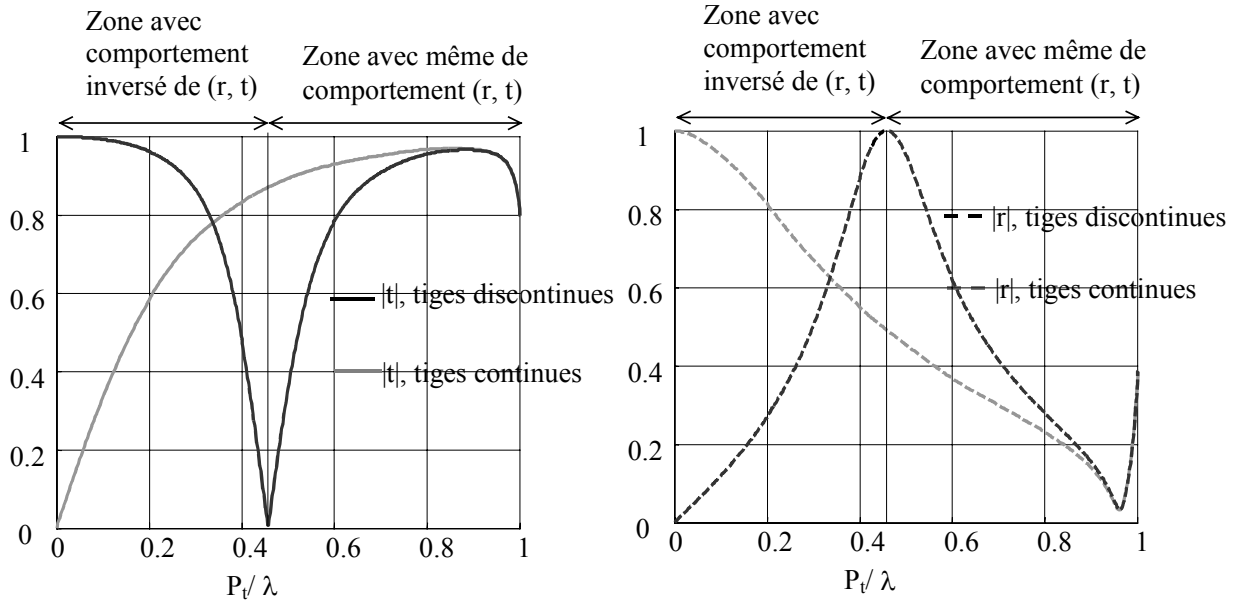


Figure II-20 - Réflexion et transmission  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $e/P_z=5\%$ , comparaison avec tiges continues ( $e/P_z=0\%$ )

Sur les figures II-21 à II-23, nous avons fait varier le rapport entre l'espace  $e$  et la période selon  $z$   $P_z$  ( $e/P_z$ ). Ces figures montrent que la résonance a toujours lieu pour  $(P_z-e)\approx\lambda/2$ .

Au fur et à mesure où  $e/P_z$  augmente (i.e. l'espace entre les tiges augmente), la fréquence de résonance augmente, la courbe tend vers la transmission totale (obtenue pour  $e/P_z=100\%$ ).

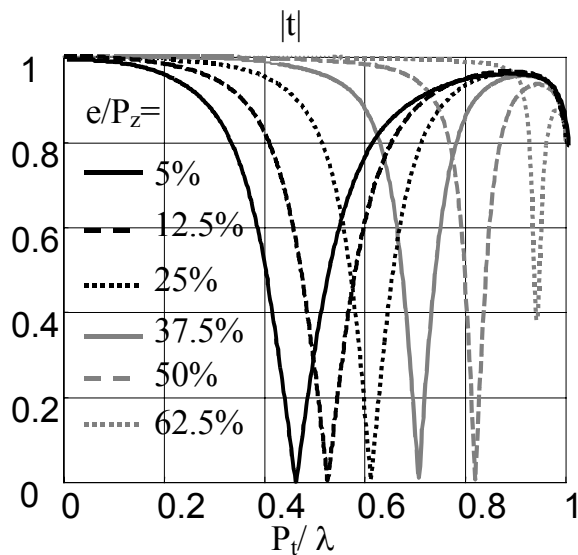


Figure II-21 -  $|t|$ ,  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ , pour différents  $e/P_z$

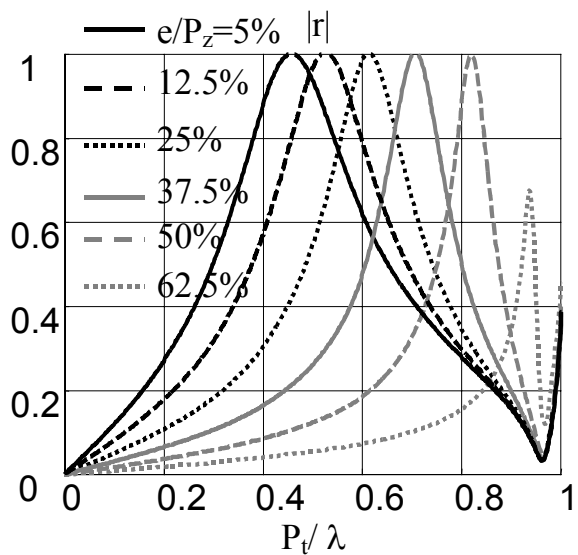


Figure II-22 -  $|r|$ ,  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ , pour différents  $e/P_z$

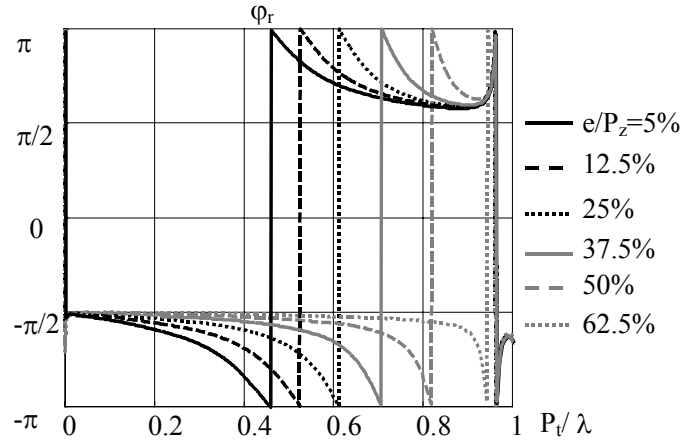


Figure II-23 - Phase du coefficient de réflexion  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ , pour différents  $e/P_z$

#### II.4 Calcul analytique/numérique simple pour les tiges continues

La méthode FDTD utilisée jusque là est très abordable pour l'étude des structures infinies où on se contente de travailler sur une seule cellule. Par contre, elle devient très vite lourde, dès que l'on souhaite traiter des structures de taille finie qui exigent la prise en compte de la totalité de la géométrie. Nous nous sommes donc intéressés à une méthode 'élément par élément' bien adaptée au traitement des tiges métalliques infiniment longues. Elle permet de calculer le champ diffracté par toutes les tiges. Pour simplifier le calcul, l'onde diffractée par chaque tige est considérée de forme cylindrique. Cette approximation est valable si le diamètre des tiges est faible devant la longueur d'onde.

La méthode décrite ici est appelée méthode analytique/numérique, car elle exige quand même un ordinateur pour résoudre des formules analytiques.

Appelons  $D$  la distance entre le point d'observation  $P$ , où est calculé le champ total et la surface composée de  $2N+1$  tiges (Figure II-24).

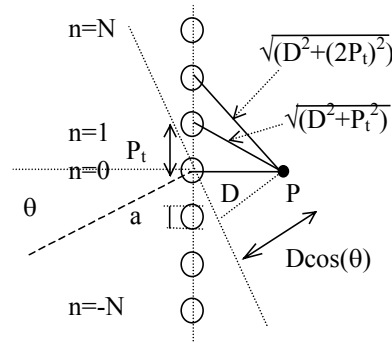


Figure II-24 - Position du point d'observation  $P$  pour le calcul du champ total

Le champ total est décomposé en champ incident et champ diffracté par les tiges [35] :

$$E_{\text{tot}}(D) = E_{\text{inc}}(D) + \sum_{n=-N}^N K_n E_{\text{dn}}(D) \quad (II-17)$$

$K_n$  étant des inconnues à déterminer.

Le champ incident s'écrit :

$$E_{\text{inc}}(D) = \exp(-jkD \cos(\theta)) \quad (II-18)$$

Avec l'approximation du diamètre  $a$  faible, la forme du champ diffracté d'une tige s'écrit :

$$E_{\text{dn}}(D) = H_0^2 \left( k \sqrt{D^2 + (nP_t)^2} \right) \quad (II-19)$$

$H_0^2$  étant la fonction de Hankel de deuxième espèce et d'ordre 0 et exprimant la forme d'une onde cylindrique.

Pour  $N$  tendant vers l'infini, la condition de Floquet permet d'écrire :

$$K_n = K_0 \exp(-jknP_t \sin(\theta)) \quad (II-20)$$

$K_0$  étant le poids de l'élément central ( $n=0$ ). Il n'y a qu'une seule inconnue ( $K_0$ ) pour déterminer le champ diffracté :

$$\sum_{n=-N}^N K_n E_{\text{dn}}(D) = K_0 \sum_{n=-N}^N \exp(-jknP_t \sin(\theta)) E_{\text{dn}}(D) \quad (II-21)$$

L'inconnue  $K_0$  est obtenue en annulant le champ électrique total  $E_{\text{tot}}$  sur la surface de la tige métallique centrale :

$$K_0 = - \frac{E_{\text{inc}}(D)}{\sum_{n=-N}^N \exp(-jknP_t \sin(\theta)) E_{\text{dn}}(D)} \Big|_{D=a/2} \quad (II-22)$$

Ecrive de cette façon, la condition de champ nul est vérifiée en un seul point ce qui conduit à un manque de précision. Pour être plus précis, dans l'équation (II-22),  $D$  est pris égale à 0 pour toutes les tiges sauf pour la tige du milieu ( $n=0$ ) où  $D$  est pris égale à  $a/2$  (sinon  $H_0^2$  diverge). De cette façon pour toutes les tiges sauf une, la condition étant vérifiée au point central, c'est comme si elle était vérifiée sur toute la surface de la tige  $n=0$ .

On en déduit les coefficients ( $r$ ,  $t$ ) :

$$t = \frac{E_{\text{tot}}(D)}{E_{\text{inc}}(D)}, \text{ avec } D > P_t \quad (\text{II-23})$$

Le diamètre des tiges étant faible,

$$r = t - 1 \quad (\text{II-24})$$

Ce calcul a été programmé sur MATLAB (logiciel de calcul mathématique) avec  $N$  de l'ordre de  $10^4$  (pour assurer la convergence). Nous comparons cette méthode avec la FDTD pour une incidence normale ( $\theta=0$ ).

Pour  $a/P_t=5\%$ , La méthode 'élément par élément' donne des résultats qui coïncident bien avec les résultats donnés par la FDTD jusqu'à  $P_t/\lambda \approx 0,8$  (Figure II-25 et Figure II-26).

Pour  $a/P_t=30\%$  la concordance avec la FDTD est moins bonne à cause de l'approximation du diamètre des tiges faible (Figure II-28, Figure II-29 et Figure II-30).

La méthode 'élément par élément' n'est pas systématiquement plus rapide que la FDTD car elle nécessite de faire une somme sur un nombre important de termes. Néanmoins elle ne nécessite pas de partie maillage ce qui la rend plus simple à utiliser. Elle nous sera d'une plus grande utilité dans le chapitre V où nous étudions les structures cylindriques.

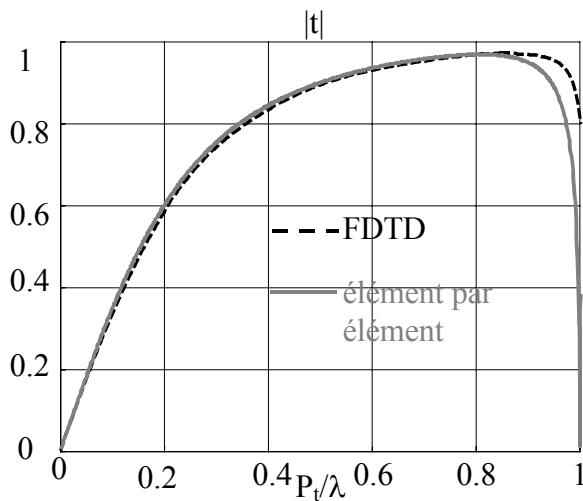


Figure II-25 -  $|t|$ , obtenu par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=5\%$ .

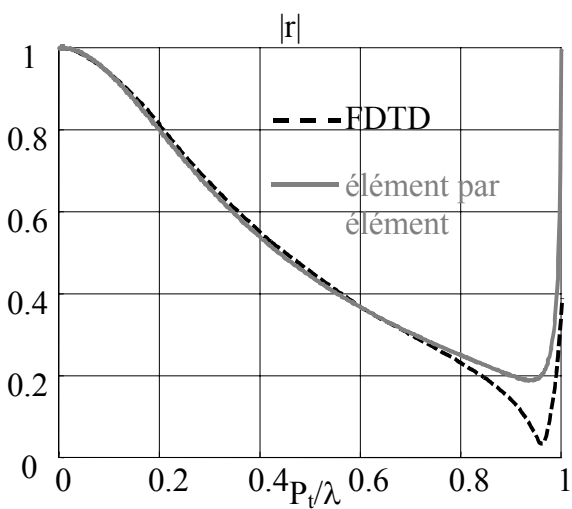


Figure II-26 -  $|r|$ , obtenu par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=5\%$ .

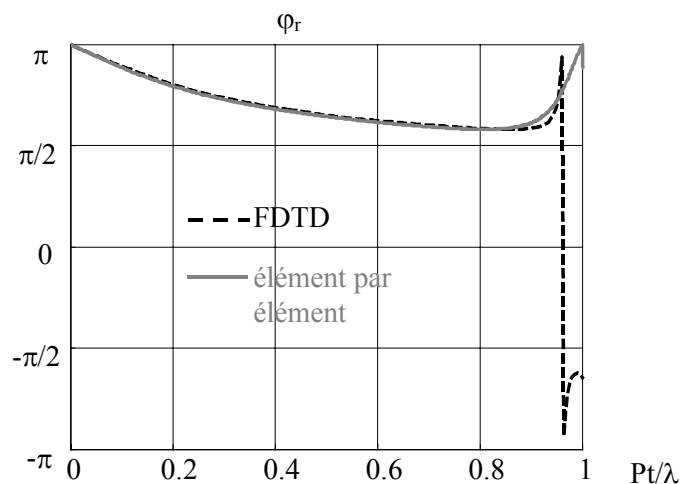


Figure II-27 - Phase de  $r$ , obtenue par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=5\%$ .

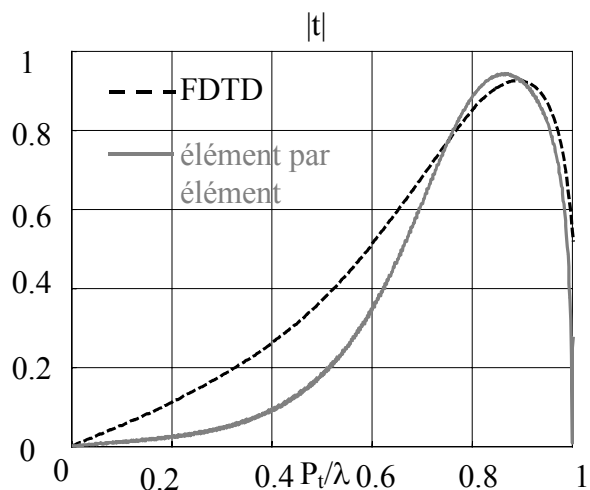


Figure II-28 -  $|t|$ , obtenu par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=30\%$ .

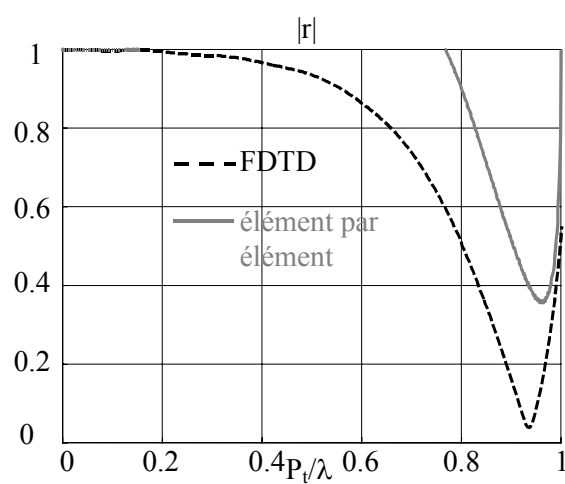


Figure II-29 -  $|r|$ , obtenu par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=30\%$ .

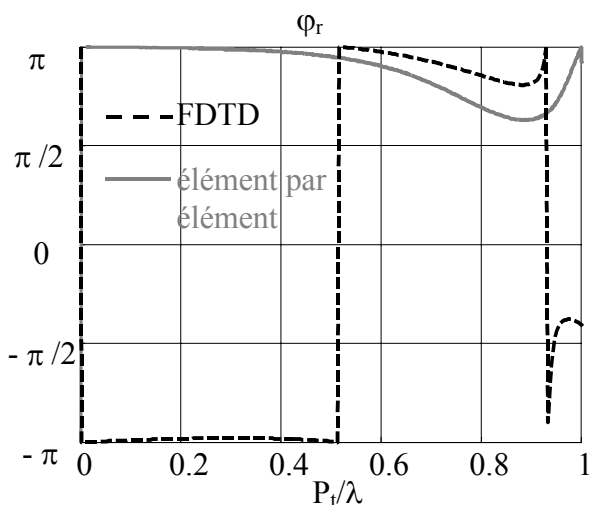


Figure II-30 -  $\phi_r$ , obtenue par FDTD et par la méthode analytique/numérique  $a/P_t=30\%$ .

Notons, enfin, que la convergence peut être beaucoup plus rapide si on utilise la formule de Poisson pour écrire sous une autre forme la somme des fonctions de Hankel [80] :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} H_0^2 \left( k \sqrt{D^2 + (nP_t)^2} \right) \quad (II-25)$$

En utilisant la formule de Poisson :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} f(nP_t) = \frac{1}{P_t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \hat{f} \left( \frac{m}{P_t} \right) \quad (II-26)$$

avec

$$\hat{f}(v) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-j.2\pi.v.x) dx \quad (II-27)$$

Et sachant que la transformée de Fourier de la fonction de Hankel s'écrit [80] :

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_0^2 \left( k \sqrt{D^2 + x^2} \right) \exp(-j.2\pi.v.x) dx = 2 \frac{\exp \left( -j.\sqrt{k^2 - v^2} |D| \right)}{\sqrt{k^2 - v^2}} \quad (II-28)$$

On obtient finalement :

$$\begin{aligned} \sum_{n=-\infty}^{\infty} H_0^2 \left( k \sqrt{D^2 + (nP_t)^2} \right) &= j \frac{2}{P_t} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{\exp \left( -\sqrt{\left( \frac{2\pi m}{P_t} \right)^2 - k^2} |D| \right)}{\sqrt{\left( \frac{2\pi m}{P_t} \right)^2 - k^2}} \\ &= \frac{2}{P_t} \frac{1}{k} \exp(-jk|D|) + \frac{4j}{P_t} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\exp \left( -\sqrt{\left( \frac{2\pi m}{P_t} \right)^2 - k^2} |D| \right)}{\sqrt{\left( \frac{2\pi m}{P_t} \right)^2 - k^2}} \end{aligned} \quad (II-29)$$

qui converge plus rapidement. De plus, la somme écrite de cette façon permet d'identifier le premier terme comme la contribution au mode fondamental et les autres termes les différentes



contributions des modes de Floquet supérieurs qui sont évanescents tant que  $\left(\frac{2\pi m}{P_t}\right)^2 - k^2 \geq 0$

soit pour  $m=1$ , tant que  $f \leq f_{LR0} = \frac{c}{P_t}$ . Lorsque  $kD \ll 1$  on peut écrire [80] :

$$\sqrt{\left(\frac{2\pi m}{P_t}\right)^2 - k^2} \approx \frac{2\pi m}{P_t} \quad (II-30)$$

En utilisant ce résultat dans l'éq. II-29, nous voyons que les modes supérieurs deviennent négligeables pour une distance  $D$  de l'ordre de la période  $P_t$ . [80] ( $\exp(-2\pi)/(2\pi) \approx 3.10^{-4}$ ).

Ici, nous ne développons pas plus l'étude des modes de Floquet de la surface périodique souvent étudiés dans la littérature (réf. [4], [80]).

## II.5 Mesure

Des mesures ont été effectuées pour caractériser une structure de tiges métalliques dans une chambre anéchoïde centimétrique (Figure II-31).

Les paramètres de la structure sont :  $P_t=12\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $n_t=38$ ,  $L_T=300\text{mm}$ . La position de la structure par rapport aux antennes émettrice et réceptrice est donnée par  $D_1=760\text{mm}$  et  $D_2=530\text{mm}$  (cf. Figure II-32).

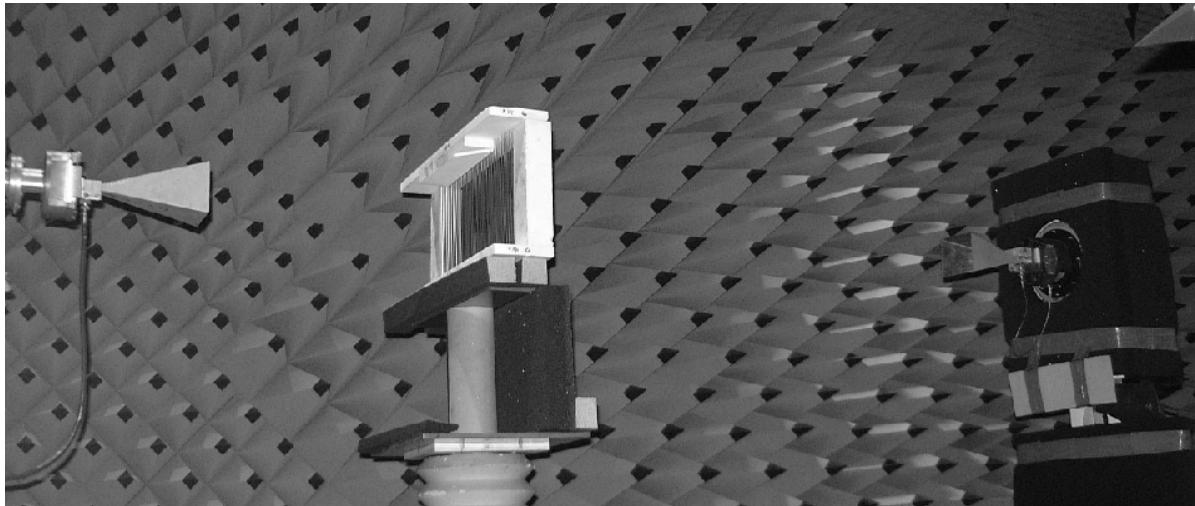


Figure II-31 - Chambre anéchoïde. Structure périodique de tiges métalliques sur socle en mousse absorbante (au centre sur la photo) illuminée par une antenne cornet émettrice (à droite) ; Antenne cornet à la réception (à gauche).

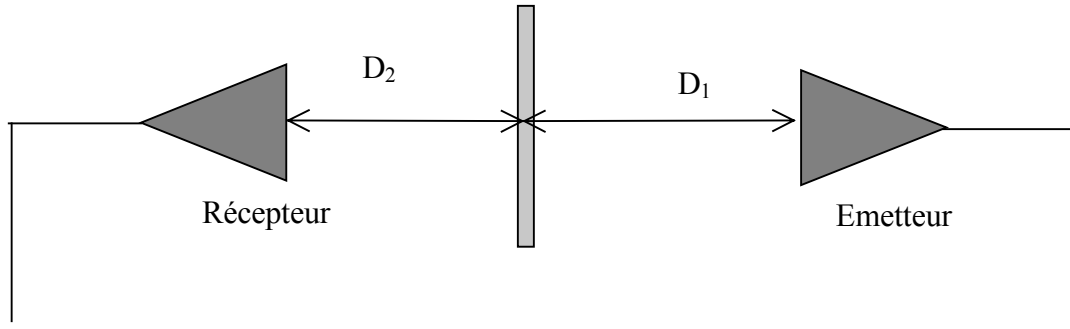


Figure II-32 - Schéma de la mesure.

La mesure du coefficient de transmission est effectuée dans la bande 7.1GHz-12GHz qui a nécessité l'utilisation de trois cornets différents. Dans la Figure II-33, il est comparé la mesure avec le résultat donné par la méthode décrite au paragraphe II.4., c'est à dire la méthode analytique/numérique. Pour cette dernière méthode, nous donnons toute la bande de 0 à  $P_t/\lambda=1$  de la courbe de  $|t|$ .

La méthode analytique/numérique est ainsi validée par la mesure. Les mesures de structures avec plusieurs couches seront présentées ultérieurement.

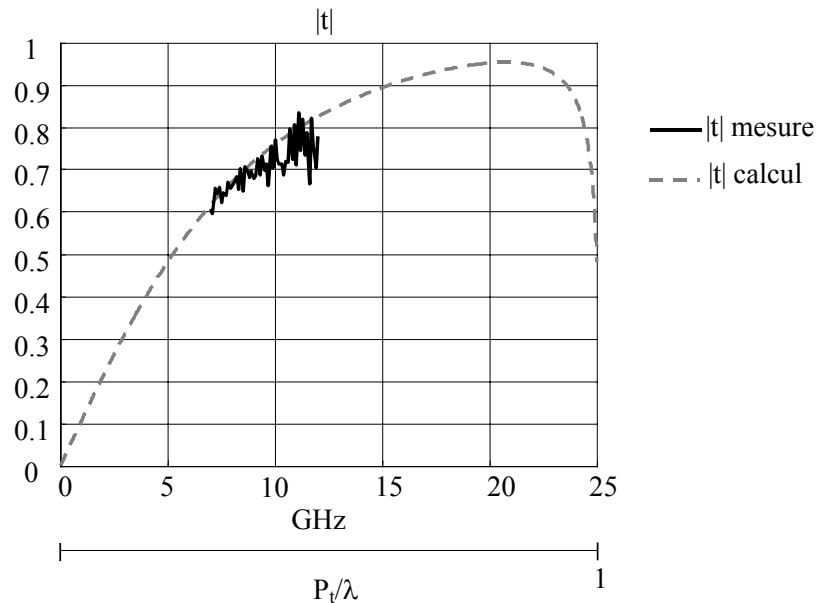


Figure II-33 -  $|t|$ , Comparaison mesure/calcul  $P_t=12mm$ ,  $a=1mm$ ,  $n_t=38$  tiges,  $L_T=300mm$ .

## II.6 Modèle de circuit

A une surface de caractéristiques  $(r, t)$  nous pouvons faire correspondre un modèle de circuit sous forme de quadripôle. Le modèle de circuit nous sera utile pour l'étude de l'impédance d'entrée d'une source insérée dans une cavité Fabry-Pérot (chapitre III) et pour l'étude de l'équation de dispersion (chapitre III) .

Deux modèles sont envisagés, selon le diamètre des tiges.

### II.6.1 Cas général

Il s'agit de proposer, pour la surface semi-réfléchissante, un modèle de circuit, c'est à dire un quadripôle. Ainsi aux deux coefficients complexes ( $r$ ,  $t$ ), nous devons faire correspondre deux autres coefficients complexes permettant de caractériser le quadripôle qui est forcément symétrique. En prenant en compte ces remarques, le modèle de circuit que l'on choisit est un circuit en T avec deux admittances normalisées  $y_1$  et  $y_2$  (Figure II-34).

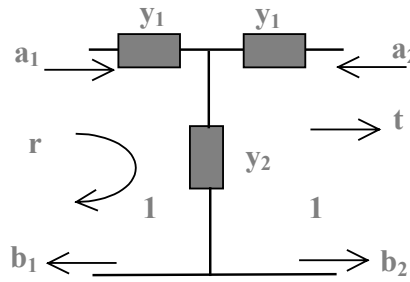


Figure II-34 - Modèle de circuit de la surface périodique.

La matrice chaîne de ce quadripôle s'écrit [38] :

$$\begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{y_2}{y_1} & \frac{2}{y_1} + \frac{y_2}{y_1^2} \\ y_2 & 1 + \frac{y_2}{y_1} \end{pmatrix} \quad (II-31)$$

Les formules de passage de la matrice chaîne à la matrice S (cf. [38]) s'écrivent :

$$S_{21} = t = \frac{2}{2b + c + d} \quad (II-32)$$

$$S_{11} = r = \frac{c - d}{2b + c + d} \quad (II-33)$$

Après quelques calculs, on en déduit ( $y_1$ ,  $y_2$ ) en fonction de ( $r$ ,  $t$ ) :

$$y_1 = \frac{r - t - 1}{t - r - 1} \quad (II-34)$$

$$y_2 = \frac{(r - t - 1)(t + r - 1)}{2t} \quad (II-35)$$

Les impédances correspondantes s'écrivent :

$$Z_1 = \frac{1}{y_1} * 120\pi \quad (II-36)$$

$$Z_2 = \frac{1}{y_2} * 120\pi \quad (II-37)$$

### II.6.1.1 Tiges continues

La Figure II-35 et la Figure II-36 donne les impédances  $Z_1$  et  $Z_2$  pour une rangée de tiges continues pour  $a/P_t=5\%$ . La Figure II-37 et la Figure II-38 donne ces impédances pour  $a/P_t=30\%$ .

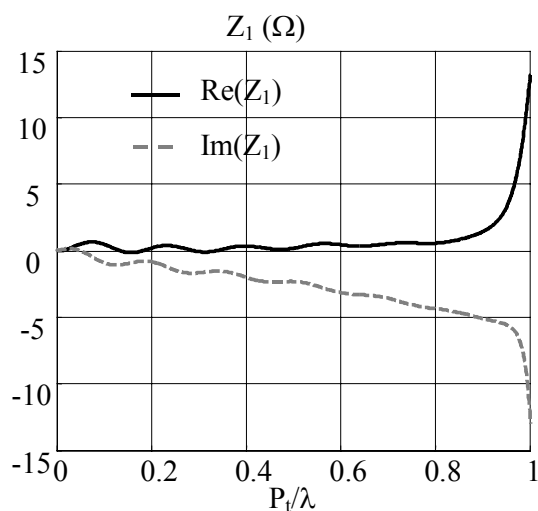


Figure II-35 -  $Z_1$  (partie réelle et partie imaginaire) pour  $a/P_t=5\%$ .

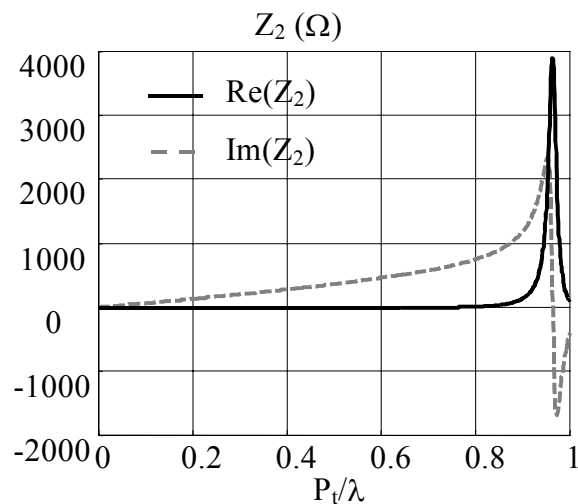


Figure II-36 -  $Z_2$  (partie réelle et partie imaginaire) pour  $a/P_t=5\%$ .

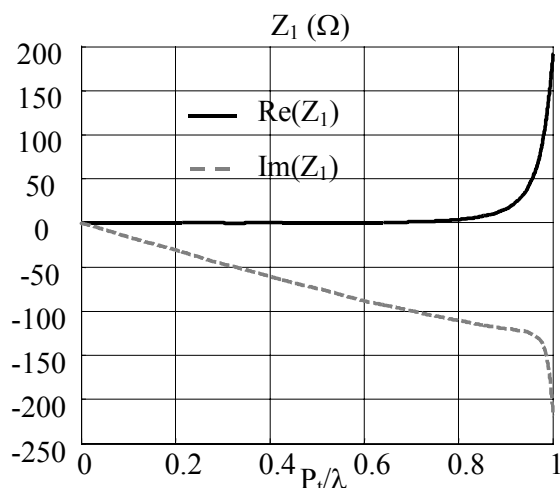


Figure II-37 -  $Z_1$  (partie réelle et partie imaginaire) pour  $a/P_t=30\%$ .

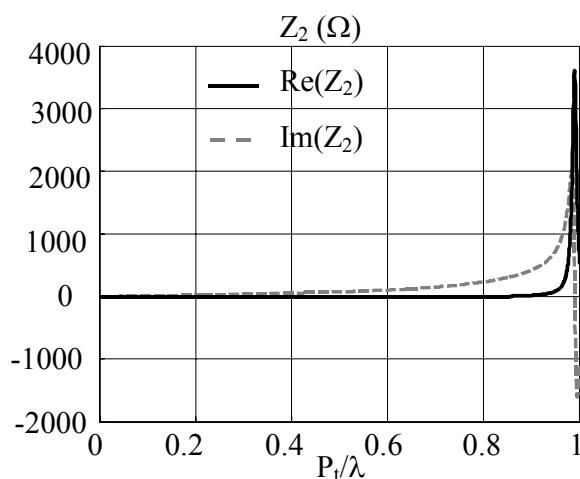


Figure II-38 -  $Z_2$  (partie réelle et partie imaginaire) pour  $a/P_t=30\%$ .

Remarque : pour  $a/P_t=5\%$ ,  $Z_1$  est faible devant  $Z_2$  (dans le paragraphe II.6.2,  $Z_1$  sera négligé)

Pour  $a/P_t=30\%$ ,  $Z_1$  n'est plus négligeable devant  $Z_2$ . Pour les deux cas,  $a/P_t=5\%$  et  $a/P_t=30\%$ , la partie réelle de  $Z_2$  est faible devant la partie imaginaire, jusqu'à  $P_t/\lambda \approx 0.95$ . La partie imaginaire de  $Z_2$  est toujours positive, la surface a donc un comportement inductif.

### II.6.1.2 Tiges discontinues

De la même manière que pour la surface à tiges continues nous utilisons, un quadripôle en T pour la surface à tiges discontinues. Pour  $a/P_t=5\%$ ,  $P_z=P_t$  et  $e/P_z=5\%$  sont tracés  $Z_1$  (Figure II-39) et  $Z_2$  (Figure II-40). Les figures II-41 et II-42 donnent les mêmes paramètres pour  $e/P_z=30\%$ . On constate que la surface à tiges discontinues est capacitive jusqu'à la fréquence de résonance des segments de longueur  $(P_z-e)$  et devient inductive après cette fréquence.  $Z_1$  diminue en augmentant  $e/P_z$ .

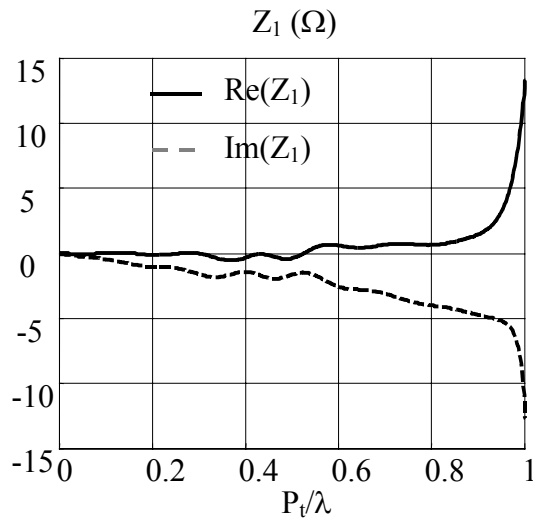


Figure II-39 -  $Z_1$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_z=P_t$ ,  $e/P_z=5\%$ .

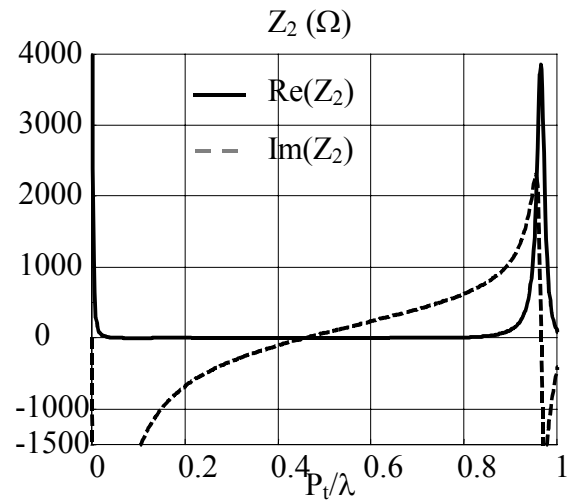


Figure II-40 -  $Z_2$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_z=P_t$ ,  $e/P_z=5\%$ .

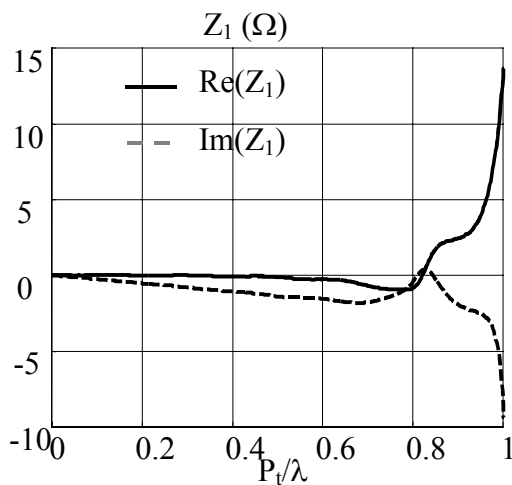


Figure II-41 -  $Z_1$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_z=P_t$ ,  $e/P_z=30\%$ .

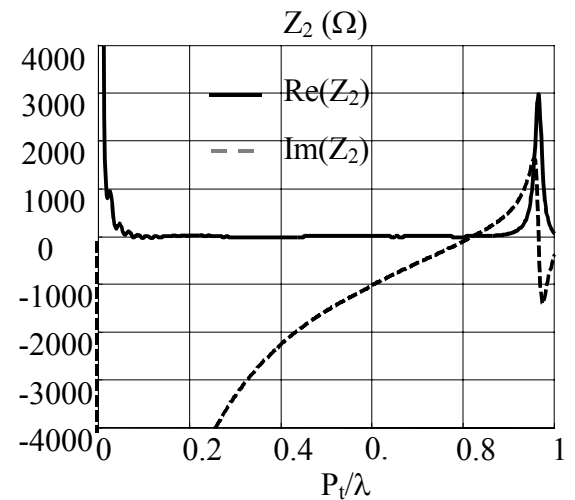


Figure II-42 -  $Z_2$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_z=P_t$ ,  $e/P_z=30\%$ .

### II.6.2 Diamètre des tiges faible ( $a/P_t < 10\%$ )

Lorsque le diamètre des tiges est faible ( $a/P_t < 10\%$ ),  $Z_1$  peut être négligé devant  $Z_2$  (cf. remarque du paragraphe II.6.1). Le modèle peut alors être simplifié à une seule admittance équivalente  $y$  (Figure II-43).

Cela est équivalent à poser  $r+1=t$  (condition valable uniquement pour un diamètre des tiges faible).

( $r$ ,  $t$ ) s'écrivent ainsi en fonction de  $y$  :

$$r = \left( \frac{b_1}{a_1} \right)_{a_2=0} = \left( \frac{b_2}{a_2} \right)_{a_1=0} = \frac{1-(y+1)}{1+(y+1)} = \frac{-y}{y+2} \quad (II-38)$$

$$t = r+1 = \frac{2}{y+2} \quad (II-39)$$

L'admittance équivalente normalisée de la surface est donnée, en fonction de ' $t$ ' ou ' $r$ ', par :

$$y = \frac{2(1-t)}{t} = \frac{-2r}{1+r} \quad (II-40)$$

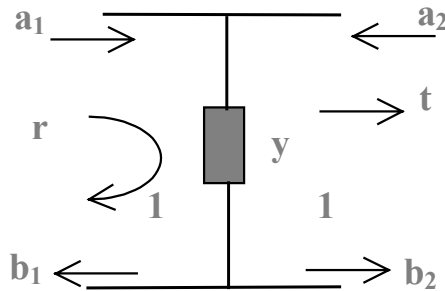


Figure II-43 - Modèle de circuit de la surface périodique lorsque le diamètre des tiges est faible.

## II.7 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de faire l'analyse des surfaces périodiques planaires. D'abord, il a été donné les conditions à respecter pour obtenir une bonne caractérisation d'une rangée de tiges métalliques (*distance minimale, finitude*).

Ces caractéristiques ont été ensuite données pour différentes valeurs du rapport diamètre des tiges/période transversale pour le mode fondamental. Cette étude paramétrique sera d'une grande utilité dans le chapitre suivant, puisque les caractéristiques d'une seule rangée seront utilisées pour obtenir les caractéristiques de plusieurs rangées mises en cascade.

Une méthode de calcul ‘élément par élément’ a été ensuite proposée pour obtenir les caractéristiques d’une rangée de tiges métalliques pour un diamètre des tiges faible devant la longueur d’onde.

Enfin, nous avons présenté le modèle de circuit de la surface, qui nous sera très utile pour étudier l’impédance vue par une source lorsqu’elle se trouve dans une cavité Fabry-Pérot ou pour obtenir le diagramme de dispersion de la structure périodique infinie.

## CHAPITRE III :

### Structures périodiques planaires multicouches

---

#### III.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de décrire la démarche adoptée pour caractériser et analyser les structures périodiques planaires multicouches.

La caractérisation d'une surface semi-réfléchissante réalisée dans le chapitre précédent nous permet d'analyser la *structure multicouche* en utilisant les formules de la *cavité de l'interféromètre de Fabry-Pérot* (1899). Ces formules permettent d'obtenir la forme des courbes de transmission et de réflexion, les lieux de résonance et les niveaux de réflexion et de transmission dans les "*bandes interdites*".

Le problème de l'insertion de la source d'onde plane à l'intérieur de la cavité Fabry-Pérot est étudié.

La structure infinie dans toutes les directions est enfin analysée. Il est donné les caractéristiques en diagrammes de dispersion en 1-D et en 2-D.

#### III.2 Méthode de l'interféromètre de Fabry-Pérot

La connaissance des caractéristiques de la surface semi-réfléchissante qui constitue les structures multicouches, permet de déduire le comportement de ces dernières en considérant les réflexions multiples à l'intérieur d'une cavité du type Fabry-Pérot (c'est à dire une cavité composée de deux surfaces semi-réfléchissantes planes). Cela permet d'obtenir des formules simples pour extraire les caractéristiques et faire la synthèse des structures multicouches.

L'approche de la cavité Fabry-Pérot a également été utilisée dans les références [36][37].



La méthode utilisée pour caractériser les structures multicouches est donc une méthode hybride (FDTD pour la couche seule et formule analytique pour la structure complète).

L'approximation de cette méthode consiste à considérer uniquement le mode fondamental des ondes diffractées par la surface périodique. Les autres modes qui sont évanescents interviennent quand même dans la caractérisation de la structure multicouche. Ces modes sont croissants en fonction de la fréquence jusqu'à l'apparition des premiers lobes de réseaux à  $P_t/\lambda=1$  (où le premier mode a la même amplitude que le mode fondamental). Cette approche sera donc d'autant plus précise que la fréquence est basse (typiquement  $P_t < 0,8\lambda$ ).

Classiquement, l'interféromètre de Fabry-Pérot est étudié avec une onde plane d'excitation venant de l'extérieur et frappant par exemple la face gauche de la cavité (Figure III-1). On étudie alors le coefficient de transmission correspondant à l'onde sortante de la face droite. Cette excitation ne correspond pas à la configuration antennaire qui nous intéresse. Nous allons donc étudier d'une part la configuration classique avec une source d'excitation extérieure et d'autre part une configuration nouvelle où la source se trouve à l'intérieur.

### III.2.1 Source à l'extérieur de la cavité Fabry-Pérot ou de la structure multicouche

#### III.2.1.1 Structures à deux couches

Considérons deux surfaces semi-réfléchissantes de mêmes caractéristiques ( $r, t$ ), espacées de la distance  $D$  et illuminées par une onde plane venant de l'extérieur (Figure III-1).

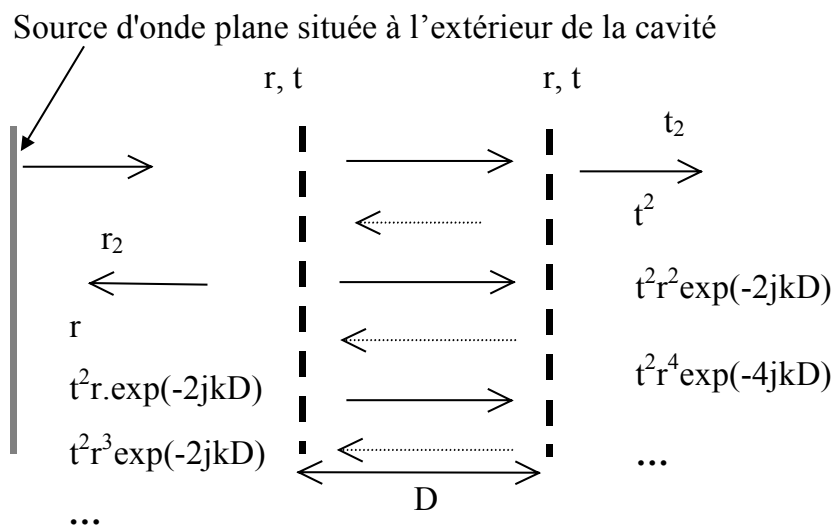


Figure III-1 - Cavité Fabry-Pérot excitée par une onde plane extérieure .

En sommant à l'infini les multiples ondes réfléchies et transmises, et en identifiant la somme d'une série géométrique (sachant que  $|r|^2 < 1$ ), on obtient les coefficients de transmission ( $t_2$ ) et de réflexion ( $r_2$ ) classiques de la structure à deux couches en fonction de ( $r$ ,  $t$ ) et  $D$  :

$$t_2 = t^2 \exp(-jkD) \sum_{n=0}^{\infty} r^{2n} \exp(-2jn kD) = \frac{t^2 \exp(-jkD)}{1 - r^2 \exp(-2jkD)} \quad (III-1)^4$$

$$= \frac{t^2 \exp(-jkD)}{1 - |r|^2 \exp(-2j(kD - \varphi_r))}$$

$$r_2 = r \left( 1 + \frac{t^2 \exp(-2jkD)}{1 - r^2 \exp(-2jkD)} \right) \quad (III-2)$$

Dans les figures qui suivent, sont comparés les coefficients  $|t_2|$  donnés par la FDTD (calcul direct) avec ceux obtenus en utilisant la méthode hybride.

Sur les figures III-2 à III-5, le rapport  $a/P_t$  reste constant ( $a/P_t = 5\%$ ) et  $D$  varie de  $0,5P_t$  à  $2P_t$ .

Ces courbes montrent que les deux méthodes donnent rigoureusement les mêmes résultats pour  $P_t$  inférieur à environ  $0,8\lambda$ .

Sur les figures III-6 à III-9 on a  $a/P_t = 30\%$ .  $D$  varie de la même manière que précédemment. Pour  $D = 0,5P_t$  l'approximation de la méthode hybride est plus grande cette fois-ci (Figure III-6). Mais pour  $D \geq P_t$  et  $P_t < 0,8\lambda$ , les résultats coïncident bien.

4

On trouve souvent une autre forme de  $|t_2|^2$  :

$$|t_2|^2 = \frac{|t|^4}{|1 - r^2 \exp(-2jkD)|^2} = \frac{|t|^4}{1 + |r|^4 (\cos^2(2jkD + \varphi_r) + \sin^2(2jkD + \varphi_r)) - 2|r|^2 \cos(2jkD + \varphi_r)}$$

$$|t_2|^2 = \frac{|t|^4}{1 + |r|^4 - 2|r|^2 \cos(2jkD + \varphi_r)} = \frac{(1 - |r|^2)^2}{1 + |r|^4 - 2|r|^2 (1 - 2\sin^2(4jkD + 2\varphi_r))} = \frac{1}{1 + m \sin^2(\varphi)}$$

$$\text{avec } m = \frac{4|r|^2}{(1 - |r|^2)^2}$$

$$\text{et } \varphi = 4kD + 2\varphi_r$$

Cette forme est appelée la fonction d'Airy.

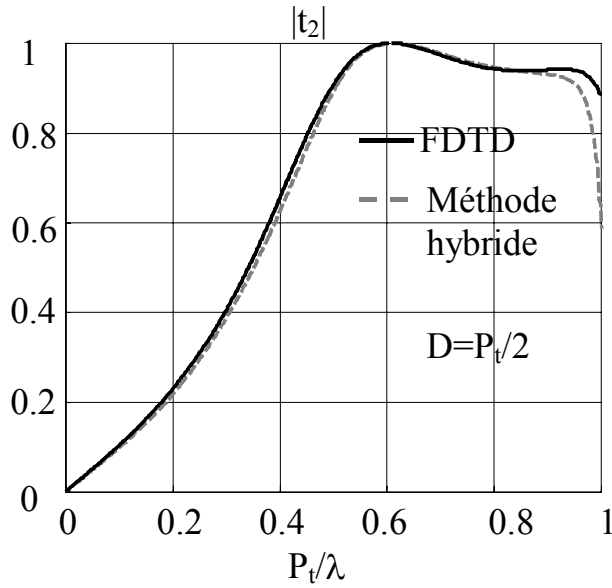


Figure III-2 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $D=P_t/2$   $a/P_t=5\%$ .

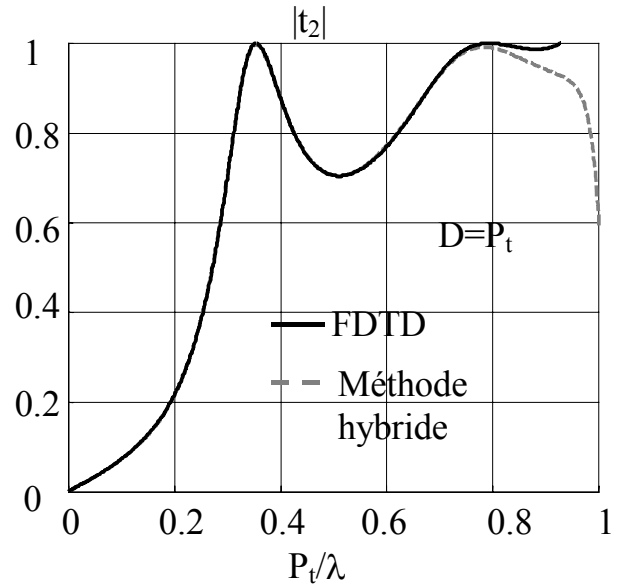


Figure III-3 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $D=P_t$   $a/P_t=5\%$ .

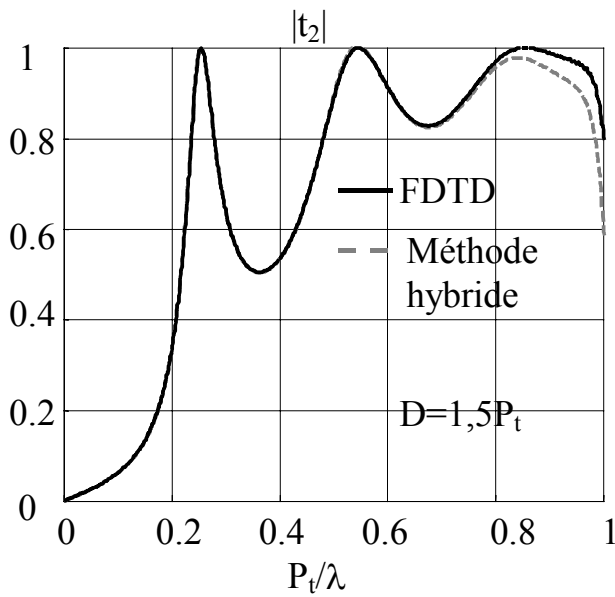


Figure III-4 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $D=1,5P_t$   $a/P_t=5\%$ .

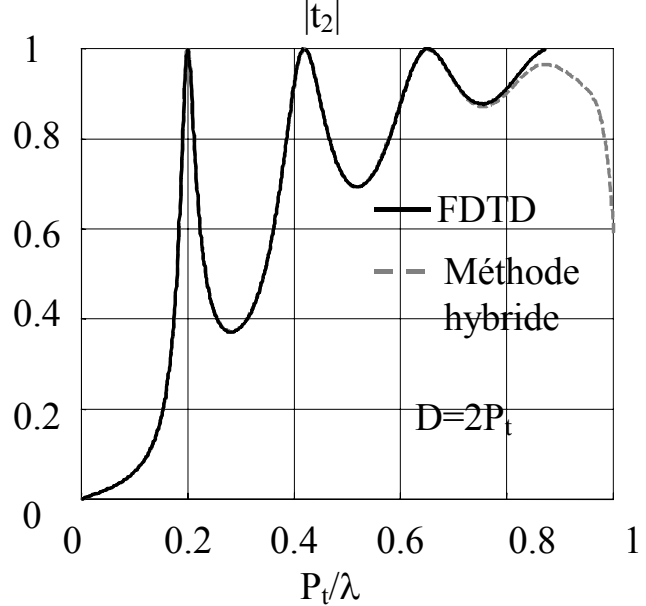


Figure III-5 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $D=2P_t$   $a/P_t=5\%$ .

Il faut signaler que les cas  $D=1.5P_t$  et  $D=2P_t$  pour  $a/P_t=30\%$  demandent plus de temps de calcul en FDTD et plus de fréquences. En effet, à cause de la réflectivité élevée des surfaces, il faut attendre plus longtemps pour converger et il faut un pas fréquentiel plus petit à cause de la sélectivité plus élevée de la cavité. La méthode hybride réduit considérablement le temps de calcul.

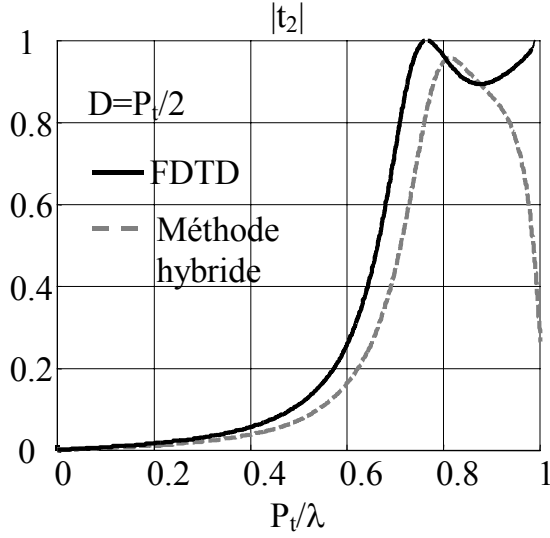


Figure III-6 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride  $D=P_t/2$   $a/P_t=30\%$ .

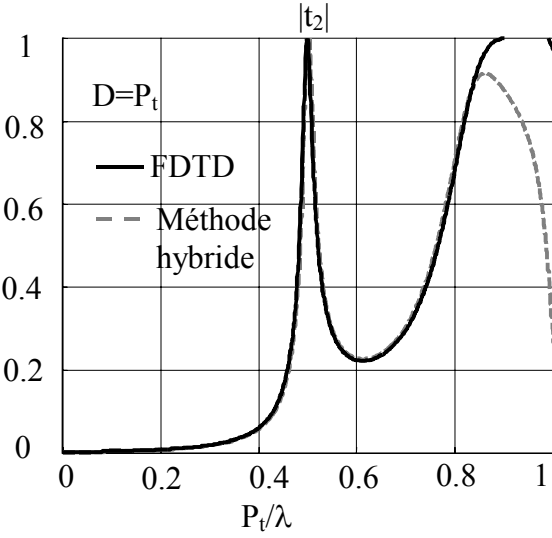


Figure III-7 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride  $D=P_t$   $a/P_t=30\%$ .

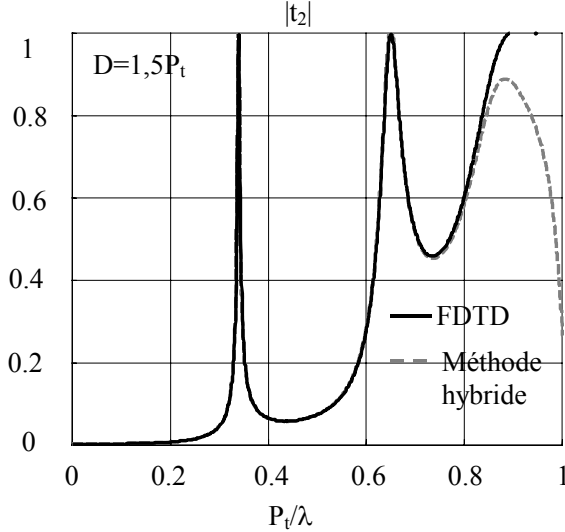


Figure III-8 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride  $D=1.5P_t$   $a/P_t=30\%$ .

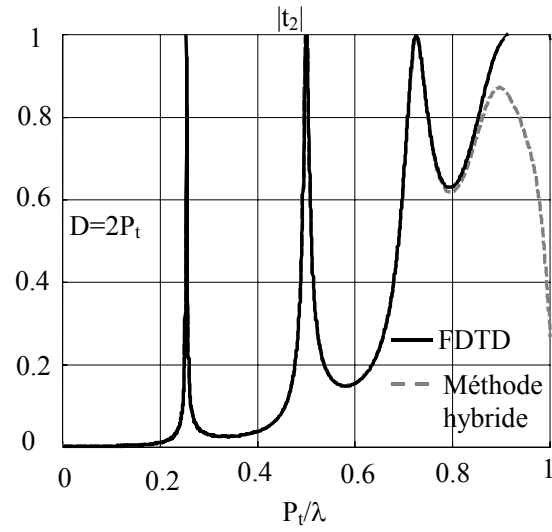


Figure III-9 -  $|t_2|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride  $D=2P_t$   $a/P_t=30\%$ .

Etudions maintenant les renseignements donnés par l'équation (III-1). Les résonances de  $|t_2|$  sont dues à l'exponentielle du dénominateur.

Les pics de résonance ou les lieux des maxima, sont obtenus lorsque toutes les ondes sortantes sont en phase. Ce qui s'écrit :

$$2\varphi_r = 2kD - 2n\pi, \quad n = 0, 1, \dots \Leftrightarrow \boxed{\varphi_r = kD - n\pi}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (III-3)$$

La condition peut également s'écrire  $D = \varphi_r/k + n\lambda/2$ . Notons que dans le cas particulier où  $\varphi_r = \pi$ , la distance entre les surfaces devient  $D = (n+1)\lambda/2$ . Evidemment, on n'a pas toujours

$\varphi_r = \pi$  (comme il a été vu au chapitre II), mais ce cas particulier est important car il correspond à la valeur de  $D$  (à  $\lambda/2$  près) souvent utilisée en littérature par analogie avec le miroir de Bragg (dans le miroir de Bragg  $\varphi_r = 0$  ou  $\pi$ , d'où  $D = n\lambda/2$  ou  $D = (n+1)\lambda/2$ ).

Aux fréquences de résonance, le niveau des maxima est donné par (en utilisant la relation de conservation d'énergie) :

$$|t_2|_{\max} = \frac{|t|^2}{1 - |r|^2} = \frac{1 - |r|^2}{1 - |r|^2} = 1 \quad (III-4)$$

(Si les pertes étaient prises en compte, le niveau maximum serait inférieur à 1).

Les lieux des minima sont obtenus lorsque deux ondes successives sont en opposition de phase. Ce qui s'écrit :

$$2\varphi_r = 2kD - (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, \dots \Leftrightarrow \boxed{\varphi_r = kD - \frac{\pi}{2} - n\pi}, \quad n = 0, 1, \dots \quad (III-5)$$

Ce qui peut également s'écrire  $D = \varphi_r/k - \lambda/4 + n\lambda/2$ . Dans le cas particulier  $\varphi_r = \pi$ , on a  $D = \lambda/4 + n\lambda/2$ .

Il est intéressant de noter qu'à ces fréquences, correspond le niveau des minima :

$$|t_2|_{\min} = \frac{|t|^2}{1 + |r|^2} = \frac{1 - |r|^2}{1 + |r|^2} \quad (III-6)$$

La Figure III-10 donne  $|t_2|$ , la phase de  $r$  ( $\varphi_r$ ) et les droites  $kD - n\pi$  pour  $D = P_t$  et  $a/P_t = 5\%$ . Les intersections de  $\varphi_r$  et de  $kD - n\pi$  déterminent les maxima de  $|t_2|$  (relation (III-3)). Dans la Figure III-11, on constate que la courbe  $|t_2|$  est délimitée d'une part, par l'enveloppe  $|t_2|_{\max}$  donnée par (III-4) et d'autre part, par l'enveloppe  $|t_2|_{\min}$  donnée par (III-6).

Pour  $D = 2P_t$ , le lieu de résonances et l'enveloppe des minima sont tracés sur les figures III-13 et II-14. Dans ce cas, les enveloppes restent les mêmes, ce qui change est la pente des droites  $kD - n\pi$ . Il y a donc deux fois plus de résonances et un décalage de la première résonance vers les basses fréquences.

La Figure III-15 donne les lieux des minima pour  $D=2P_t$ . Ils correspondent aux intersections de  $\varphi_r$  et de  $kD-n\pi/2$ .

Pour rendre compte de l'effet du rapport  $a/P_t$  sur le lieu des résonances, sont tracés dans la Figure III-16,  $\varphi_r$  pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$  et les points d'intersection de  $\varphi_r$  avec les droites  $kD-n\pi$ , pour  $D=P_t$ .

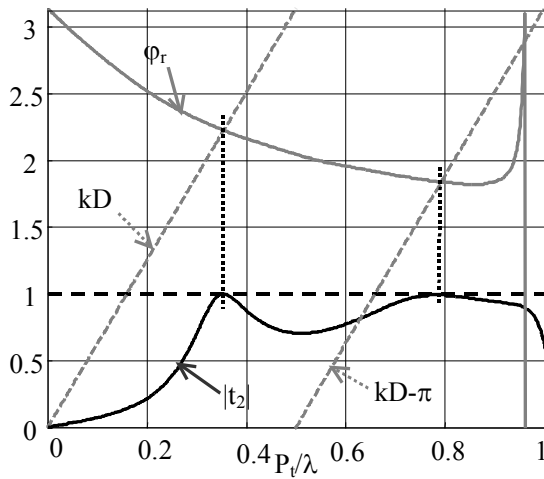


Figure III-10 - Lieu des maxima de  $|t_2|$  (résonances),  $a/P_t=5\%$ ,  $D=P_t$ .

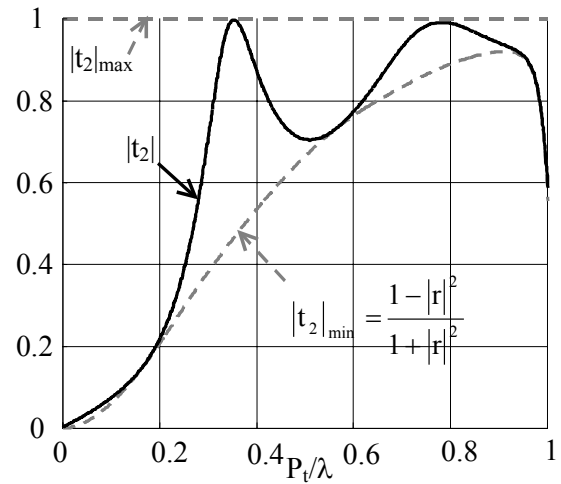


Figure III-11 – Enveloppes des minima et des maxima de  $|t_2|$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $D=P_t$ .

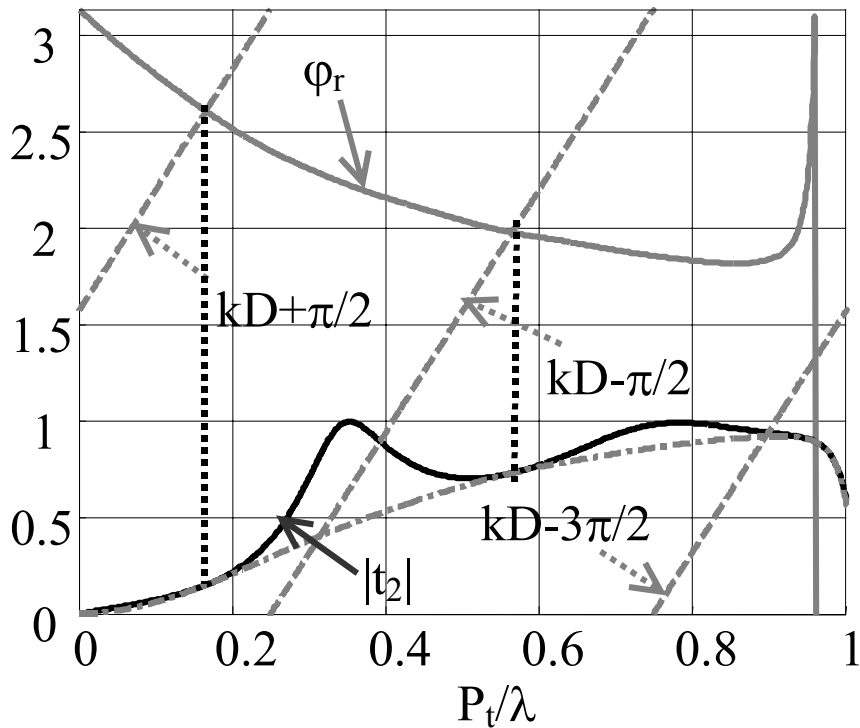


Figure III-12 - Lieu des minima de  $|t_2|$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $D=P_t$ .

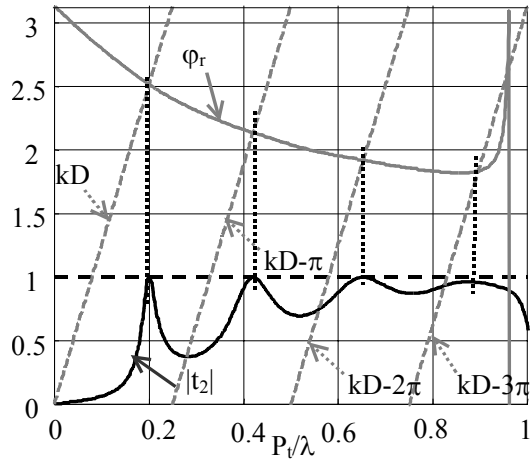


Figure III-13 - Lieu des maxima de  $|t_2|$  (résonances),  $a/P_t=5\%$ ,  $D=2P_t$

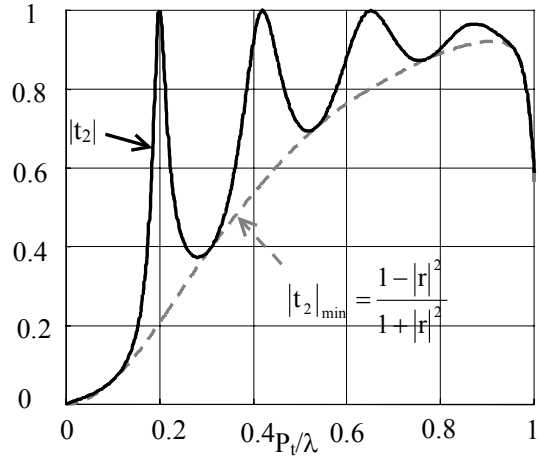


Figure III-14 – Minima de  $|t_2|$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $D=2P_t$

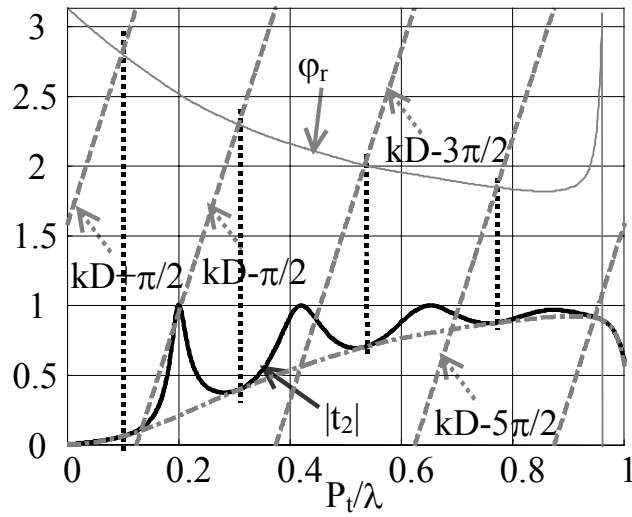


Figure III-15 - Lieu des minima,  $a/P_t=5\%$ ,  $D=2P_t$

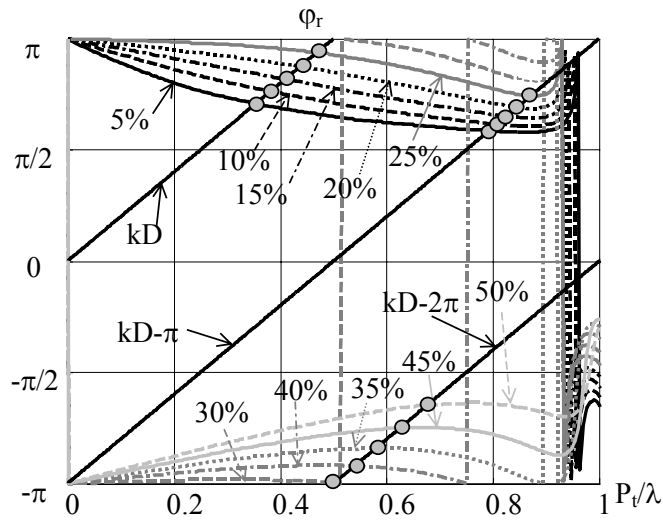


Figure III-16 - Variation des fréquences de résonances normalisées lorsque le rapport  $a/P_t$  varie,  $D=P_t$

Pour la synthèse d'une cavité (d'après l'équation II-23) : Si  $D$  est donné, on déduit la fréquence de résonance à partir de l'intersection de  $\varphi_r$  et des droites  $kD - n\pi$  ; Si c'est la fréquence de résonance qui est donnée, on déduit  $D$  d'après la pente de la droite passant par 0 et  $\varphi_r(f_0)$  ( $D = \varphi_r(f_0) / (k + n\lambda_0/2)$ ).

### III.2.1.2 Structures multicouches

On s'intéresse maintenant à l'étude d'une structure de  $n$  couches. Considérons dans un premier temps la structure constituée de trois couches de la Figure III-17a.  $P_1$ , période longitudinale, désigne la distance entre chacune des couches.

La méthode consiste à remplacer les deux premières couches de gauche par une surface équivalente de caractéristiques  $(r_2, t_2)$  (cf. Figure III-17b). Nous appliquons alors les réflexions multiples entre la surface  $(r_2, t_2)$  et la couche  $(r_1=r, t_1=t)$ . Les paramètres  $(r_2, t_2)$  sont évidemment ceux données par les relations (III-1) et (III-2).

Nous obtenons les caractéristiques  $(r_3, t_3)$  de la structure à trois couches :

$$t_3 = \frac{t_2 t_1 \exp(-jkP_1)}{1 - r_2 r_1 \exp(-2jkP_1)} \quad (III-7)$$

$$r_3 = r_2 + \frac{t_2^2 r_1 \exp(-2jkP_1)}{1 - r_2 r_1 \exp(-2jkP_1)} \quad (III-8)$$

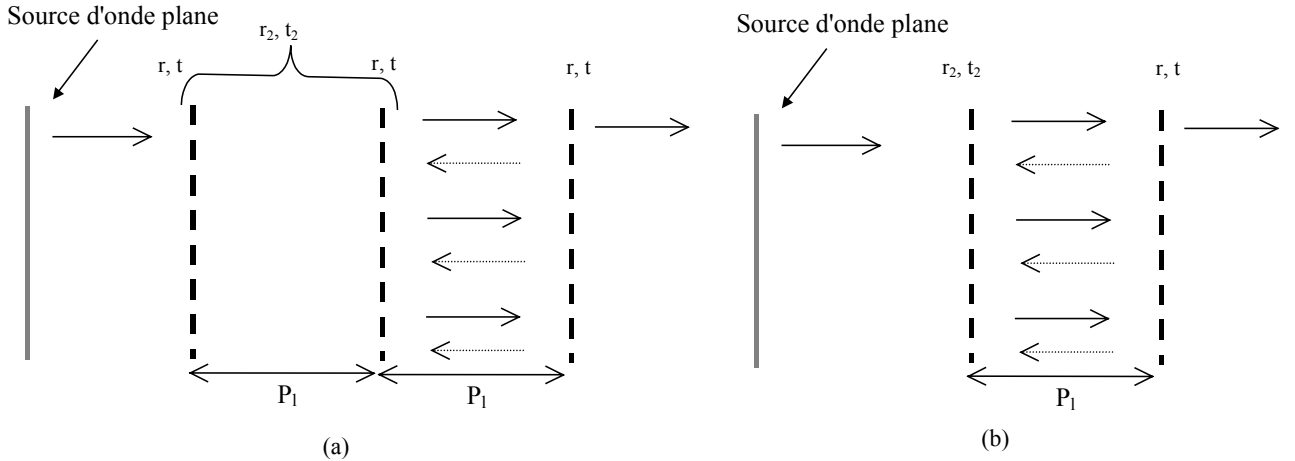


Figure III-17 – (a) Structure à trois couches : mise en cascade de deux couches  $(r_2, t_2)$  avec une couche  $(r, t)$ . (b) Cavité bi-couche correspondante.

La Figure III-18 compare  $|t_3|$  obtenus par calcul direct et par la méthode hybride (en partant de  $(r, t)$ ) et montre que la formule (III-7) est exacte jusqu'à la fréquence normalisée  $P_1/\lambda \approx 0,7$ . Au-delà, le mode supérieur des surfaces (évanescent pour  $P_1/\lambda < 1$ ) fait générer un écart par rapport au résultat exact donné par FDTD.



Les lieux des résonances de  $|t_3|$  sont donnés par la Figure III-19.  $|t_3|$  a deux pics de part et d'autre du pic de  $|t_2|$  (Figure III-20). En remarquant que lorsque  $|t_2|=1$  ( $|r_2|=0$ ),  $|t_3|$  est dans un minimum, on en déduit le niveau de ce minimum :  $|t_3|=1*|t_1|/(1-0)=|t_1|$ . De plus les résonances de  $|t_3|$  interviennent pour  $|t_2|=|t_1|$ . Dans la Figure III-20, sont tracés  $|t_3|$ ,  $|t_2|$  et  $|t_1|$  pour illustrer que les intersections de  $|t_2|$  et  $|t_1|$  donnent les pics de résonances de  $|t_3|$  et que entre deux pics de  $|t_3|$  le minimum est donné par  $|t_1|$ .

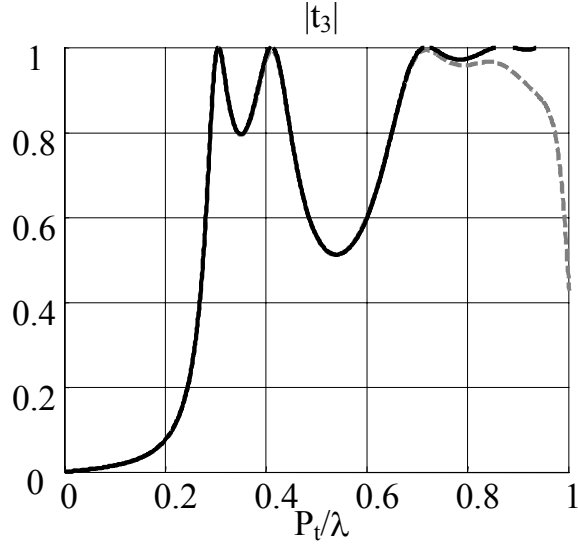


Figure III-18 -  $|t_3|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $a/P_t=5\%$   $P_t=P_r$

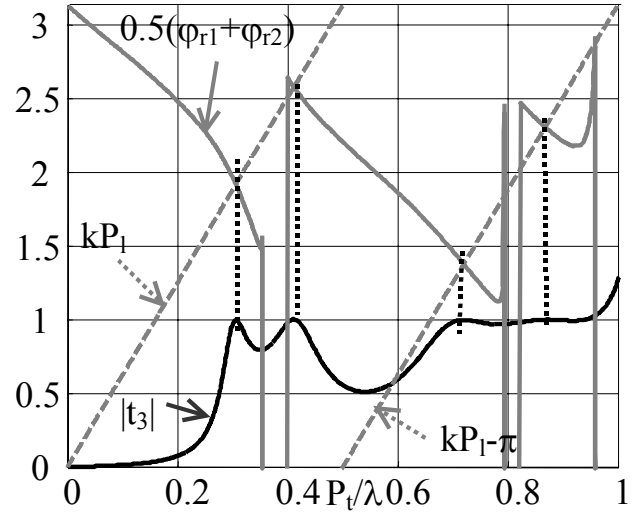


Figure III-19 - Lieux des résonances de  $|t_3|$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $a/P_t=5\%$   $P_t=P_r$

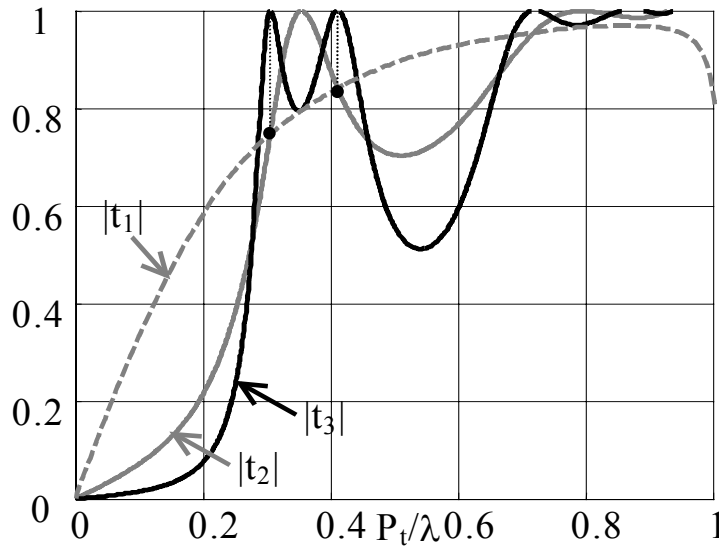


Figure III-20 -  $|t_3|$ , Minimum entre deux pics (correspondant à  $|t_1|$ ) et lieux des résonances (correspondant aux intersections de  $|t_1|$  et  $|t_2|$ ),  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_r$

En généralisant à  $n$  couches, nous obtenons les équations de récurrence suivantes :

$$t_n = \frac{t_{n-1} t_1 \exp(-jkP_1)}{1 - r_{n-1} r_1 \exp(-2jkP_1)} \quad (III-9)$$

$$r_n = r_{n-1} + \frac{t_{n-1}^2 r_1 \exp(-2jkP_1)}{1 - r_{n-1} r_1 \exp(-2jkP_1)} \quad (III-10)$$

En augmentant le nombre de couches, il apparaît deux types de bande : une bande où le module du coefficient de transmission est faible (stoppe bande ou bande interdite) et une bande où le module du coefficient de transmission est proche de 1 avec des pics de résonance (bande passante ou bande propagée) (Figure III-21 et Figure III-23). Le lieu de ses bandes ainsi que leurs définitions seront donnés dans le paragraphe 0.

Dans la première bande propagée, le nombre de pics de transmission est égal au nombre de cavités (Figure III-21 et Figure III-23). Les pics de transmission de  $|t_n|$  interviennent aux intersections de  $|t_{n-1}|$  et  $|t|$  (en effet, nous avons alors  $|t_{n-1}||t|/(1-|r_{n-1}||r|)=1$ , il suffit d'écrire  $|t_{n-1}|^2=1-|r_{n-1}|^2$  et  $|t_1|^2=1-|r_1|^2$ )

$|t_4|$  est donné Figure III-21. les intersections de  $|t_3|$  et  $|t_1|$  correspondent à  $|t_4|=1$  (Figure III-22).

$|t_5|$  est donné Figure III-23. les intersections de  $|t_4|$  et  $|t_1|$  correspondent à  $|t_5|=1$  (Figure III-24).

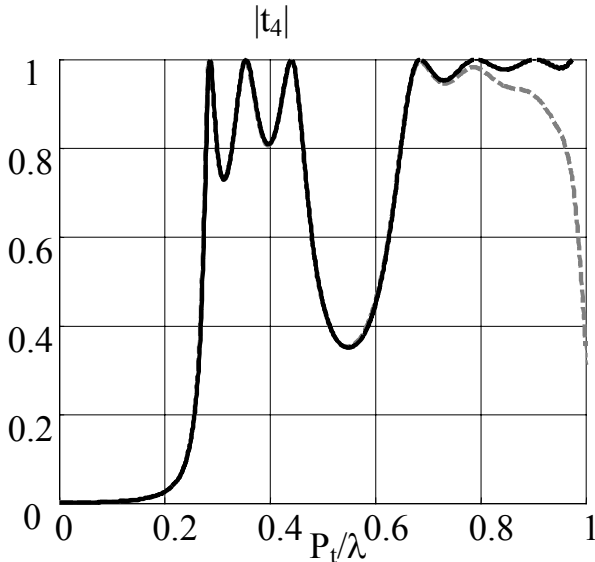


Figure III-21 -  $|t_4|$ , comparaison calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_r$

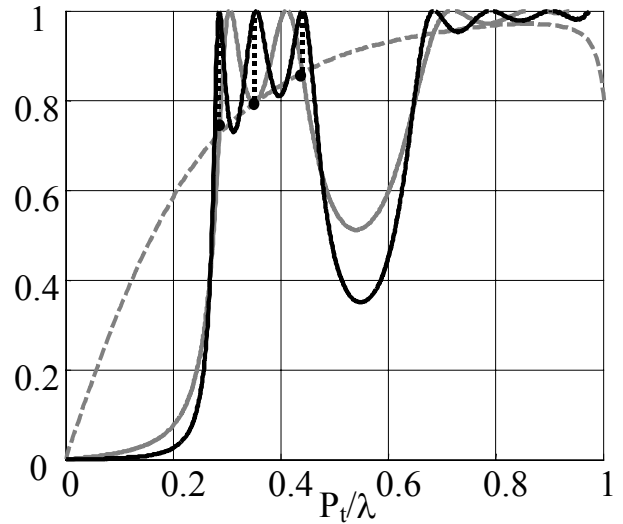


Figure III-22 -  $|t_1|$ ,  $|t_3|$  et  $|t_4|$ , les intersections de  $|t_3|$  et  $|t_1|$  correspondent à  $|t_4|=1$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_r$

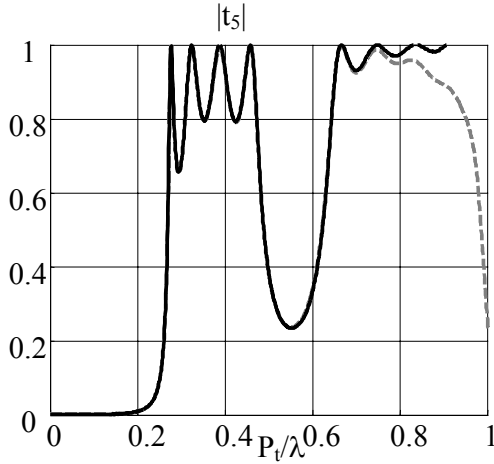


Figure III-23 -  $|t_5|$ , calcul direct (FDTD) et méthode hybride (en tirés)  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_r$ .

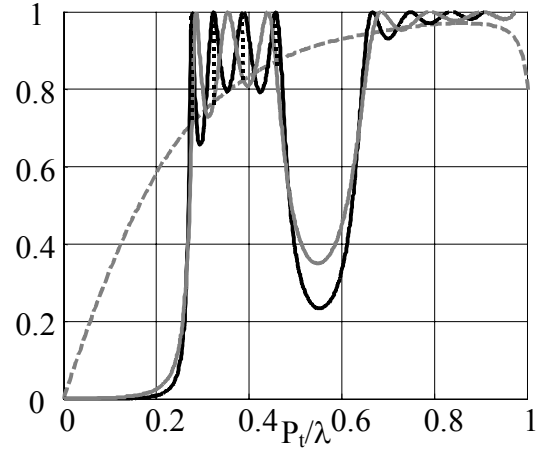


Figure III-24 -  $|t_1|$ ,  $|t_4|$  et  $|t_5|$ , des intersections de  $|t_4|$  et  $|t_1|$  correspondent à  $|t_5|=1$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_r$ .

De la relation  $t_n$ , nous déduisons que le niveau des minima de transmission dans les bandes interdites, est donné par :

$$|t_n|_{\min} = \frac{|t_{n-1} t_1|}{1 + |r_{n-1} r_1|} \quad (III-11)$$

Une meilleure expression peut être obtenue en passant au coefficient de réflexion correspondant. En posant  $|r_n|_{\max}^2 = 1 - |t_n|_{\min}^2$ ,  $|t_{n-1}|^2 = 1 - |r_{n-1}|^2$  et  $|t_1|^2 = 1 - |r_1|^2$ , le maximum du module du coefficient de réflexion est donné par :

$$|r_n|_{\max} = \frac{|r_1| + |r_{n-1}|}{1 + |r_{n-1} r_1|} \quad (III-12)$$

Si nous posons  $f_n = \frac{1 - |r_n|_{\max}}{1 + |r_n|_{\max}}$ , nous obtenons  $f_n = \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right) \left( \frac{1 - |r_{n-1}|}{1 + |r_{n-1}|} \right) = \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right)^n$ , d'où

$$|r_n|_{\max} = \frac{1 - \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right)^n}{1 + \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right)^n} \quad (III-13)$$

Remarques :

- L'expression III-13 est générale (à condition de vérifier l'éq. (II-5) (conservation d'énergie)). Prenons le cas de deux milieux d'indices  $n_1$  et  $n_2$  ( $n_2 \gg n_1$ ) mis en cascades

périodiquement avec les périodes  $P_i$  ( $i=1,2$  selon le milieu). On a  $|r_1|=(n_2-n_1)/(n_2+n_1)$ . On applique III-13, ce qui correspond à des espacements entre chaque milieu de  $P_i=\lambda/(n_i4)$ . On retrouve alors l'expression souvent utilisée dans les miroirs de Bragg :

$$|r_n|_{\max} = \frac{1 - \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^n}{1 + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^n} \quad (III-14)$$

- III-13 permet de voir que les seuls cas où il y a *réflexion totale* ( $|r_n|_{\max}=1$ ) sont obtenus si le module du *coefficient de réflexion d'une couche* est égal à un ou si le nombre de couches  $n$  tend vers l'infini. En pratique, une bande interdite au sens stricte n'est donc pas possible.

En utilisant  $|t_n|_{\min}^2 = 1 - |r_n|_{\max}^2$ , le niveau des minima de  $|t_n|$  est donné par :

$$|t_n|_{\min} = \frac{2 \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right)^{\frac{n}{2}}}{1 + \left( \frac{1 - |r_1|}{1 + |r_1|} \right)^n} \quad (III-15)$$

Sur la Figure III-25, sont tracés  $|t_2|$ ,  $|t_3|$ ,  $|t_4|$ ,  $|t_5|$  et les enveloppes des minima et des maxima qui les délimitent. Sur la Figure III-26, nous avons tracé  $|r_2|$  et  $|r_5|$  avec les niveaux des maxima.

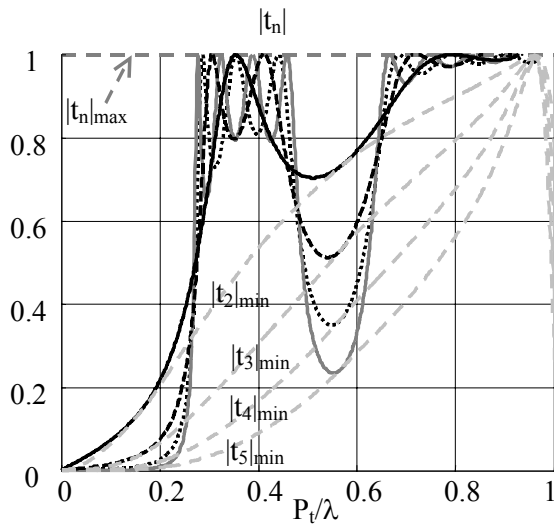


Figure III-25 - Niveau des minima de transmission pour  $n=2, 3, 4$  et  $5$  couches.

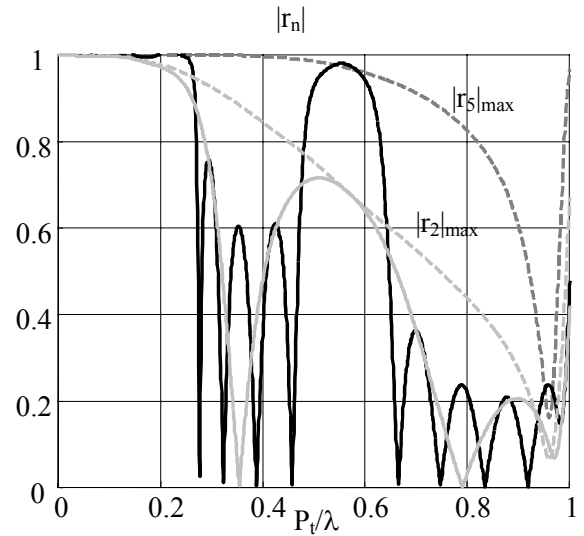


Figure III-26 - Niveau de maxima de réflexion pour  $n=2$  et  $5$  couches.

### III.2.2 Source à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot

En général, dans les différents problèmes utilisant une antenne et une structure périodique, l'antenne est placée à l'intérieur de la structure.

Ce paragraphe a donc pour objet l'étude de l'insertion d'une source à onde plane dans une cavité Fabry-Pérot à une ou plusieurs couches de surfaces périodiques de part et d'autre de la source. On montre que cette étude est nécessaire car l'excitation avec une source à l'extérieur de la structure périodique ne donne pas toutes les informations utiles. On donne également une interprétation physique sur les courbes de transmission obtenues lorsque la source est à l'intérieur de la structure périodique.

#### III.2.2.1 Tiges continues

##### a) Etude de la forme des courbes de transmission

La source d'onde plane est mise à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot (Figure III-27).  $(r_1, t_1)$  et  $(r_2, t_2)$  sont les caractéristiques des deux surfaces et  $(D_1, D_2)$  les distances des deux surfaces par rapport à la source.

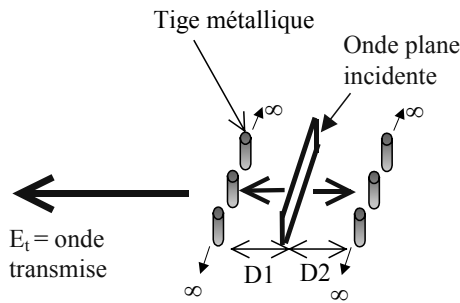


Figure III-27 - Source d'onde plane à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot.

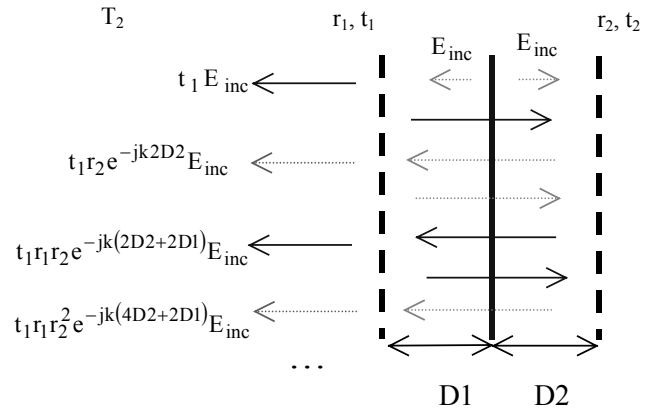


Figure III-28 - Calcul de l'onde transmise.

Les réflexions multiples (Figure III-28) donnent le coefficient de transmission  $T_2$  :

$$T_2 = \frac{E_t}{E_{inc}} = t_1 \left( 1 + \exp(-2jkD_2)(1 + r_1 \exp(-2jkD_1)) \sum_{n=1}^{\infty} r_2^n r_1^{n-1} \exp(-2jk(n-1)(D_1 + D_2)) \right) \quad (III-16)$$

Considérons le cas de deux surfaces identiques  $(r_1, t_1)=(r_2, t_2)$  situées à la même distance  $D/2=D_1=D_2$  de la source.

Le coefficient  $T_2$  s'écrit alors :

$$T_2 = \frac{t \cdot \exp\left(-jk \frac{D}{2}\right)}{1 - r \cdot \exp(-jkD)} \quad (III-17)$$

Pour ce cas simple, quelques remarques peuvent déjà être faites. D'abord le module du coefficient de transmission peut être supérieur à 1 (Figure III-29). Ce gain ne correspond pas à une amplification de l'énergie ni à une augmentation de la directivité (puisque l'onde plane incidente a déjà la directivité maximale) mais plutôt à une adaptation de la source idéale. En effet, la source de courant est, avec le réflecteur, la pire des antennes puisque qu'une onde la traverse sans être absorbée. Les deux surfaces périodiques jouent alors le rôle d'adaptateur d'impédance.

Puisqu'il n'y a aucune raison pour que la courbe de transmission soit normalisée, elle sera gardée telle quelle (sans modification).

Sur la Figure III-29, est tracé  $|T_2|$  pour  $a/P_t=5\%$  et  $D=P_t$ . La Figure III-30 donne  $|T_2|$  pour  $a/P_t=5\%$  et  $D=2P_t$ .

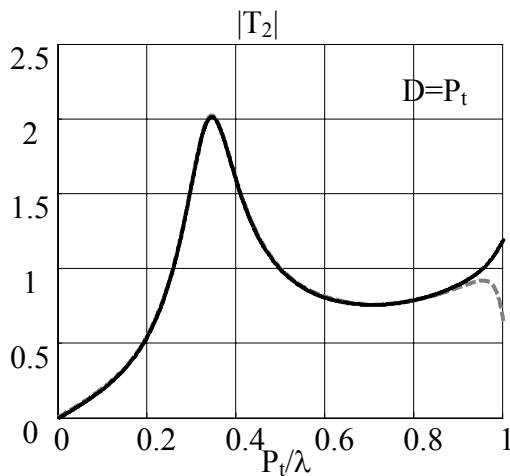


Figure III-29 -  $|T_2|$ , comparaison calcul direct et méthode hybride (en tirés).  $D=P_t$ , une couche de part et d'autre de la source,  $a/P_t=5\%$ .

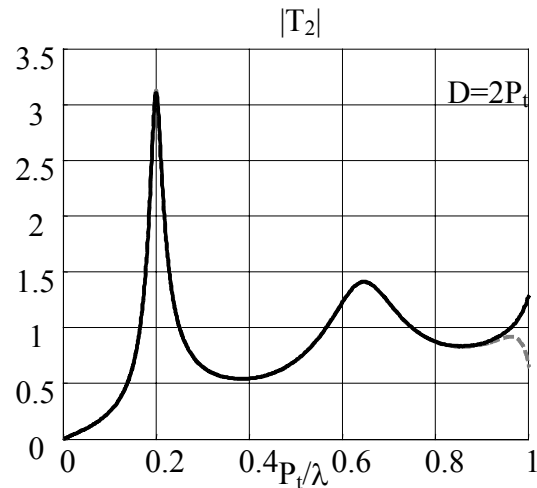


Figure III-30 -  $|T_2|$ , comparaison calcul direct et méthode hybride (en tirés).  $D=2P_t$ , une couche de part et d'autre de la source,  $a/P_t=5\%$ .

Etudions les résonances et la forme de  $|T_2|$ .

Les résonances ont lieu pour :

$$\varphi_r = kD - 2n\pi, \quad n = 0, 1, \dots \quad (III-18)$$

La Figure III-31, comme pour la cavité excitée de l'extérieur, donne la méthode pour repérer les résonances à partir de  $\varphi_r$ , pour  $D=P_t$ . Il est également tracé  $|t_2|$ , coefficient de transmission de la même cavité mais excitée de l'extérieur, afin de montrer que les résonances de  $|T_2|$  ont lieu deux fois moins souvent que celles de  $|t_2|$ . La Figure III-31 présente  $|T_2|$  et  $|t_2|$  pour  $D=P_t$ . Les minima ont lieu pour :

$$\varphi_r = kD - (2n + 1)\pi, \quad n = 0, 1, \dots \quad (III-19)$$

En ce qui concerne l'enveloppe de  $|T_2|$ , compte tenu des relations (III-18) et (III-19), le niveau des maxima est donné par :

$$|T_2|_{\max} = \frac{|t|}{1-|r|} = \frac{\sqrt{1-|r|^2}}{1-|r|} = \sqrt{\frac{1+|r|}{1-|r|}} \quad (III-20)$$

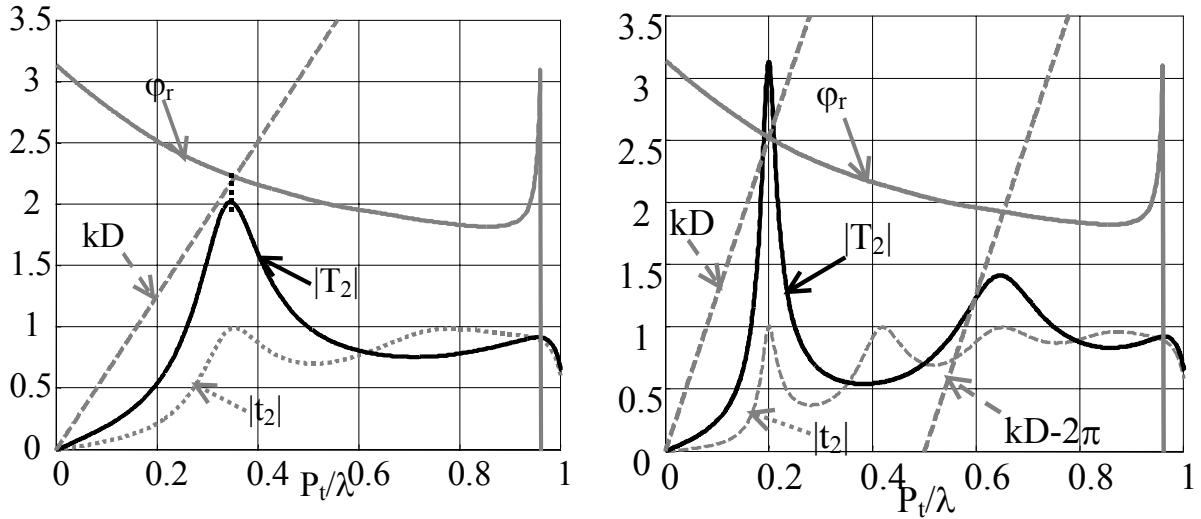


Figure III-31 - Lieux de résonances de  $|T_2|$ ,  $D=P_t$ ,  $a/P_t=5\%$ . Figure III-32 - Lieux de résonances de  $|T_2|$ ,  $D=2P_t$ ,  $a/P_t=5\%$ .

Cette relation montre que  $|T_2|_{\max}$  tend vers l'infini quand  $|r|$  tend vers 1.

Le niveau des minima est donné par :

$$|T_2|_{\min} = \frac{|t|}{1+|r|} = \frac{\sqrt{1-|r|^2}}{1+|r|} = \sqrt{\frac{1-|r|}{1+|r|}} = \frac{1}{|T_2|_{\max}} \quad (III-21)$$

$|T_2|$ , ainsi que les enveloppes des minima et des maxima, sont donnés sur la Figure III-33 pour  $D=P_t$  et sur la Figure III-34 pour  $D=2P_t$ .

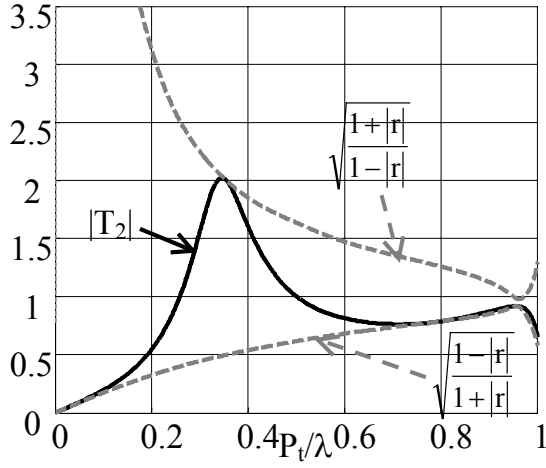


Figure III-33 - Enveloppes des maxima et des minima de  $|T_2|$ ,  $D=P_t$ ,  $a/P_t=5\%$ .

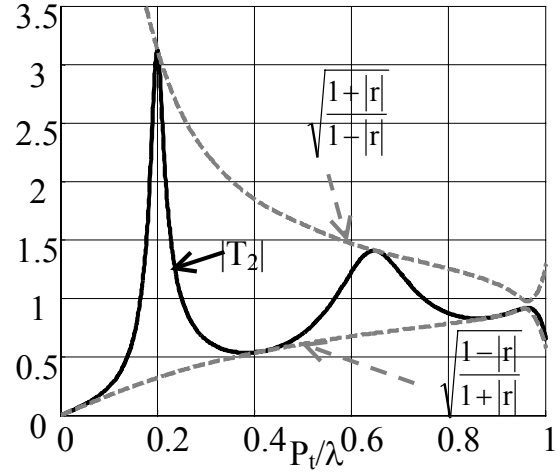


Figure III-34 - Enveloppes des maxima et des minima de  $|T_2|$ ,  $D=2P_t$ ,  $a/P_t=5\%$ .

Les murs de la cavité sont maintenant constitués de plusieurs couches. Nous nous limitons au cas  $P_t=D=2P_t$ . Nous nous limitons à ce cas puisque dans le chapitre suivant nous travaillerons dans la bande de fréquence  $P_t/\lambda \leq 0,5$ .

Pour  $n$  couches de part et d'autre de la source, le coefficient de transmission  $T_{2n}$  s'écrit :

$$T_{2n} = \frac{t_n \exp\left(-jk \frac{D}{2}\right)}{1 - r_n \exp(-jkD)} \quad (III-22)$$

( $t_n$ ,  $r_n$ ) étant obtenus avec les formules de récurrence décrites précédemment (paragraphe III.2.1.2, Equations (III-9) et (III-10)).

Les courbes suivantes (Figure III-35 à Figure III-40) donnent  $|T_{2n}|$  pour  $n = 2$  couches, 3 couches et 4 couches de part et d'autre de la cavité.  $|T_{2n}|$  sont comparées aux courbes de *transmission d'un mur de la cavité* (i.e.  $|t_n|$ ) et également aux courbes de *transmission de l'ensemble excité de l'extérieur* (i.e.  $|t_{2n}|$ ). Pour avoir une bonne visualisation la fréquence normalisée est limitée à  $P_t/\lambda = 0,5$ .

Dans la première 'bande propagée',  $|T_{2n}|$  a un pic de plus que  $|t_n|$ . Ce pic intervient au même endroit que le premier pic de  $|t_{2n}|$ . Dans la deuxième 'bande propagée',  $|T_{2n}|$  et  $|t_n|$  ont le même nombre de pics et les mêmes lieux de résonances.

Ces courbes montrent que la structure excitée à l'intérieur a toujours ses pics de transmission dans la 'bande propagée'. Les bandes propagées et interdites seront définies dans le paragraphe 0 lorsqu'il sera considéré la structure infinie dans toutes les directions



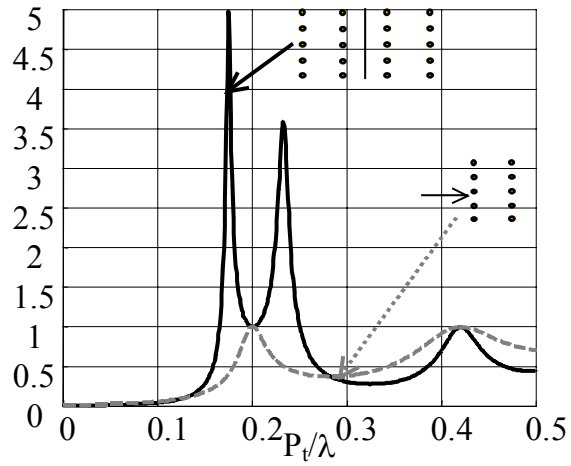


Figure III-35 -  $|T_{2*2}|$  et  $|t_2|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

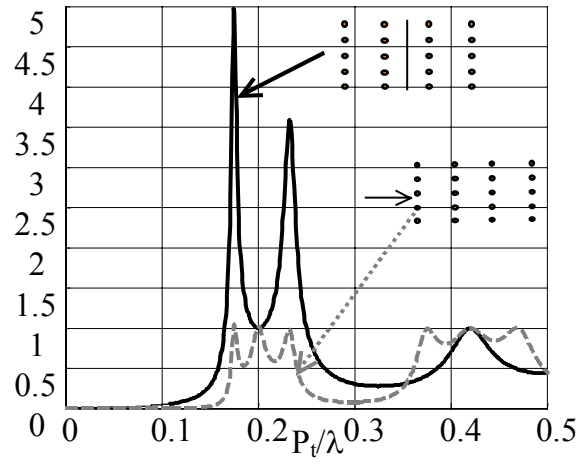


Figure III-36 -  $|T_{2*2}|$  et  $|t_4|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

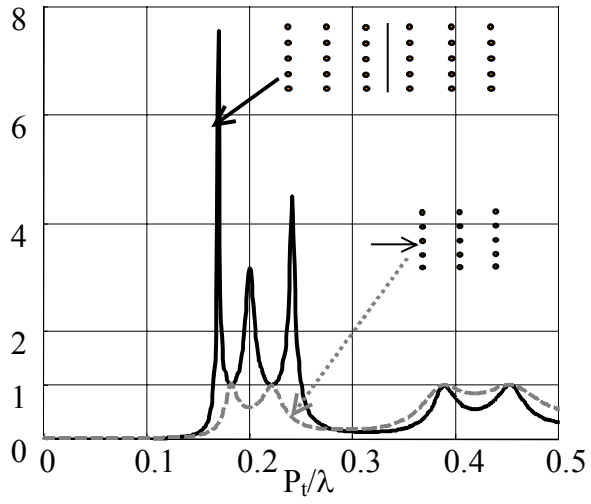


Figure III-37 -  $|T_{2*3}|$  et  $|t_3|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

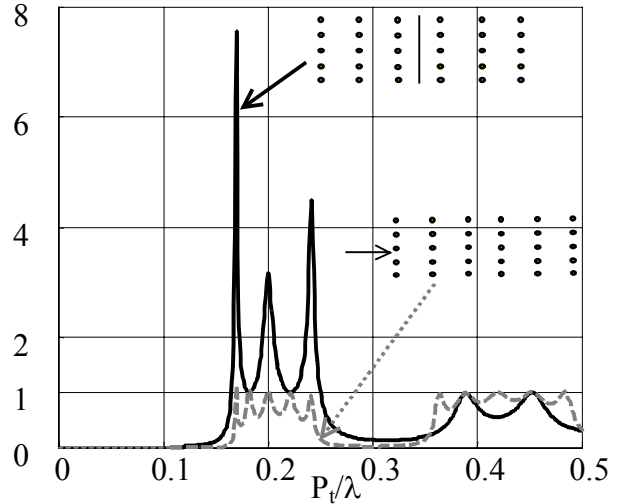


Figure III-38 -  $|T_{2*3}|$  et  $|t_6|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

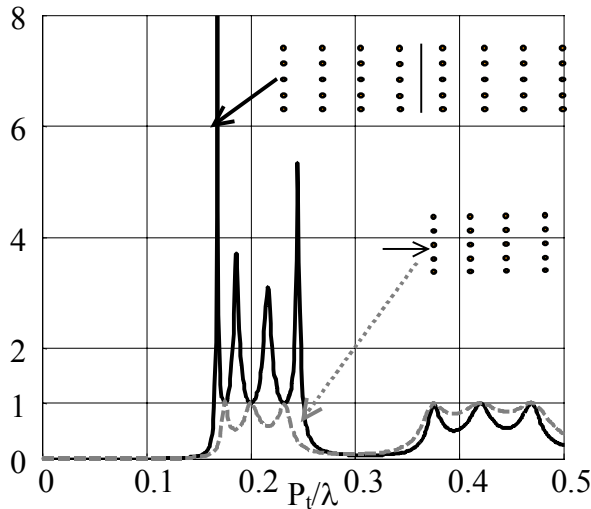


Figure III-39 -  $|T_{2*4}|$  et  $|t_4|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

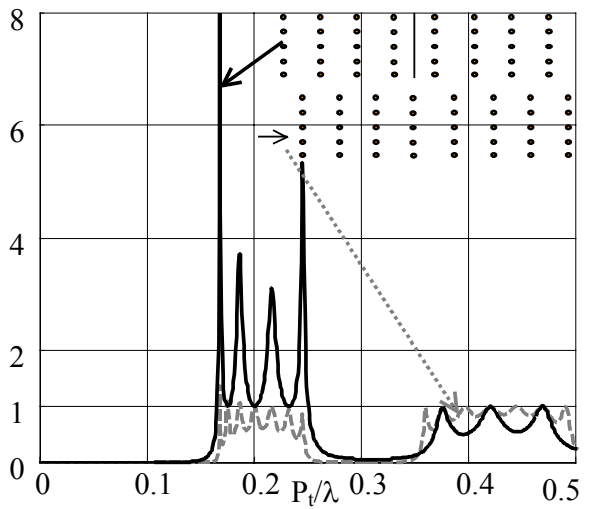


Figure III-40 -  $|T_{2*4}|$  et  $|t_8|$  (en tirés),  $P_t=D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

### b) Source plus réaliste

Dans la référence [39], Temelkuran utilise le modèle de la cavité Fabry-Pérot pour étudier le gain d'une antenne avec un cristal photonique. Pour nous,  $|T_{2n}|$  n'est pas le gain de ce type de structure, le véritable gain est le gain en directivité. Ce problème est traité dans le chapitre suivant.

Pour prendre en compte l'effet de la source d'onde plane sur les ondes à l'intérieur de la cavité, les auteurs [39][40] insèrent un coefficient d'absorption. Mais ce modèle ne prend pas en compte les ondes réfléchies par la source. Nous proposons un modèle qui nous semble plus adéquate en considérant les coefficients de transmission et de réflexion de la source  $t_s$  et  $r_s$ , (Figure III-41) dont les modules sont liés au coefficient d'absorption  $\alpha$  par :

$$|t_s|^2 + |r_s|^2 = 1 - \alpha^2 \quad (III-23)$$

En considérant  $t_s$  et  $r_s$ , l'expression de  $T_2$  devient (après calcul des premiers termes) :

$$T_2 = t e^{-jk\frac{D}{2}} \sum_{n=0}^{+\infty} r^n (r_s + t_s)^n e^{-jknD} = \frac{t \cdot \exp\left(-jk\frac{D}{2}\right)}{1 - r(r_s + t_s) \cdot \exp(-jkD)} \quad (III-24)$$

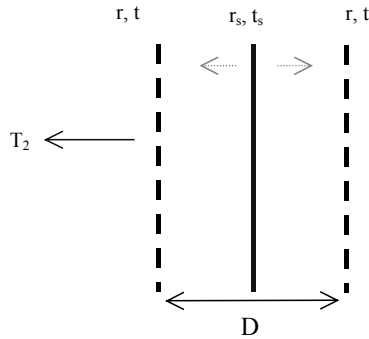


Figure III-41 - Prise en compte de l'interaction de la source avec les ondes à l'intérieur de la cavité.

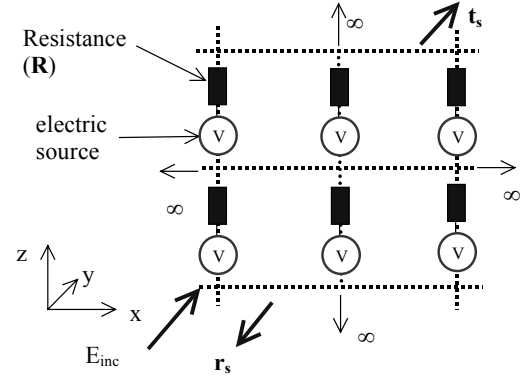


Figure III-42 - Modèle de la source sur FDTD.

Le modèle de ligne de la source est un générateur en série avec une impédance. Pour simplifier, le cas d'un générateur avec une résistance  $R$  est considéré. Nous avons alors

$$r_s = -\frac{Z_c}{Z_c + 2R} \quad \text{et} \quad t_s = \frac{2R}{Z_c + 2R},$$

$Z_c = 120\pi\Omega$  étant l'impédance caractéristique de l'espace libre.

En FDTD, la source est réalisée à l'aide d'un générateur en série avec une résistance  $R$  dans chaque cellule répété à l'infini (Figure III-42). La Figure III-43 représente le module de  $T_2$

pour différentes valeurs de  $R$ . Sont également données les valeurs de  $|r_s|$  et  $|t_s|$  pour certaines valeurs caractéristiques de  $R$  et les enveloppes des extrema.  $|T_2|$  atteint son maximum lorsque la résistance est très petite ou très grande.  $R=\infty$ , correspond au cas précédent de la source de courant. Lorsque  $R$  est inférieur à  $Z_0/2=60\pi\Omega$  (ce qui correspond à l'impédance vue par la source lorsqu'il n'y a pas de cavité), les résonances de  $|T_2|$  interviennent aux lieux des minima de  $|T_2|$  lorsque  $R$  est supérieur à  $60\pi\Omega$  et vice-versa. Pour  $R=60\pi\Omega$ ,  $r_s+t_s=0$ , nous avons alors  $|T_2|=|t|$  : les ondes à l'intérieur de la cavité se compensent et s'annulent. Ceci montre bien qu'il n'y a pas de dépassement de 1, si la source est adaptée. La courbe de  $|T_2|$  montre également que sa forme dépend de la source.

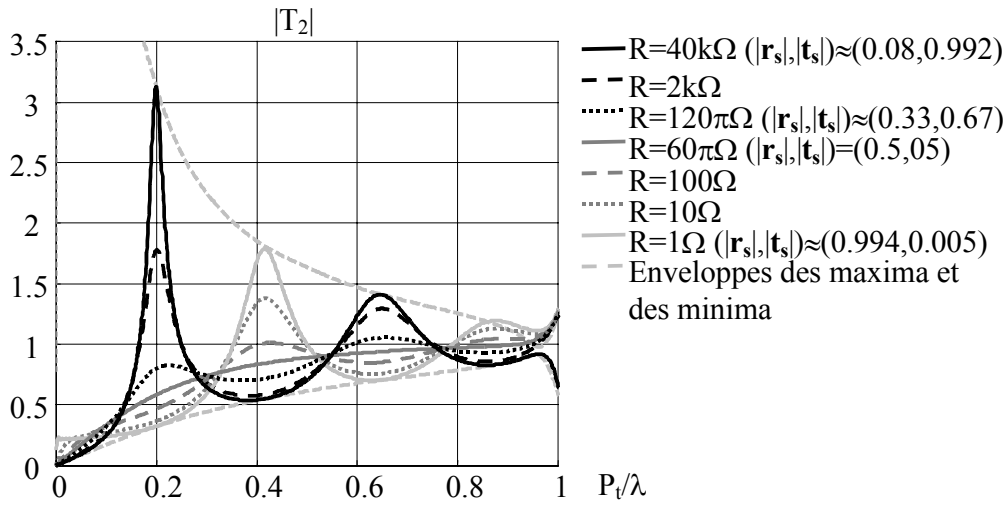


Figure III-43 -  $|T_2|$  pour différentes valeurs de la résistance  $R$ .

### III.2.2.2 Tiges discontinues

Ici, la cavité possède  $n$  couches de tiges discontinues de chaque cotés de la source.

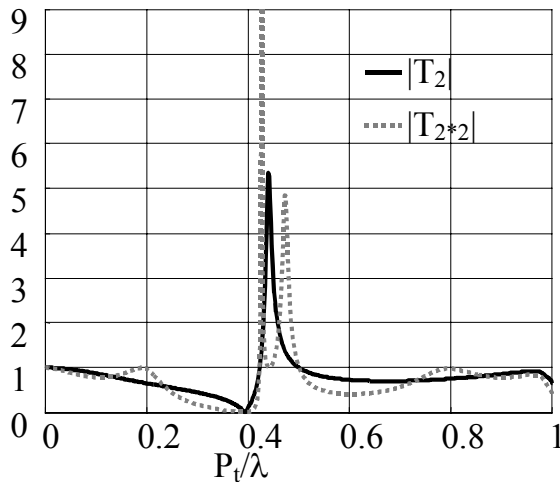


Figure III-44 -  $|T_{2n}|$  pour  $n=1$  et 2 couches de part et d'autre de la source  $P_z=P_b$ ,  $D=P_l=2P_b$ ,  $e/P_z=1.25\%$ .

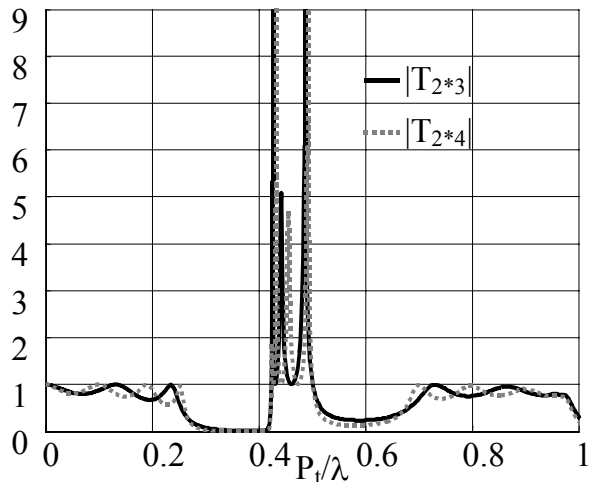


Figure III-45 -  $|T_{2n}|$  pour  $n=3$  et 4 couches de part et d'autre de la  $P_z=P_b$ ,  $D=P_l=2P_b$ ,  $e/P_z=1.25\%$ .

La remarque principale est que dans la première ‘bande propagée’ (cf. paragraphe III.6.1) le coefficient  $|T_{2n}|$  a 1 pour maximum (Figure III-44 et Figure III-45).

### III.3 Effet du nombre de couches pour une structure à finitude transversale

Il s’agit d’étudier l’effet de l’augmentation du nombre de couches pour une structure finie transversalement (suite du paragraphe II.3.2). La longueur des tiges est infinie. Dans le paragraphe II.3.2, nous avons vu que la finitude transversale crée des oscillations dans le coefficient  $|t|$ . Le nombre  $n_t=25$  tiges est conservé selon la transversale et le nombre de couches (nombre de tiges longitudinales) est augmenté à 2 couches (Figure III-46) et 3 couches (Figure III-47). Les oscillations diminuent en augmentant le nombre de couches et la concordance entre la structure semi-finie et la structure infinie s’améliore. Nous remarquons également qu’il n’y a pas de décalage des fréquences de résonance avec la structure finie.

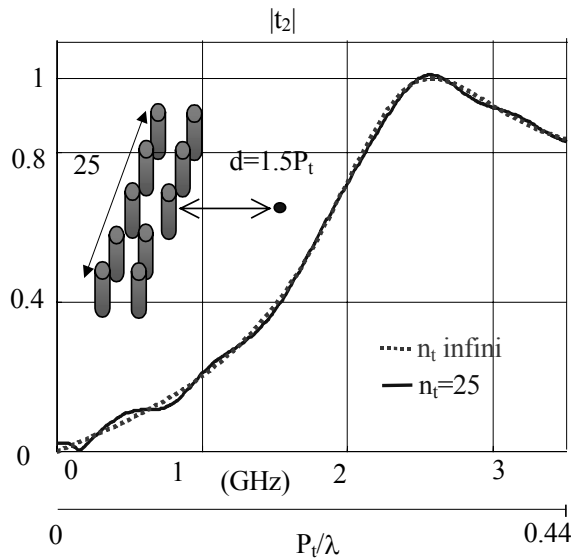


Figure III-46 - Coefficient de transmission pour 2 couches et  $n_t=25$ .  $P_t=P_l=38\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .

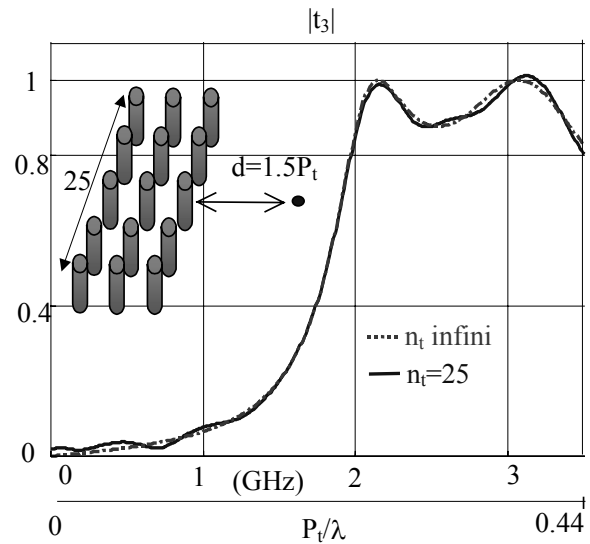


Figure III-47 - Coefficient de transmission pour 3 couches et  $n_t=25$ .  $P_t=P_l=38\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .

### III.4 Mesures

Dans ce paragraphe, la mesure d’une structure multicouche est comparée au calcul analytique/numérique d’une surface auquel nous associons les formules de récurrence précédentes pour augmenter le nombre de couches.

Il y a une bonne corrélation entre les résultats théoriques et expérimentaux (Figure III-48, Figure III-49, Figure III-50 et Figure III-51). Néanmoins le calcul analytique/numérique devient moins bon lorsqu’on augmente le nombre de couches (courbe en tirés Figure III-51) (à cause de l’approximation du diamètre des tiges faible).

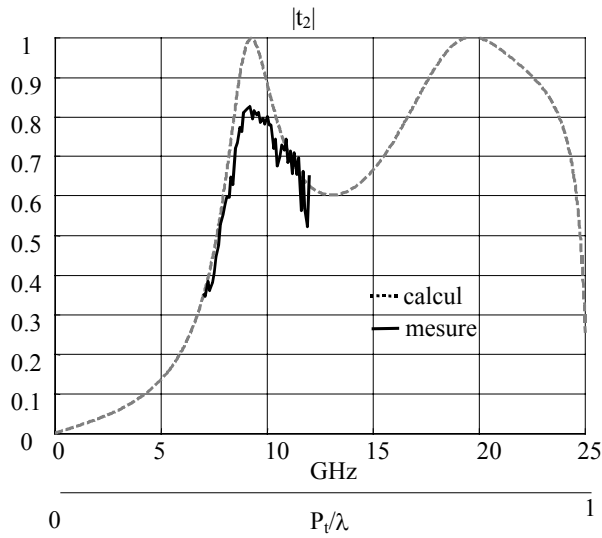


Figure III-48 - Coefficient de transmission pour 2 couches et  $n_i=38$ .  $P_i=P_t=12\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $L_T=300\text{mm}$ .

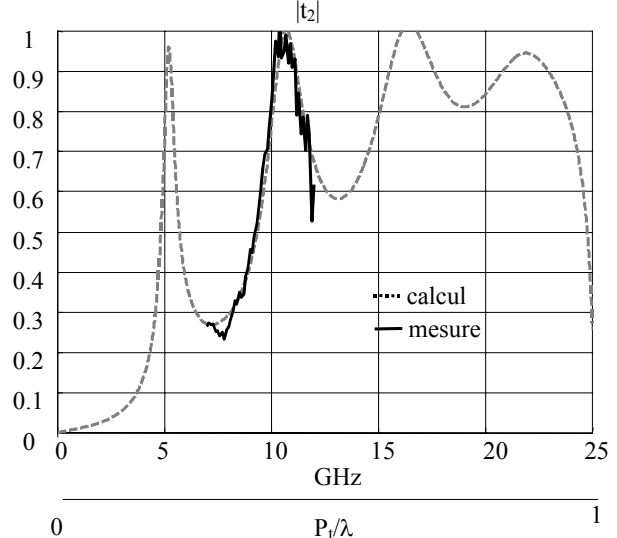


Figure III-49 - Coefficient de transmission pour 2 couches et  $n_i=25$ .  $P_i=12\text{mm}$ ,  $P_t=2$   $P_t=24\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $L_T=300\text{mm}$ .

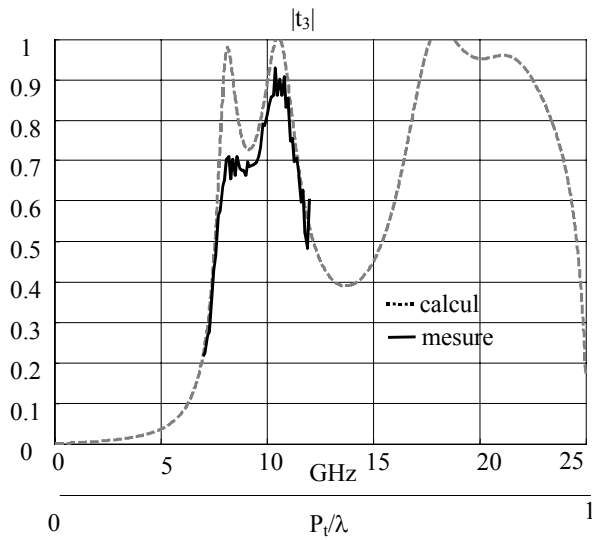


Figure III-50 - Coefficient de transmission pour 3 couches et  $n_i=38$ .  $P_i=P_t=12\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $L_T=300\text{mm}$ .

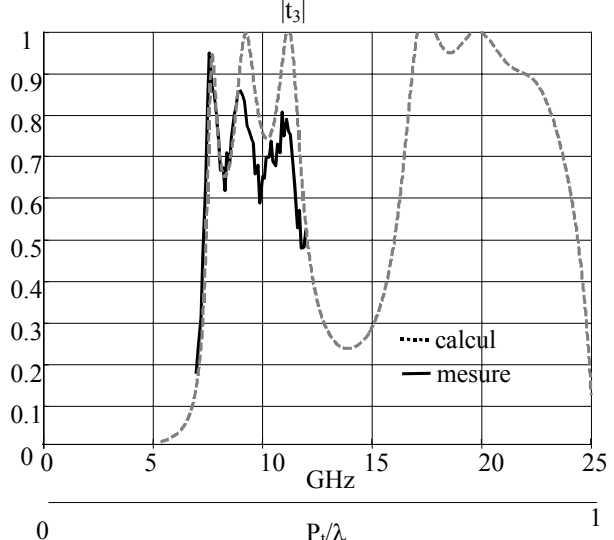


Figure III-51 - Coefficient de transmission pour 4 couches et  $n_i=38$ .  $P_i=P_t=12\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $L_T=300\text{mm}$ .

### III.5 Modèle de ligne de transmission

La mise en cascade de plusieurs couches de surfaces de caractéristiques  $(r, t)$  peut être obtenue en utilisant le modèle de ligne de transmission de la structure. Le calcul des caractéristiques de plusieurs couches se fait alors par multiplication de matrices chaînes tandis que dans le paragraphe III.2, le calcul des caractéristiques de plusieurs couches se faisait avec des formules de récurrence. Cette méthode donne exactement les mêmes résultats que les

réflexions multiples, nous ne redonnerons donc pas les courbes de transmission des structures multicouches.

### III.5.1 Cas général

La matrice chaîne du quadripôle équivalent de la cavité Fabry-Pérot (Figure III-52) s'écrit ainsi :

$$\Gamma = \begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(kD) & j\sin(kD) \\ j\sin(kD) & \cos(kD) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \quad (III-25)$$

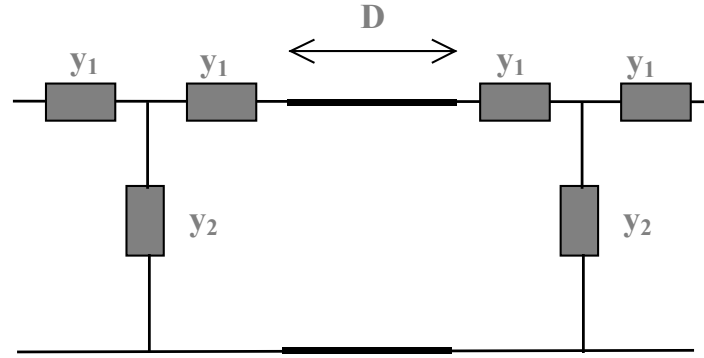


Figure III-52 - Modèle de ligne de la surface sélective en fréquence.

En utilisant les formules de passage de la matrice chaîne à la matrice S [38], on obtient :

$$t_2 = \frac{2}{A + B + C + D} \quad (III-26)$$

$$r_2 = \frac{A + B - C - D}{A + B + C + D} \quad (III-27)$$

Pour n couches, la matrice chaîne devient :

$$\Gamma_n = \left( \begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(kD) & j\sin(kD) \\ j\sin(kD) & \cos(kD) \end{pmatrix} \right)^{n-1} \begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_n & B_n \\ C_n & D_n \end{pmatrix} \quad (III-28)$$

Les paramètres S de la structure multicouche se déduisent alors ainsi :

$$t_n = \frac{2}{A_n + B_n + C_n + D_n} \quad (III-29)$$

$$r_n = \frac{A_n + B_n - C_n - D_n}{A_n + B_n + C_n + D_n} \quad (III-30)$$

### III.5.2 Diamètre des tiges faible ( $a/P_t < 10\%$ )

#### III.5.2.1 Source à l'extérieur

La Figure III-53 donne le quadripôle équivalent de la mise en cascade de deux surfaces d'admittance  $y$ .

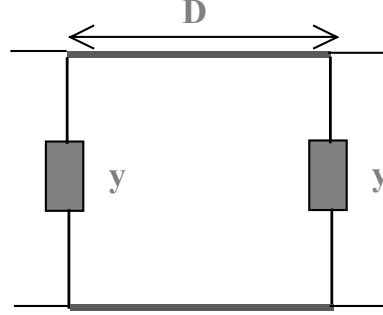


Figure III-53 - Modèle de ligne de la cavité Fabry-Pérot.

La matrice chaîne du quadripôle équivalent de la cavité Fabry-Pérot s'écrit :

$$\begin{aligned}
 M &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(kD) & j\sin(kD) \\ j\sin(kD) & \cos(kD) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ y & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \cos(kD) + jy\sin(kD) & j\sin(kD) \\ 2y\cos(kD) + j\sin(kD)(1+y^2) & jy\sin(kD) + \cos(kD) \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{III-31}$$

Faisons le calcul pour  $t_2$  et vérifions ainsi le résultat obtenu avec les réflexions multiples :

$$\begin{aligned}
 t_2 &= \frac{2}{A + B + C + D} \\
 &= \frac{2}{2(1+y)(\cos(kD) + j\sin(kD)) + y^2 \sin(kD)} \\
 &= \frac{\exp(-jkD)}{1 + y + \frac{y^2}{4}(1 - \exp(-2jkD))} = \frac{\frac{4}{(2+y)^2} \exp(-jkD)}{1 - \frac{y^2}{(2+y)^2} \exp(-2jkD)} \\
 &= \frac{t^2 \exp(-jkD)}{1 - r^2 \exp(-2jkD)}
 \end{aligned} \tag{III-32}$$

On obtient le même résultat que celui donné par le modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot.

L'utilisation d'une seule admittance pour représenter la surface périodique dans le modèle de ligne correspond donc à l'utilisation du modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot dans lequel on poserait  $r=t+1$ .

### III.5.2.2 Source à l'intérieur : impédance vue par le générateur

La source de courant voit de chaque côté  $n$  impédance(s)  $Z$  (correspondant à l'admittance normalisée  $y$ ) espacées par des lignes de transmission de longueur  $P_1$  (Figure III-54). A la fin des  $n$  impédance(s) il ne faut pas oublier d'ajouter l'impédance du vide  $Z_c=120\pi$ .

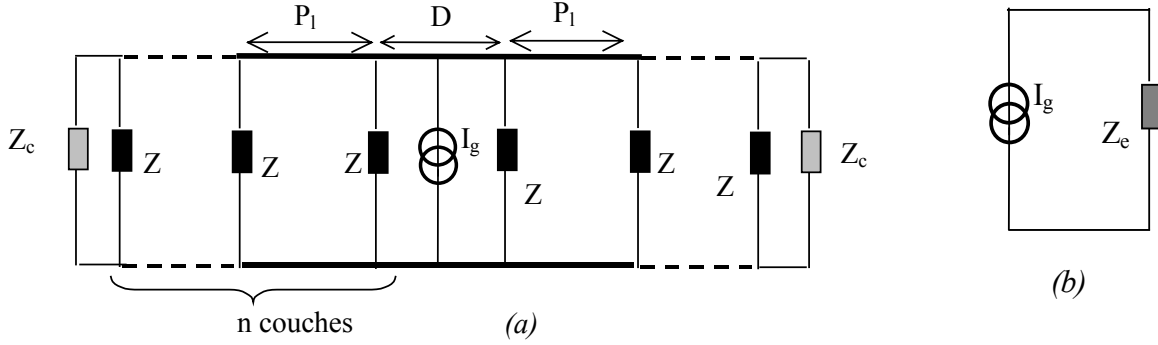


Figure III-54 - (a) Modèle de ligne équivalent de la source insérée entre  $n$  couches (b) Impédance  $Z_e$  vue par la source.

L'impédance vue par la source  $Z_e$  s'écrit alors :

$$Z_e = Z_c * \frac{1 - \frac{y_n}{y_n + 2} \exp(-jkD)}{2 \frac{1 + \frac{y_n}{y_n + 2} \exp(-jkD)}{y_n + 2}} \quad (III-33)$$

Avec :

$$y_n = \frac{1 + \frac{y_{n-1}}{y_{n-1} + 2} \exp(-2jkP_1)}{1 - \frac{y_{n-1}}{y_{n-1} + 2} \exp(-2jkP_1)} + y - 1 \quad (III-34)$$

$y_1=y$  étant l'admittance équivalente d'une surface périodique, obtenue à partir de 't' comme il a été vu précédemment.

Nous avons tracé  $Z_e$  pour  $n=1$  (Figure III-55),  $n=2$  (Figure III-56),  $n=3$  (Figure III-57) et  $n=4$  couches (Figure III-58) placées de chaque cotés de la source pour  $P_1=D=2P_1$  et  $a/P_1=5\%$ .

La partie réelle de  $Z_e$  est très faible dans les bandes interdites, et élevée aux résonances. Aux résonances, la partie réelle de  $Z_e$  est d'autant plus élevée que le nombre de couche est grand. Ces résultats, bien qu'ils utilisent le modèle des ondes planes, montrent déjà qu'il est difficile



d'adapter une antenne dans les bandes interdites ou aux résonances. Ce point sera vu plus en détails dans le chapitre suivant.

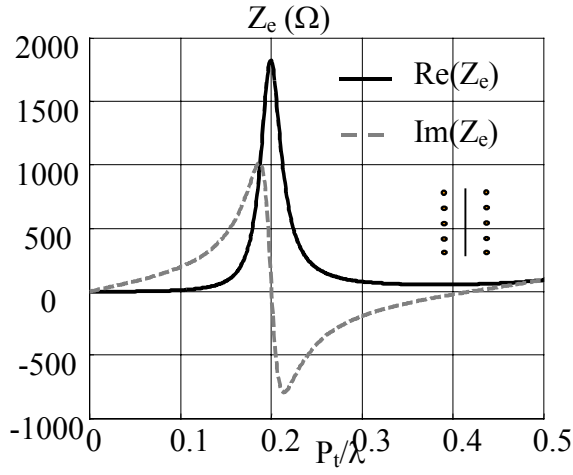


Figure III-55 -  $Z_e$ , **une couche** de part et d'autre de la source, pour  $P_t=2D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

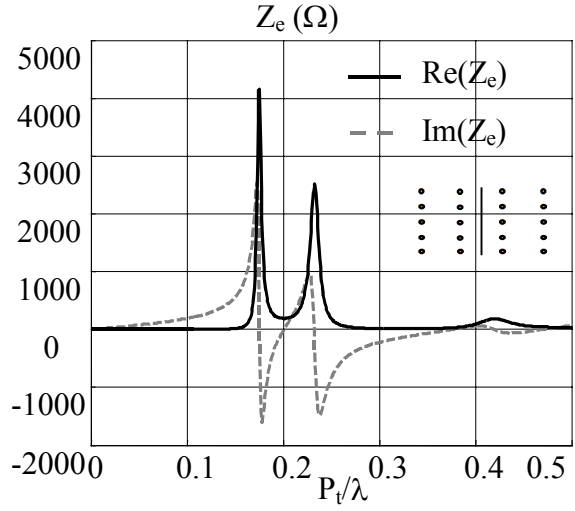


Figure III-56 -  $Z_e$ , **deux couches** de part et d'autre de la source, pour  $P_t=2D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

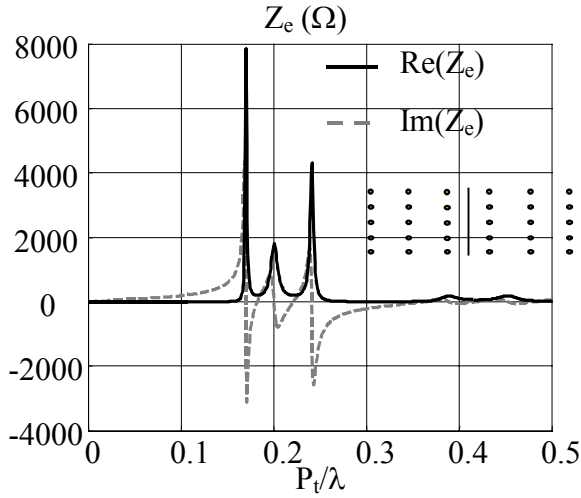


Figure III-57 -  $Z_e$ , **trois couches** de part et d'autre de la source, pour  $P_t=2D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

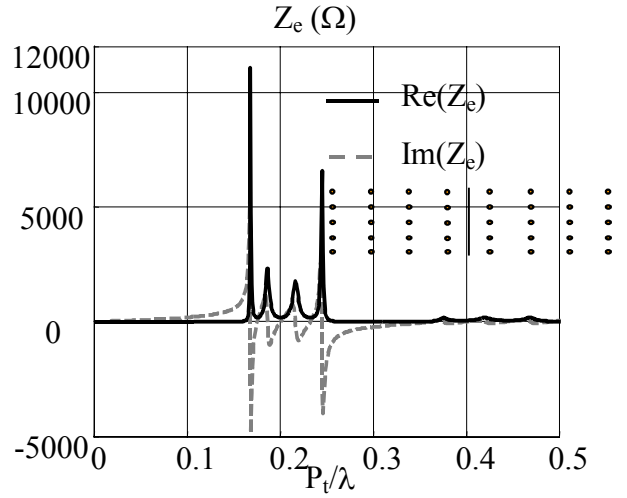


Figure III-58 -  $Z_e$ , **quatre couches** de part et d'autre de la source, pour  $P_t=2D=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ .

## III.6 Diagramme de dispersion

### III.6.1 Diagramme de dispersion 1-D

En utilisant le modèle de ligne présenté au paragraphe III.5 et le théorème de Floquet (cf. Annexe A), sont déduits la constante de propagation  $\beta$  de la structure périodique infinie pour la direction  $0^\circ$  et les lieux des *bandes interdites* (BI) et des *bandes propagées* (BP).

Dans un premier temps le schéma en T est utilisé. Puis le schéma à seule admittance est considéré. Ce dernier schéma est valable lorsque le diamètre des tiges est faible.

### III.6.1.1 Cas général

#### a) Formulation de l'équation de dispersion

Considérons une infinité de surfaces périodiques espacées périodiquement avec la période  $P_1$  (Figure III-59). L'espace entre chaque surface est composé d'air dans lequel l'onde plane se propage sans perte avec la constante de propagation  $k=2\pi/\lambda$ .

La cellule périodique est constituée du modèle de circuit de la surface et de deux lignes de longueur  $P_1/2$  de chaque côté de la surface (Figure III-60).

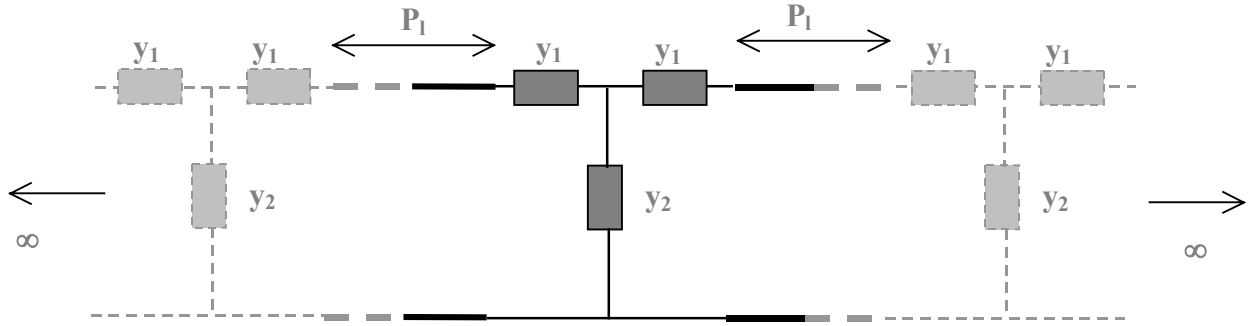


Figure III-59 - Modèle de ligne de transmission équivalent d'une infinité de surfaces périodiques espacées de  $P_1$ .

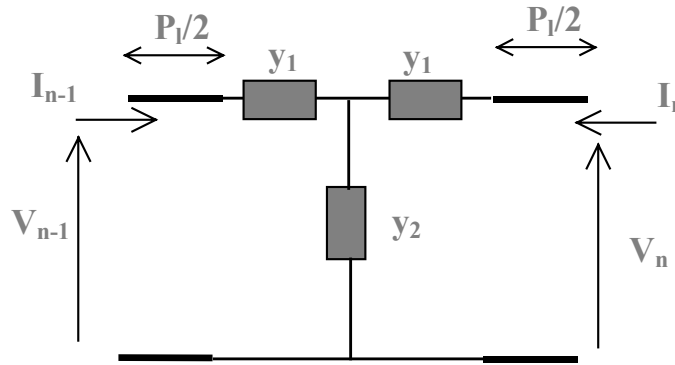


Figure III-60 - Cellule élémentaire.

La matrice chaîne d'une cellule élémentaire de la structure périodique s'écrit :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b(\alpha^2 + \gamma^2) + \alpha\gamma(d + c) & 2\alpha\gamma b + \alpha^2 c + \gamma^2 d \\ 2\alpha\gamma b + \alpha^2 d + \gamma^2 c & b(\alpha^2 + \gamma^2) + \alpha\gamma(d + c) \end{pmatrix} \quad (III-35)$$

$$= \begin{pmatrix} A & B \\ C & A \end{pmatrix}$$

avec :

$$\begin{pmatrix} \alpha & \gamma \\ \gamma & \alpha \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{kP_l}{2}\right) & j\sin\left(\frac{kP_l}{2}\right) \\ j\sin\left(\frac{kP_l}{2}\right) & \cos\left(\frac{kP_l}{2}\right) \end{pmatrix} \quad (III-36)$$

et

$$\begin{pmatrix} b & c \\ d & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \frac{y_2}{y_1} & \frac{2}{y_1} + \frac{y_2}{y_1^2} \\ y_2 & 1 + \frac{y_2}{y_1} \end{pmatrix} \quad (III-37)$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} V_n \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{n-1} \\ I_{n-1} \end{pmatrix} \quad (III-38)$$

Le théorème de Floquet permet d'avoir une deuxième relation entre la tension et le courant d'entrée et la tension et le courant de sortie.  $\beta$  est la constante de propagation du milieu périodique.

**D'après le théorème de Floquet (cf. Annexe A) :**

$$\begin{aligned} V_n &= \exp(-j\beta P_l) V_{n-1} & \text{ou} & & V_n &= \exp(j\beta P_l) V_{n-1} \\ I_n &= \exp(-j\beta P_l) I_{n-1} & & & I_n &= \exp(j\beta P_l) I_{n-1} \end{aligned} \quad (III-39)$$

La relation entre  $\beta$  et la fréquence est obtenue en écrivant une équation aux valeurs propres dont on connaît les solutions d'après le théorème de Floquet.

Pour résoudre

$$\begin{pmatrix} V_n \\ I_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{n-1} \\ I_{n-1} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} V_{n-1} \\ I_{n-1} \end{pmatrix} \quad (III-40)$$

nous écrivons l'équation caractéristique

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} A - \lambda & B \\ C & A - \lambda \end{vmatrix} &= 0 \Leftrightarrow (A - \lambda)^2 - BC = 0 \\ &\Leftrightarrow \lambda^2 - 2A\lambda + A^2 - BC = 0 \end{aligned} \quad (III-41)$$

Les solutions sont :

$$\lambda_1 = \exp(-j\beta P_1) \quad \lambda_2 = \exp(j\beta P_1) \quad (III-42)$$

Nous en déduisons l'équation suivante :

$$\frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \frac{2A}{2} = A \quad (III-43)$$

avec :

$$\begin{aligned} A &= b(\alpha^2 + \gamma^2) + \alpha\gamma(d + c) \\ &= \left(1 + \frac{y_2}{y_1}\right) \cos(kP_1) + j\frac{1}{2} \left( \frac{2}{y_1} + y_2 \left(1 + \frac{1}{y_1^2}\right) \right) \sin(kP_1) \end{aligned} \quad (III-44)$$

D'où la relation suivante liant  $\beta$  à  $k$ , donc à la fréquence :

$$\boxed{\cos(\beta P_1) = \left(1 + \frac{y_2}{y_1}\right) \cos(kP_1) + j\frac{1}{2} \left( \frac{2}{y_1} + y_2 \left(1 + \frac{1}{y_1^2}\right) \right) \sin(kP_1)} \quad (III-45)$$

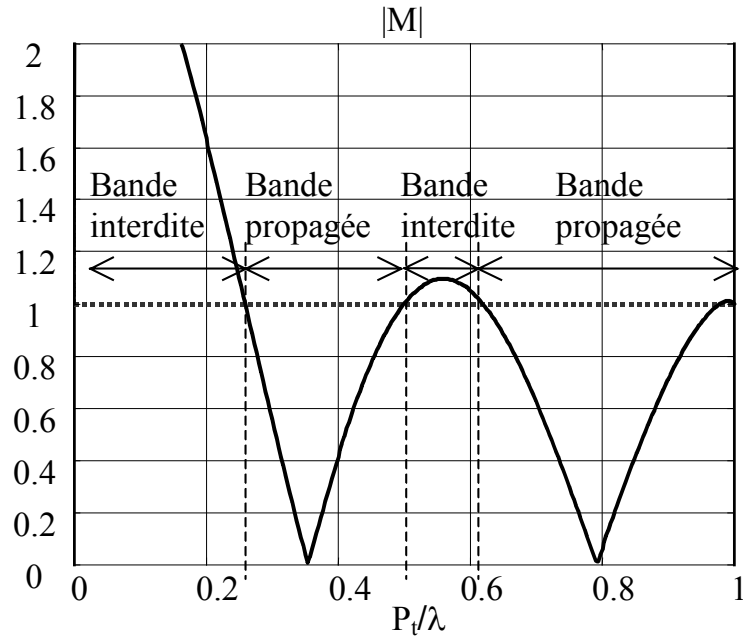
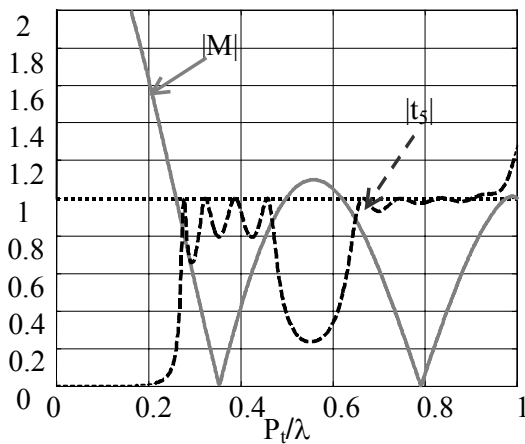
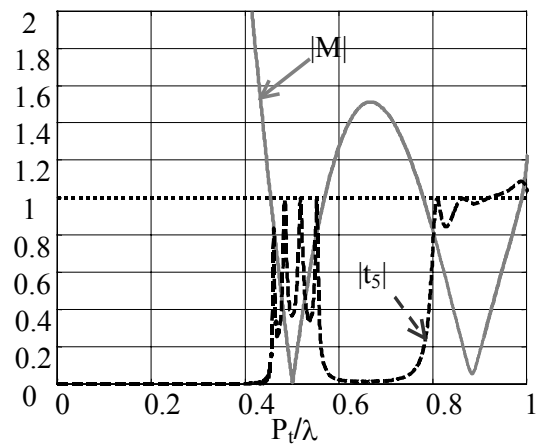
L'équation (III-45) est appelée équation de dispersion. Elle donne la relation de la constante de propagation dans la structure en fonction de la fréquence. D'une manière générale le diagramme de dispersion est une représentation simple de deux variables (ici  $k$  et  $\beta$ ). Lorsque le module de la partie droite de l'équation (III-45) est supérieur à 1,  $\beta$  n'a pas de solution réelle (la fonction arccosinus étant définie sur  $[-1 \ 1]$ ), la propagation n'est donc pas possible, nous sommes dans ce cas dans une bande stoppée ou une bande interdite.

L'étude des bandes revient donc à étudier le module du coefficient  $M$  suivant:

$$|M| = \left| \left(1 + \frac{y_2}{y_1}\right) \cos(kP_1) + j\frac{1}{2} \left( \frac{2}{y_1} + y_2 \left(1 + \frac{1}{y_1^2}\right) \right) \sin(kP_1) \right| \quad (III-46)$$

Nous avons tracé sur la Figure III-61,  $|M|$  pour  $a/P_t=5\%$  et  $P_t=P_t$  ainsi que l'identification des bandes, selon que  $|M|$  est supérieur ou inférieur à 1.

Nous avons tracé également le coefficient de transmission de 5 couches  $|t_5|$  et  $|M|$  pour  $a/P_t=5\%$  (Figure III-62) et pour  $a/P_t=30\%$  (Figure III-63). Pour ces deux cas le niveau de  $|t_5|$  est maximum en bande propagée et minimum en bande interdite.


 Figure III-61 -  $|M|$ , bandes de propagation et bandes interdites.  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_l$ .

 Figure III-62 -  $|M|$  et  $|t_s|$  (en tirés), bandes de propagation et bandes interdites  $P_t=P_l$   $a/P_t=5\%$ .

 Figure III-63 -  $|M|$  et  $|t_s|$  (en tirés), bandes de propagation et bandes interdites  $P_t=P_l$   $a/P_t=30\%$ .

Lorsque  $|M| < 1$ , nous pouvons calculer  $\beta$ . Il est à noter que si  $\beta P_l$  est solution de l'équation de dispersion,  $\beta P_l + 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ) l'est également. De plus la fonction cosinus est paire. Nous nous limitons donc à la zone  $[0, \pi]$ , appelée zone de Brillouin (de la structure périodique 1-D). Sur la Figure III-64 est tracé  $\beta P_l$  en fonction de la fréquence normalisée  $P_l/\lambda$ . Cette courbe est le diagramme de Brillouin. Est également tracée la courbe correspondant à l'air, c'est à dire  $kP_l$  avec  $k=2\pi/\lambda$  la constante de propagation dans l'air. A titre indicatif,  $\beta < k$  signifie que la vitesse de phase de l'onde est supérieure à  $c$ , vitesse de la lumière. Sur Figure III-65, la figure précédente a été retournée, cette représentation du diagramme dispersion étant également souvent utilisée, en particulier dans le diagramme à deux dimensions qui sera vu plus loin.

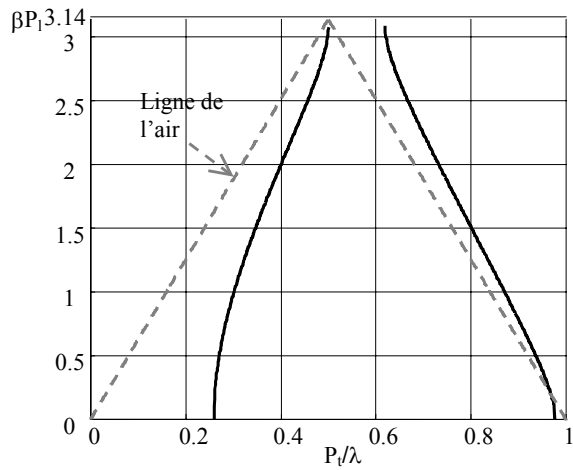


Figure III-64 - Diagramme de Brillouin pour  $P_t = P_i$   $a/P_t = 5\%$ . En tirés : ligne de l'air.

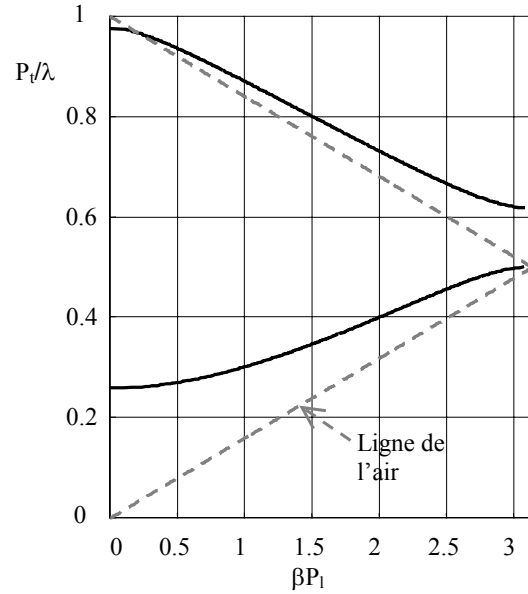


Figure III-65 - Figure précédente retournée.

### b) Etude paramétrique pour les tiges continues

#### i) Effet du rapport $a/P_t$

La Figure III-66 représente  $|M|$  obtenu pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$ . Nous pouvons ainsi voir comment évoluent les bandes lorsque le diamètre des tiges augmente : la première bande interdite augmente, la première bande propagée se décale vers les hautes fréquences et diminue de largeur ; la deuxième bande propagée diminue aussi et devient de plus en plus étroite. La limite étant le réflecteur où il n'y a plus de propagation. Sur la Figure III-67, sont tracés les diagrammes de dispersion correspondant.

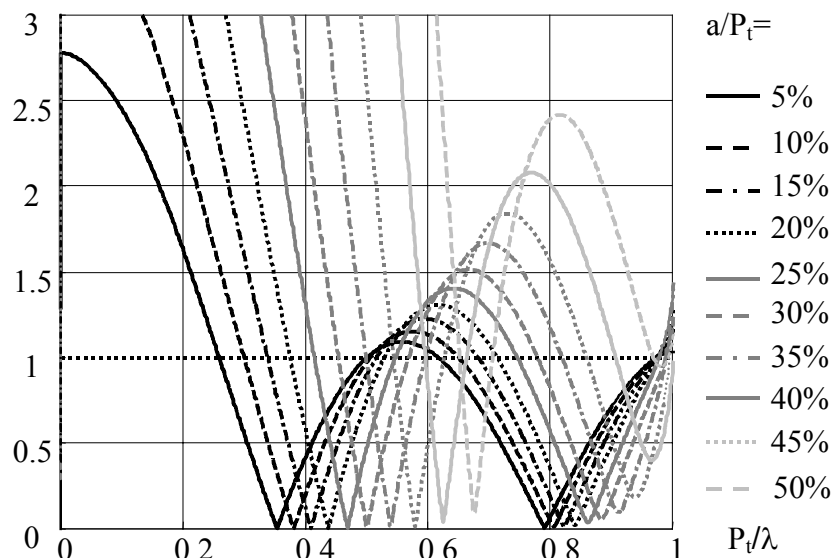


Figure III-66 -  $|M|$ ,  $P_t = P_i$ , pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$ .

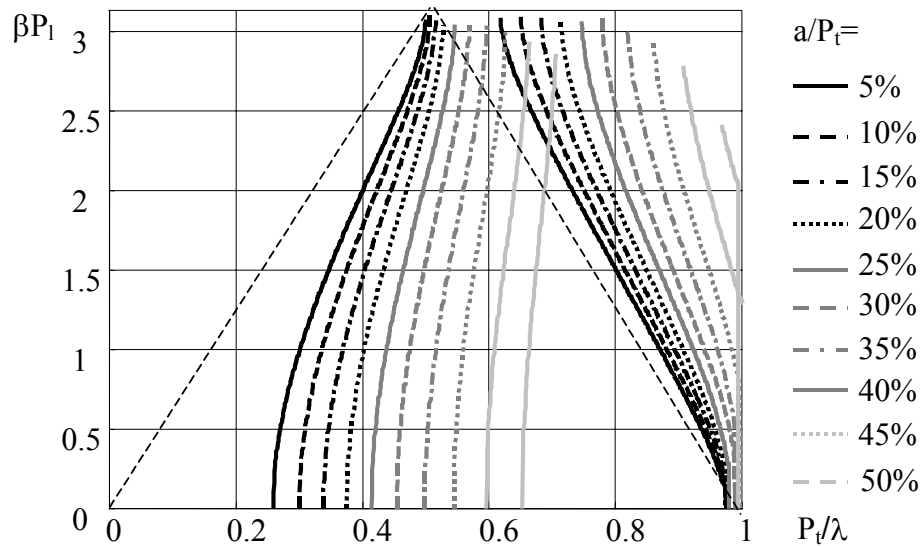


Figure III-67 - Diagrammes de dispersion 1-D pour différentes valeurs du rapport  $a/P_t$ .

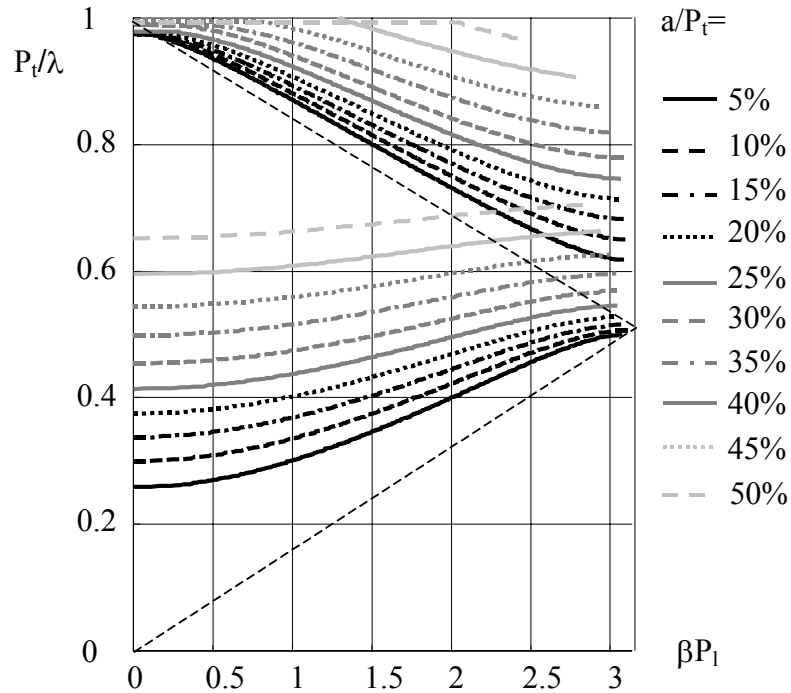


Figure III-68 - Figure précédente retournée.

## ii) Effet de $P_1$

Les courbes suivantes montrent l'effet de  $P_1$  sur les *bandes* pour deux valeurs du rapport  $a/P_t$  :  $a/P_t=5\%$  (Figure III-69) et  $a/P_t=30\%$  (Figure III-70). L'augmentation de  $P_1$  fait décaler les bandes vers basses fréquences tout en réduisant leurs largeurs.

Lorsque le diamètre des tiges est faible nous retrouvons certains points d'intersection de  $|M|$  avec la droite d'ordonnée 1 pour les deux valeurs de  $P_1$ . Ces points (encadrés sur la Figure

III-69), sont vus plus en détails plus loin lorsque nous nous limitons au cas de diamètre des tiges faible.

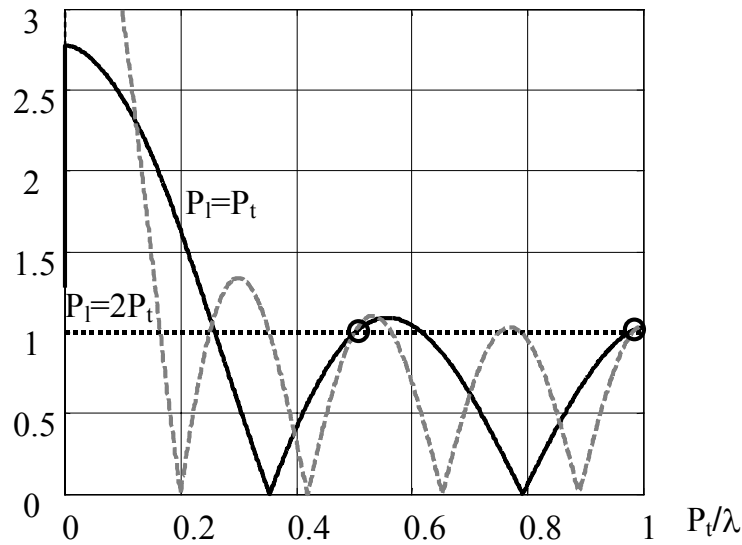


Figure III-69 -  $|M|$  pour  $P_l = P_t$  et  $P_l = 2P_t$   $a/P_t = 5\%$ .

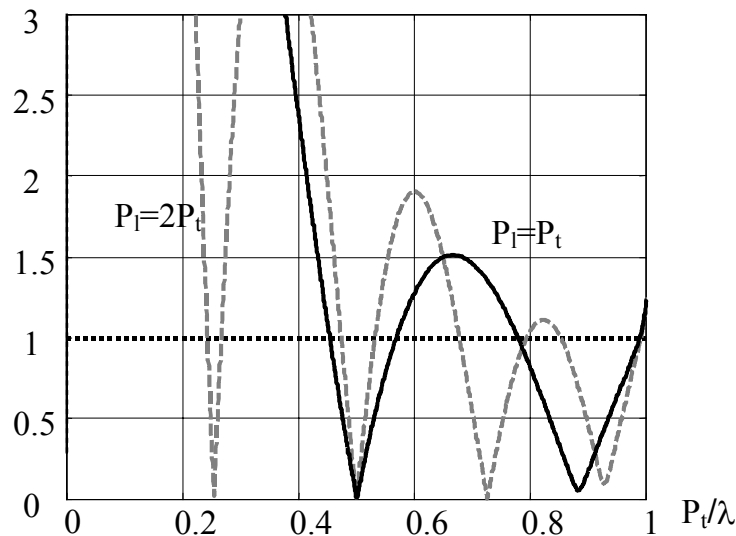


Figure III-70 -  $|M|$  pour  $P_l = P_t$  et  $P_l = 2P_t$   $a/P_t = 30\%$ .

### c) *Comment obtenir le comportement dual des bandes*

Si dans l'équation de dispersion nous permutons les coefficients ( $r$ ,  $t$ ), nous obtenons alors le comportement dual (cf. Figure III-71) : les *bandes interdites* deviennent des *bandes propagées* et les *bandes propagées* deviennent des *bandes interdites*. En effet les intersections des deux courbes avec l'ordonnée 1 ont lieu pour les mêmes points et lorsqu'une courbe est sous la droite d'ordonnée 1 l'autre est au-dessus de cette droite et vice-versa.

**A notre connaissance, cette observation n'a pas été faite dans la Littérature.**



Pour que deux surfaces périodiques aient leurs coefficients  $(r, t)$  inversés (au moins en module), il faudrait qu'ils vérifient les conditions suivantes (d'après le principe de Babinet [4]) :

- L'une des surfaces est le *complémentaire* de l'autre (i.e. le métal devient de l'air et l'air du métal par exemple)
- Les surfaces sont *extrêmement fines* (dans notre exemple  $a/P_t < 0,1\%$ )

Il est évident que la surface à tiges discontinues ne permet pas d'obtenir la structure complémentaire de la surface à tiges continues, mais nous verrons, plus loin, qu'il est possible de s'approcher du comportement dual des *bandes* en dessous de la fréquence de résonance des tiges discontinues (où les deux structures ont un comportement inversé de  $(r, t)$ , cf. chapitre II, paragraphe II-3-5, Figure II-20).

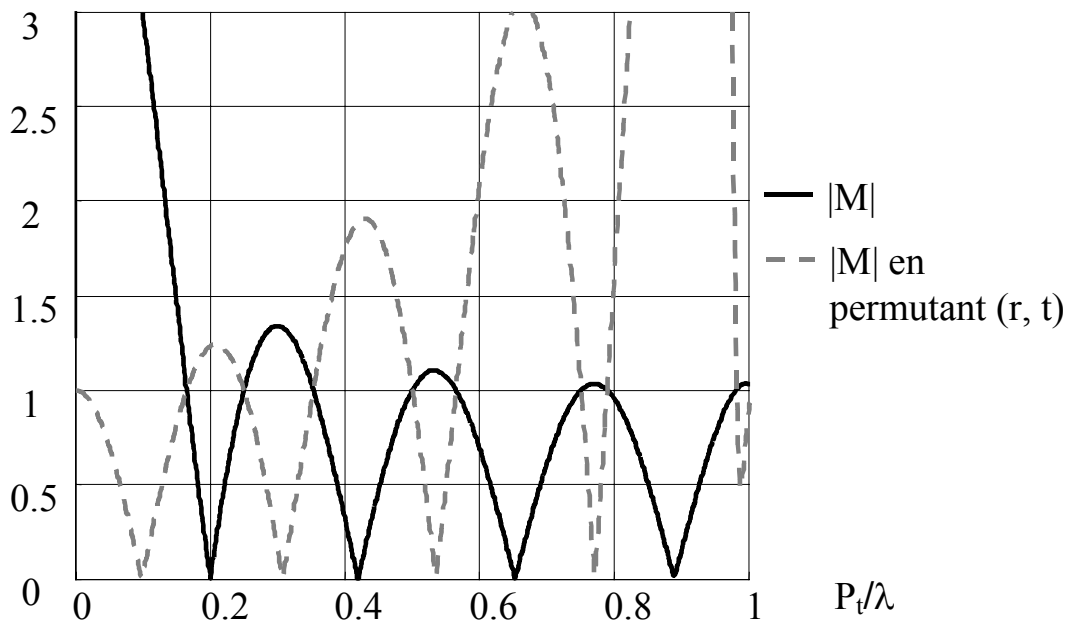


Figure III-71 - Comparaison de  $|M|$  obtenu avec et sans permutation de  $(r, t)$  pour  $P_t = 2P_c$ ,  $a/P_t = 5\%$ .

#### d) Quasi-dualité tiges continues/discontinues

Le tracé du coefficient  $|M|$  de l'équation de dispersion montre que la structure infinie de tiges discontinues dispose en basse fréquence d'abord d'une bande propagée (Figure III-72). Là encore le comportement est inversé pour les tiges discontinues par rapport aux tiges continues. Mais après la fréquence de résonance de la tige discontinue, nous retrouvons le comportement des tiges continues. Nous avons tracé  $|M|$  pour différentes valeurs de  $e/P_z$  pour  $P_t = P_c$  (Figure III-73) et  $P_t = 2P_c$  (Figure III-73). En augmentant  $e/P_z$ , la fin de la première

bande propagée se décale vers les hautes fréquences. Pour  $e/P_z$  élevée (62.5%) il n'y a quasiment pas de bande interdite.

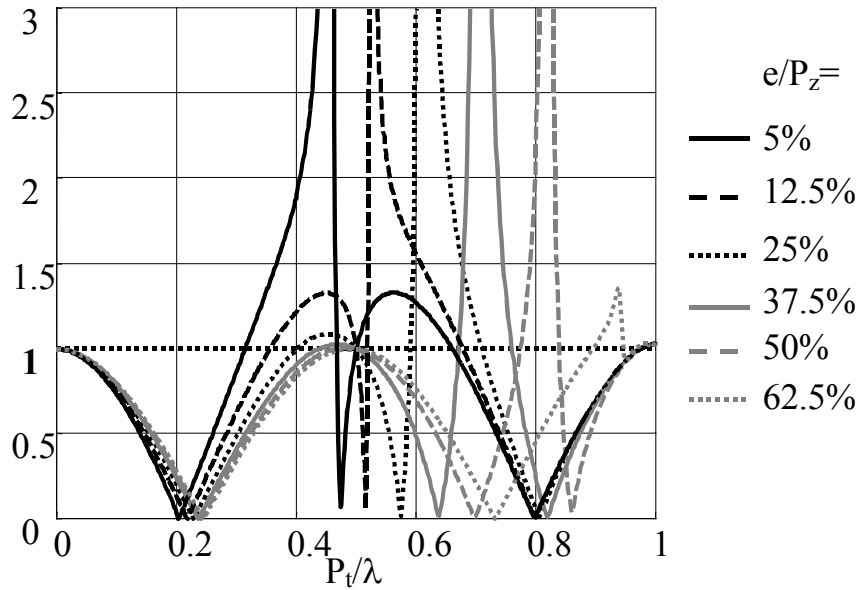


Figure III-72 -  $|M|$ ,  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=P_b$ , pour différents  $e/P_z$ .

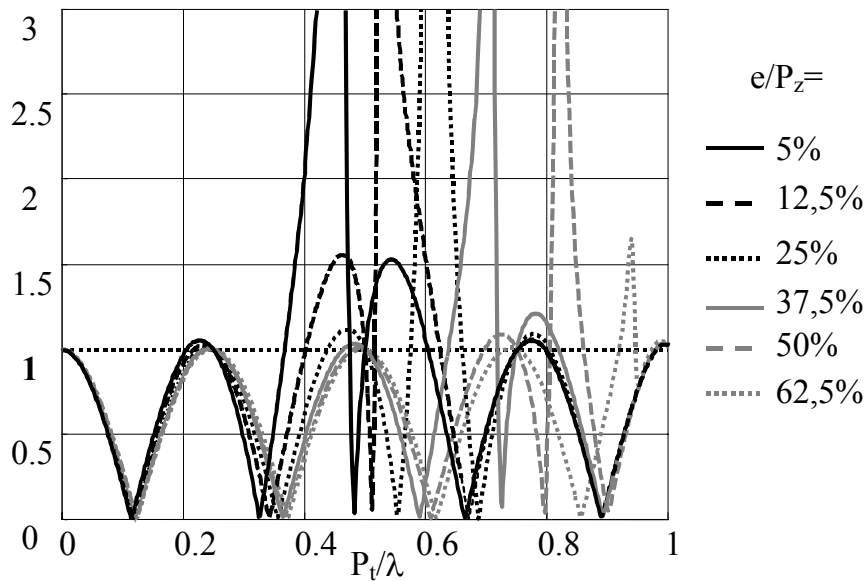


Figure III-73 -  $|M|$ ,  $P_z=P_b$ ,  $a/P_t=5\%$ ,  $P_t=2P_b$ , pour différents  $e/P_z$ .

La Figure III-74 donne  $|M|$  pour les cas discontinu et continu. Le point d'intersection avec l'ordonnée 1 correspondant à  $P_t=\lambda/2$  est commun au deux. La fin de la *première bande propagée* du cas continu et la fin de la *deuxième bande propagée* du cas discontinu coïncide. En effet, nous sommes dans un cas de diamètre des tiges faible ( $a/P_t=5\%$ ), nous verrons cela en détails plus loin.

Avant la fréquence de résonance de la tige discontinue les deux structures ont un comportement opposé. Après la fréquence de résonance les deux structures retrouvent un comportement similaire.

Nous pouvons rechercher  $P_z$  et 'e' permettant de faire coïncider exactement la première bande interdite pour le cas continu avec la première bande propagée pour le cas discontinu : nous obtenons  $e/P_z \approx 1,25\%$  (Figure III-74, le point encerclé correspond au point d'intersection de  $|M|$  avec l'ordonnée 1 pour les deux cas).

Dans certaines applications, il n'est pas utile de faire coïncider exactement ces deux points. Nous voyons que si nous passons de la structure continue à la structure discontinue, nous autorisons systématiquement la propagation dans la première bande interdite si  $e/P_z \geq 1,25\%$ . Cette caractéristique est très utile lorsqu'on veut commander le rayonnement d'une antenne. C'est ce principe qui est utilisé dans le chapitre VII pour créer un faisceau tournant sur  $360^\circ$ . La commande est réalisée à l'aide de diodes (ou de transistor) disposées dans les tiges métalliques, permettant de faire la permutation *continue/discontinue*.

La Figure III-75 représente le module du coefficient de transmission pour 5 couches pour les cas continu et discontinu pour  $a/P_t = 5\%$ ,  $P_t = P_t$ ,  $e/P_z = 1,25\%$ . La dualité est obtenue jusqu'à la fréquence de résonance de la tige discontinue. Sur la Figure III-76, sont tracés les coefficients de transmission pour la structure à tige discontinue pour  $n=1, 2, 3, 4$  et 5 couches.

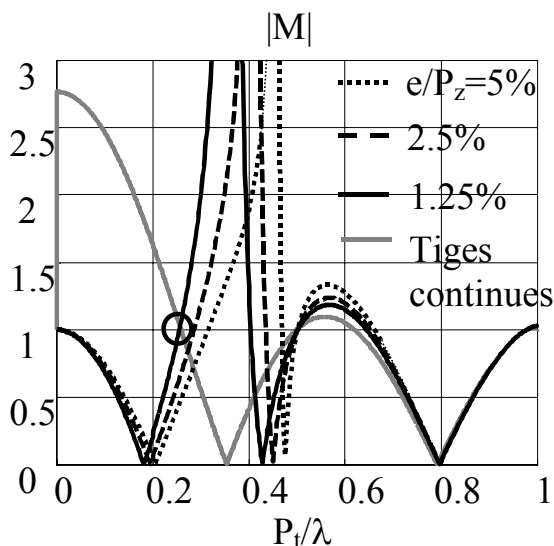


Figure III-74 -  $|M|$ , réduction de  $e/P_z$  pour faire correspondre les bandes avec le cas continu  $P_t = P_t$ .

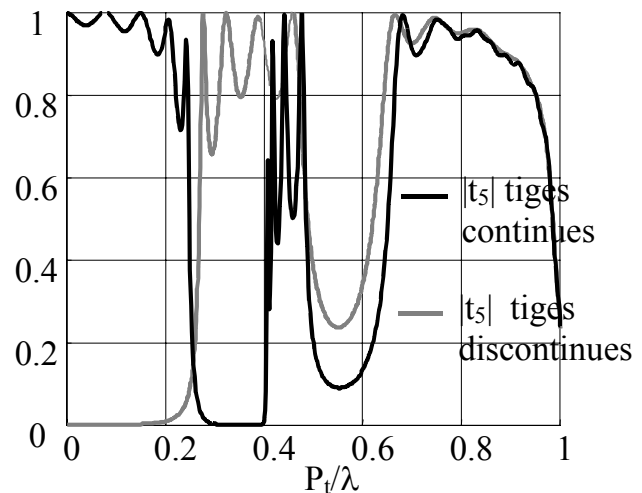


Figure III-75 -  $|t_5|$  pour cas **continu** (en trait clair) et **discontinu**  $a/P_t = 5\%$   $e/P_z = 1,25\%$   $P_z = P_t$   $P_t = P_t$ .

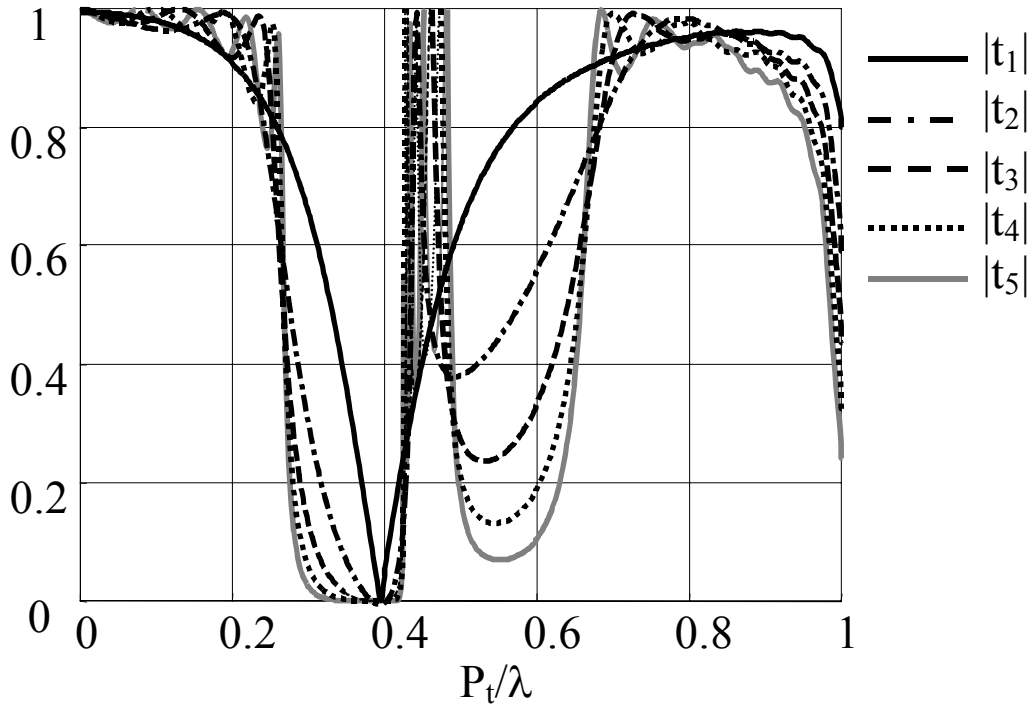


Figure III-76 -  $|t_n|$   $a/P_t=5\%$   $e/P_z=1,25\%$ ,  $P_z=P_t$ ,  $P_t=P_b$ ,  $n=1,2,3,4$  et 5 couches.

Pour la configuration  $P_t=2P_b$ ,  $a/P_t=5\%$  et  $e/P_z=1,25\%$ , la Figure III-77 nous donne  $|M|$  avec  $P_t=2P_b$ . Sur la Figure III-78 est tracé  $|t_5|$  pour cette configuration. La dualité est obtenue dans ce cas sur trois bandes et demi.

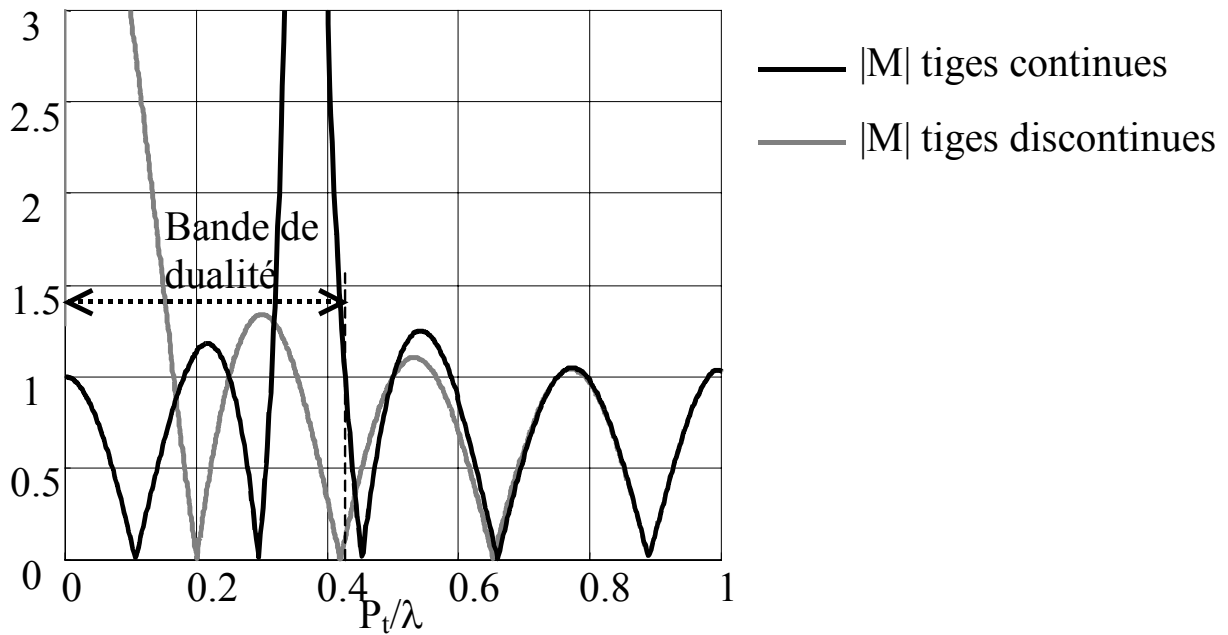


Figure III-77 -  $|M|$   $a/P_t=5\%$   $e/P_z=1,25\%$   $P_z=P_t$  tiges continues (trait clair) et tiges discontinues (trait foncé)  $P_t=2P_b$ .

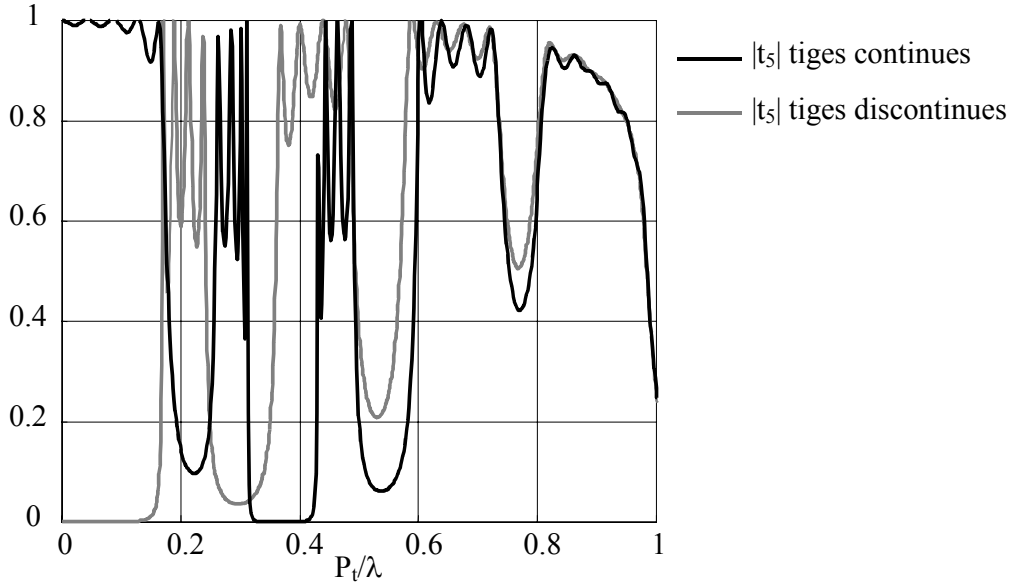


Figure III-78 -  $|t_5|$  pour cas continu (trait clair) et discontinu  $a/P_t=5\%$   $e/P_z=1.25\%$   $P_z=P_t$   $P_t=2P_b$ , la dualité existe sur trois bandes et demi.

Remarque :

Nous avons étudié le cas  $P_z=P_t$ . Le cas  $P_z>P_t$  risque de nous gêner si la résonance de la tige discontinue a lieu dans la bande interdite du cas discontinu qui nous intéresse. Le cas  $P_z<P_t$  peut nous permettre de rechercher cette *dualité* sur plusieurs bandes. En fait cela a le même effet que d'augmenter  $P_t$  par rapport à  $P_t$  (Figure III-77). L'inconvénient d'une période  $P_z$  petite est qu'elle impose d'augmenter le nombre de discontinuités et donc celui de diodes dans la structure antenne à rayonnement contrôlé.

### III.6.1.2 Diamètre des tiges faible

Le diamètre des tiges est considéré faible ( $a/P_t<10\%$ ). Le modèle de ligne de la surface périodique utilisé est celui d'une admittance équivalente  $y$  (cf. Figure III-79 et Figure III-80).

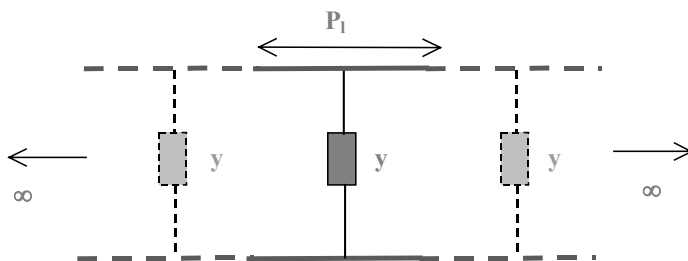


Figure III-79 - Modèle de ligne de transmission équivalent d'une infinité de surfaces périodiques espacées par  $P_t$  pour  $a/P_t<10\%$ .

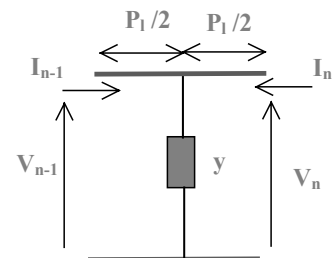


Figure III-80 - Cellule élémentaire e  $a/P_t<10\%$ .

L'équation de dispersion (prendre l'équation du cas général et poser  $y_1=\infty$  et  $y_2=y$ ) devient :

$$\cos(\beta P_1) = \cos(kP_1) + j\frac{y}{2}\sin(kP_1) \quad (III-47)$$

Et  $|M|$  s'écrit :

$$|M| = \left| \cos(kP_1) + j\frac{y}{2}\sin(kP_1) \right| \quad (III-48)$$

En étudiant l'équation  $|M|=1$ , nous voyons que les points  $kP_1=2n\pi$ ,  $n=0,1,\dots$ , sont des solutions indépendantes de l'admittance  $y$ . Ceci est équivalent à  $P_1=n\lambda/2$ . Ces points correspondent à la fin des bandes interdites comme nous pouvons le voir sur la Figure III-81. Sur cette figure sont tracés  $|M|$  pour deux valeurs de  $P_1$ .

Le début des bandes propagées par contre, dépend de la valeur de l'admittance  $y$ . En négligeant la partie réelle de l'admittance  $y$  et après quelques calculs, ces points correspondent à :

$$\text{Im}(y)|_{\text{début des BP}} = 2\left(\cot(kP_1) - \sqrt{\cot^2(kP_1) - 1}\right) \quad (III-49)$$

Nous n'obtenons donc pas de relation simple.

Le point de la fin de la première bande interdite qui est aussi une bande interdite totale (quelle que soit la direction de propagation), comme il sera vu dans le prochain paragraphe, avec  $P=P_1=P_t$  est à environ  $P_t/\lambda=0,26$  pour  $a/P_t=5\%$ .

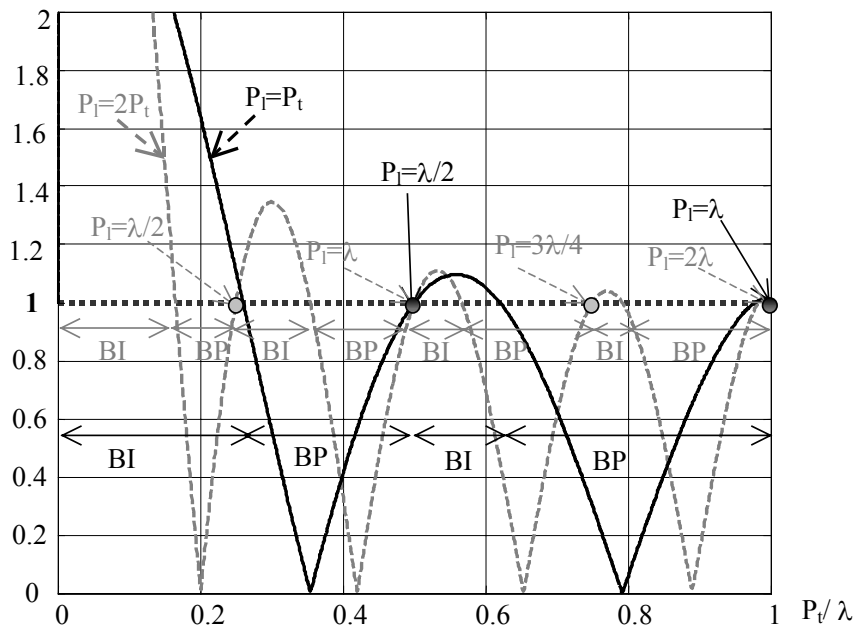


Figure III-81 -  $|M|$ , fin des bandes propagées pour diamètre des tiges faible.  $P_1=P_t$  et  $P_1=2P_t$ .

Si on pose  $kP \ll 1$  et  $|M|=1$  on peut obtenir une approximation du début de la première bande propagée (en posant que  $y$  est imaginaire pure, on supprime le module) :

$$1 \approx 1 - \frac{(kP_1)^2}{2} + j \frac{y}{2} kP_1 \quad (III-50)$$

Après simplifications, l'équation s'écrit ainsi :

$$kP_1 \approx jy \quad (III-51)$$

Marcuvitz nous donne une expression de l'admittance  $y$  lorsque le diamètre des tiges 'a' est très faible ( $a/P_t < 0,1\%$ ) [61], en posant  $P=P_l=P_t$  :

$$y \approx -j \frac{2\pi}{kP \ln\left(\frac{P}{2\pi.a}\right)} \quad (III-52)$$

L'équation (III-51) s'écrit alors ainsi :

$$k^2 c^2 \approx \omega_p^2 = \frac{2\pi c^2}{P^2 \ln\left(\frac{P}{2\pi.a}\right)} \quad (III-53)$$

$\omega_p$  est la pulsation correspondant au début de la première bande interdite. Elle s'écrit finalement :

$$\omega_p = 2\pi f_p = \frac{c}{P} \sqrt{\frac{2\pi}{\ln\left(\frac{P}{2\pi.a}\right)}} \quad (III-54)$$

On retrouve la formule donnée par Pendry [41] pour les tiges métalliques de très faible diamètre, établie différemment. Lorsque  $kP \ll 1$  et  $|\beta|P \ll 1$ , l'équation (III-47) devient :

$$1 - \frac{(\beta P)^2}{2} \approx 1 - \frac{(kP)^2}{2} + j \frac{y}{2} (kP) \quad (III-55)$$

En posant  $\beta^2 = n^2 k^2$ ,  $n$  étant l'indice effectif du milieu, on a :

$$n^2 \approx 1 - j \frac{y}{kP} \quad (III-56)$$

En utilisant (III-52), on obtient :

$$n^2 \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad \text{avec} \quad \omega_p = \frac{c}{P} \sqrt{\frac{2\pi}{\ln\left(\frac{P}{2\pi a}\right)}} \quad \text{et} \quad \omega = 2\pi f \quad (III-57)$$

On a ainsi une forme analogue au modèle de Drude d'un plasma<sup>5</sup> [63] de fréquence  $\omega_p$ . On retrouve le modèle de Pendry [41] pour les tiges métalliques lorsque le diamètre des tiges est très faible (il est à noter la présence du facteur  $2\pi$  devant  $a$  que l'on ne trouve pas dans le modèle de Pendry). Cette formule est valable pour  $kP \ll 1$ , c'est à dire pour une période  $P$  faible devant la longueur d'onde, et pour un rapport  $a/P < 0,1\%$ .

D'après la formule (III-57),  $\omega_p^2/\omega^2$  étant positif  $n$  est inférieur à 1 (milieu ultra-réfractif). Si  $\omega > \omega_p$ ,  $n$  est positif, l'onde peut se propager dans la structure et la permittivité s'écrit

$$\varepsilon \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}.$$

Si  $\omega < \omega_p$ , il n'y a pas de propagation dans la structure (constante de propagation  $\beta$  imaginaire pure). La permittivité est alors négative.

### III.6.2 Diagramme de dispersion 2-D

Notre étude précédente nous a permis de tracer qu'une partie du diagramme de dispersion du réseau de tiges métalliques qui possède en fait une périodicité en deux dimensions (Figure III-82a).

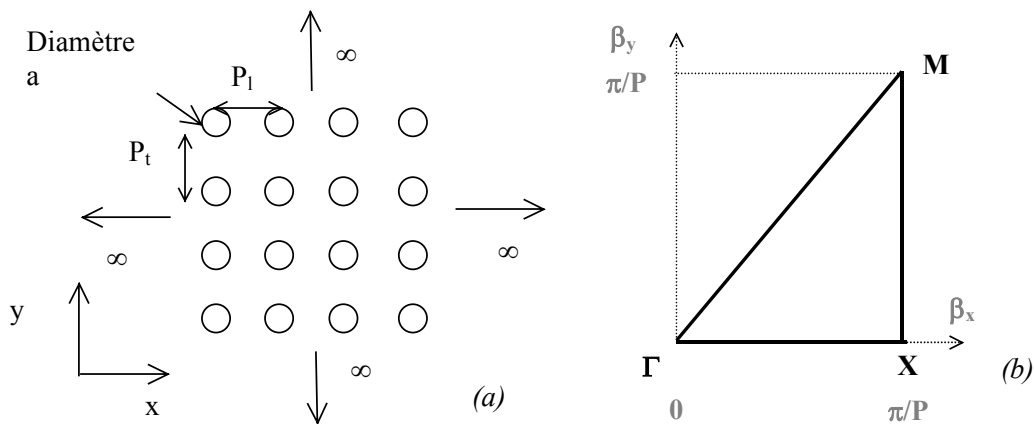


Figure III-82 - (a) Réseaux 2-D et (b) Zone irréductible de Brillouin correspondante [3].

<sup>5</sup> Un plasma est un milieu avec des charges positives et négatives. L'ionosphère est constitué de plasma.



Dans le diagramme de dispersion global, il faut considérer deux coefficients  $\beta_x$  et  $\beta_y$ . Le diagramme de dispersion de la structure périodique 2-D est alors une courbe en 3 dimensions avec la fréquence (normalisée) et  $(\beta_x, \beta_y)$ . Mais pour avoir toutes les informations utiles (i.e. pour définir *les bandes*) il suffit de se limiter aux valeurs de  $(\beta_x, \beta_y)$  appartenant au contour de la zone irréductible de Brillouin (Figure III-82b [3]).

La Figure III-83 donne le diagramme de dispersion 2-D de la structure à tiges métalliques pour  $P=P_t=P_l$  et  $a/P=5\%$ . Décrivons brièvement cette courbe. Le tracé  $\Gamma$ -X correspondant à la propagation dans la direction d'angle  $0^\circ$  ( $\beta_y P=0, \beta_x P=0-\pi$ ) (identique à la courbe de la Figure III-65). Le tracé M- $\Gamma$  correspond à un angle de  $45^\circ$  ( $\beta_x P=\beta_y P=0-\pi$ ). Le tracé X-M correspond à  $\beta_x P=\pi, \beta_y P=0-\pi$  (les angles de  $0$  à  $45^\circ$  sont balayés). Ce contour suffit pour mettre en évidence les bandes interdites dans le réseau 2-D pour toutes les directions de propagation. Seule la première bande interdite est une *bande interdite totale* (quelle que soit la direction de propagation) (pour la polarisation TM).

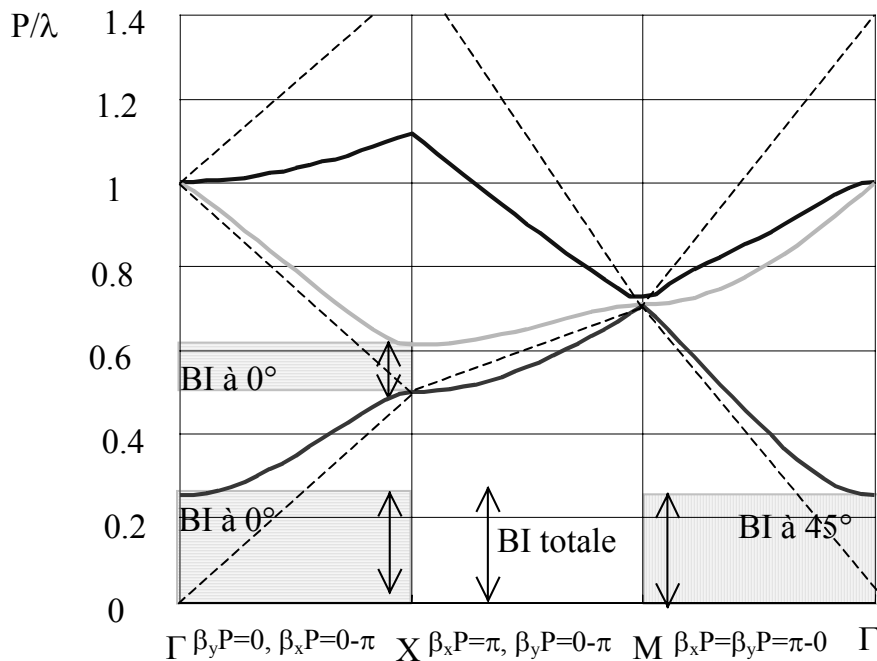


Figure III-83 - Diagramme de dispersion pour  $a/P=5\%$  avec  $P=P_t=P_l$ . En tirés : lignes de l'air. Résultat HFSS (méthode des éléments finis).

Sur la Figure III-84, sont tracés les diagrammes de dispersion pour différentes valeurs du rapport  $a/P$  ( $P=P_t=P_l$ ). La première bande interdite augmente lorsque  $a/P$  augmente et une deuxième bande interdite totale apparaît lorsque  $a/P$  est élevé ( $>40\%$ ).

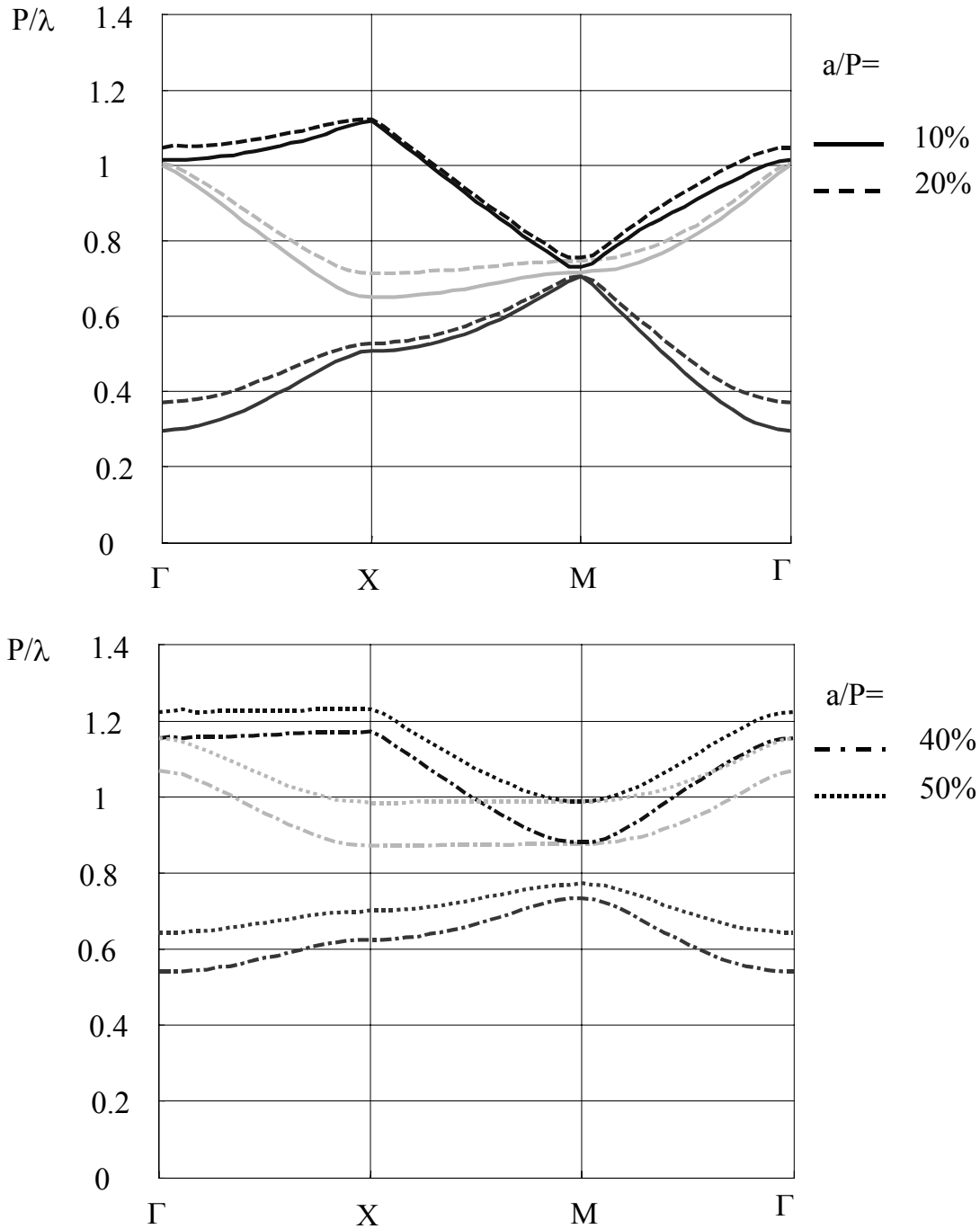


Figure III-84 - Diagrammes de dispersion pour différentes valeurs du rapport  $a/P$  avec  $P=P_t=P_l$ .

### III.7 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était de faire l'analyse des structures multicouches planaires constituées de tiges métalliques.

La méthode de la cavité Fabry-Pérot a été généralisée pour étudier les structures multicouches composées de cavités couplées.

Les relations du modèle l'interféromètre de Fabry-Pérot ont permis de mieux aborder la synthèse d'une structure multicouche. Elles donnent des informations sur les lieux de résonance et les niveaux des courbes de transmission. Ces relations ont été validées pour différents diamètres des tiges et différentes distances inter-couche.

Des mesures ont été effectuées permettant de vérifier le calcul analytique/numérique associé aux relations de la cavité Fabry-Pérot.

Nous avons fait l'étude de l'insertion de la source d'onde plane à l'intérieur de la cavité composée de une ou plusieurs surfaces de part et d'autre de la source.

Associant à nouveau la simulation électromagnétique et un modèle mathématique nous avons fait l'étude du diagramme de dispersion 1-D pour différents rapports diamètre des tiges/période transversale. Ce diagramme a été complété par le diagramme de dispersion 2-D obtenu avec le simulateur électromagnétique HFSS (méthode des éléments finis).

Enfin nous avons étudié la structure à tiges discontinues, montrant comment choisir l'espace entre les tiges pour obtenir la dualité avec les tiges continues.

## CHAPITRE IV :

# Structures périodiques planaires appliquées aux antennes

---

### IV.1 Introduction

Dans le domaine des micro-ondes et des antennes beaucoup d'applications utilisant les structures périodiques ont connu un regain d'intérêt ces dernières années. Les applications dans le domaine des antennes, sur lesquelles nous nous concentrons ici, sont *l'augmentation de la directivité, les multiples faisceaux et le balayage fréquentiel de faisceau*.

Récemment des auteurs ont proposé d'insérer un dipôle dans une structure périodique pour augmenter la directivité de l'antenne [12][15][18].

La plupart ont cependant utilisé le coefficient de transmission de la structure lorsque celle-ci est excitée avec une source externe.

Dans ce chapitre, l'étude de la directivité est basée sur la cavité Fabry-Pérot munie d'une source interne. Ce modèle est plus naturel et se rapproche davantage du cas réel. Il est vrai que dans ce cas le coefficient de transmission est supérieur à un, et prend des valeurs très élevées. Pour certains, ce coefficient supérieur à 1 est déroutant et non physique, pour d'autres (Temelkuran [39]) cette valeur traduit le gain des antennes directives obtenues. Notre analyse est différente et nous essaierons de faire la part des choses.

Nous obtenons une quantification de la directivité et extrayons les dépendances et les propriétés angulaires des structures périodiques pour les appliquer aux antennes.

Nous proposons une nouvelle méthode de calcul qui permet de mieux prendre en compte la finitude des parois de la cavité. Nous montrons également l'effet de la dépendance angulaire des surfaces semi-réfléchissantes de la cavité sur la directivité.

Nous montrons ensuite l'effet de plusieurs cavités, en mettant de part et d'autre de la source plusieurs couches de surfaces espacées périodiquement.

Des auteurs ont proposé de créer un défaut dans la structure en augmentant la cavité centrale et créer ainsi une propagation dans la bande interdite de la structure multicouche. Nous verrons que la création du défaut n'est pas nécessaire et qu'il est préférable que la cavité centrale ait la même dimension que les autres cavités (lorsqu'il n'y a pas de réflecteur).

Ensuite, nous montrons comment utiliser les caractéristiques de filtrage de la cavité Fabry-Pérot et de la structure multicouche pour obtenir des faisceaux multiples.

Enfin, nous montrons comment obtenir le balayage de faisceau, via une variation de la fréquence.

## **IV.2 Augmentation de la directivité avec une cavité Fabry-Pérot**

### **IV.2.1 Structure infinie : diagramme de rayonnement, ouverture angulaire et directivité**

Dans les années 50 [6][7], il a été proposé une antenne constituée d'un guide et d'une surface semi-réfléchissante. Dans la référence [6], l'augmentation de la directivité obtenue de l'antenne est expliquée en utilisant le modèle de la cavité Fabry-pérot.

Considérons deux surfaces semi-réfléchissantes infinies de part et d'autre d'une source à rayonnement *isotrope* dans un plan (Figure IV-1). La source peut être un dipôle, par exemple. Il est connu [6][7] que la sélectivité angulaire de la cavité Fabry-Pérot augmente la directivité de la source au départ à rayonnement isotrope (c'est à dire avec une directivité minimale).

Nous montrons dans ce paragraphe comment quantifier l'ouverture angulaire du diagramme de rayonnement de la structure en fonction des caractéristiques ( $r$ ,  $t$ ) de la surface semi-réfléchissante.

Considérons la cavité de la Figure IV-1 munie d'une source d'onde plane à son intérieur.

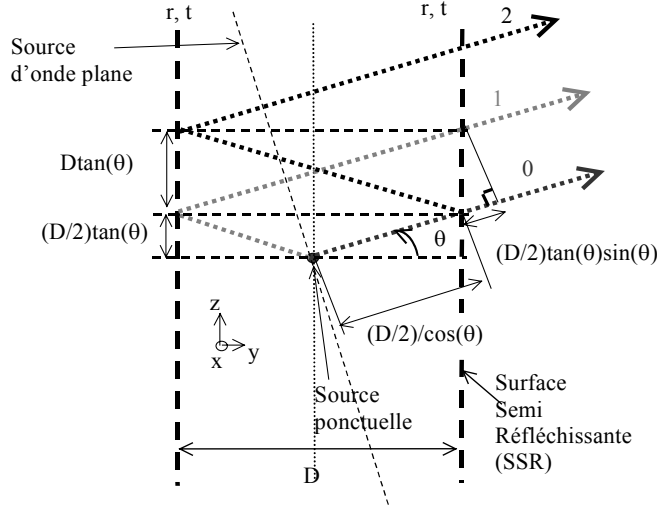


Figure IV-1 – Méthode classique (méthode des rayons, Von Trentini [6]) d'évaluation du diagramme de rayonnement d'une structure antenne-cavité Fabry-Pérot.

Le coefficient de transmission  $T_2$  de cette cavité a déjà été calculé au chapitre précédent (équation (III-17)). Pour une incidence oblique d'angle  $\theta$ , il devient :

$$\begin{aligned}
 T_2(\theta) &= t(\theta) \sum_{n=0}^{\infty} r(\theta)^n \exp \left( jk(2n+1) \left( \frac{D}{2} \tan(\theta) \sin(\theta) - \frac{D}{2 \cos(\theta)} \right) \right) \\
 &= \frac{t(\theta) \exp \left( -jk \frac{D \cos(\theta)}{2} \right)}{1 - r(\theta) \exp(-jkD \cos(\theta))}
 \end{aligned} \tag{IV-1}^6$$

( $r(\theta) = |r(\theta)| \exp(j\phi_r(\theta))$ ,  $t(\theta)$ ) étant les coefficients complexes de réflexion et de transmission des murs de la cavité. Supposons ( $r(\theta)$ ,  $t(\theta)$ ) dépendants peu de l'angle d'incidence (pour notre structure composée de tiges métalliques, ceci est vrai pour  $P_t \ll \lambda$  [6]). On peut alors écrire :

$$T_2(\theta) \approx \frac{t \exp \left( -jk \frac{D \cos(\theta)}{2} \right)}{1 - r \exp(-jkD \cos(\theta))} \tag{IV-2}$$

avec  $r$  et  $t$ , les coefficients obtenus en incidence normale.

La fonction  $T_2(\theta)$  montre la dépendance angulaire (spatial) de la cavité Fabry-Pérot.

Considérons maintenant le cas où une source ponctuelle isotrope remplace l'onde plane d'excitation. Le diagramme de rayonnement de la source étant omnidirectionnel, elle envoie

<sup>6</sup>  $\tan(\theta) \sin(\theta) - 1/\cos(\theta) = (\sin^2(\theta) - 1)/\cos(\theta) = -\cos(\theta)$

simultanément une infinité d'onde plane dans toutes les directions ( $\theta$ ). Ces ondes seront filtrées selon la relation (IV-2) et  $T_2(\theta)$  devient le diagramme de rayonnement de la cavité munie d'une source isotrope (un dipôle, par exemple).

Le module de  $T_2(\theta)$  est maximum pour :

$$kD \cos(\theta) = \varphi_r + 2n\pi, \quad n=0,1,2,\dots \text{ et } k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (IV-3)$$

Si l'on souhaite que le maximum ait lieu pour l'incidence normale ( $\theta=0^\circ$ ) conduit, la relation précédente conduit à la fréquence de résonance suivante, en fonction de  $D$  :

$$f_n = \left( \frac{\varphi_r}{2\pi} + n \right) \frac{c}{D}, \quad n=0,1,2,\dots \quad (IV-4)$$

ou à la distance suivante, pour une fréquence  $f_0$  fixée :

$$D = \left( \frac{\varphi_r}{2\pi} + n \right) \lambda_0, \quad n=0,1,2,\dots \quad (IV-5)$$

On considère la structure composée d'une rangée de tiges métalliques de part et d'autre de la source isotrope (Figure IV-2) et de paramètres :  $P_t=10\text{mm}$ ,  $D=80\text{mm}$  et  $a=2\text{mm}$ . Nous rappelons que la fréquence de résonance  $f_n$  ou la distance  $D$  sont obtenues graphiquement (Figure IV-3) comme nous l'avons vu dans le chapitre précédent. La Figure IV-3 donne  $f_0=1.81\text{GHz}$  pour notre exemple.

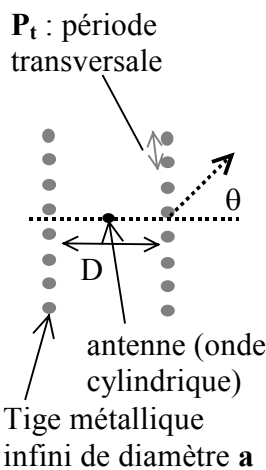


Figure IV-2 – Structure antenne-cavité Fabry-Pérot constituée de tiges métalliques

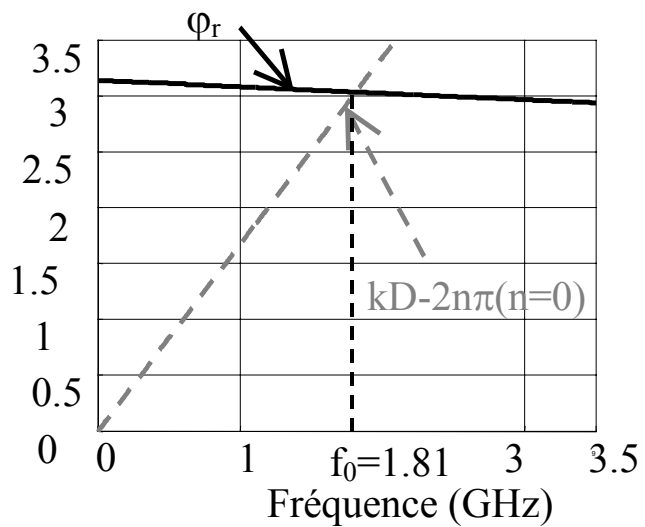


Figure IV-3 – Détermination graphique de la condition de résonance à la normale :  $kD - 2n\pi = \varphi_r$ .

La fréquence de résonance qui correspond au maximum de la fonction  $|f_1(0)|$  correspond approximativement au maximum de directivité comme nous le verrons plus loin.

Nous avons tracé la fonction  $|T_2(0)|$  en fonction de la fréquence sur la Figure IV-4. Nous avons tracé également la fonction  $|T_2(\theta)|$  normalisée, à la fréquence  $f_0$  ( $=1.81\text{GHz}$ ) (Figure IV-6). Elle permet de donner une estimation du diagramme de rayonnement.

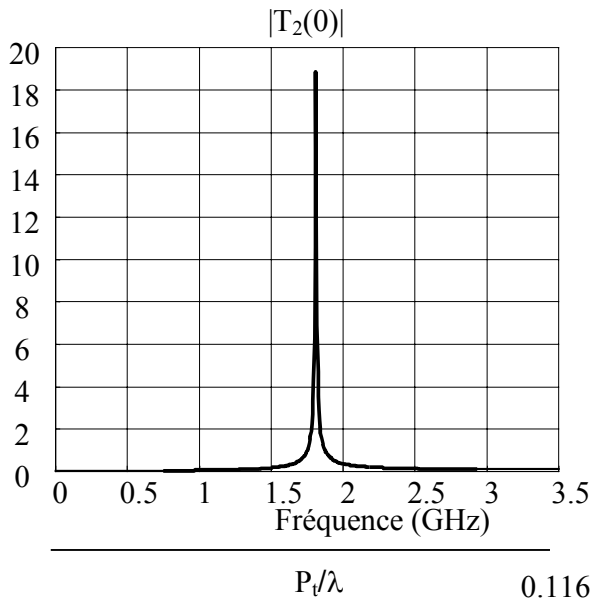


Figure IV-4 –  $|T_2(0)|$  en fonction de la fréquence pour  $D=80\text{mm}$ ,  $P_t=10\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .

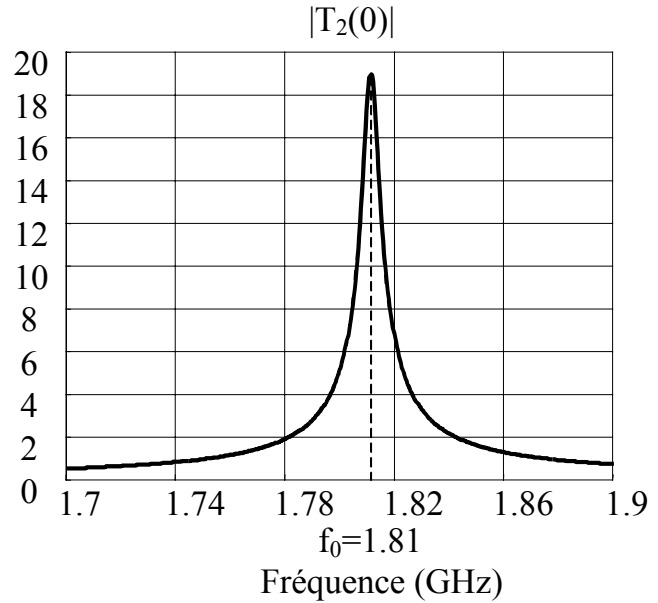


Figure IV-5 – Zoom de la courbe précédente.

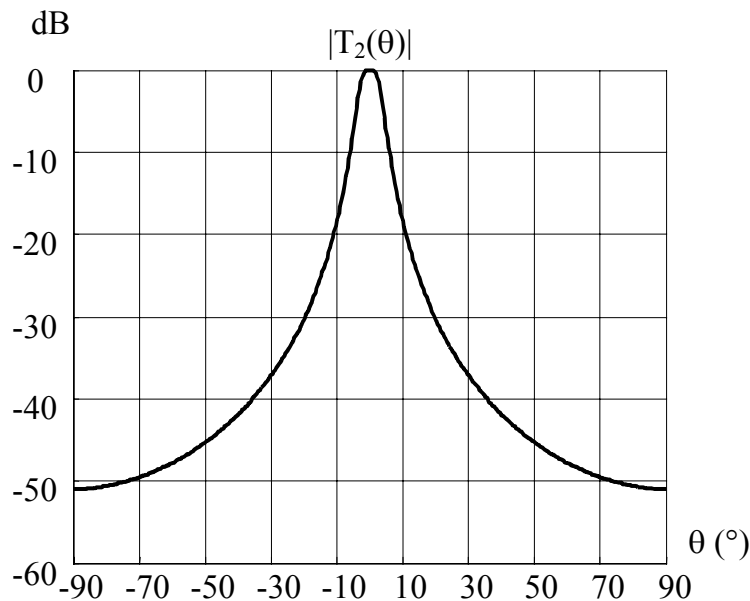


Figure IV-6 – Diagramme de rayonnement  $|T_2(\theta)|$  à  $f_0=1.81\text{GHz}$ ,  $D=80\text{mm}$ ,  $P_t=10\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .



A partir de la formule (IV.2), nous allons quantifier le facteur de qualité  $Q_n = \frac{f_n}{\Delta f_{3dB,n}}$  de

$|T_2(0)|$  et l'ouverture angulaire  $\Delta\theta_{3dB,n}$  de  $|T_2(\theta)|$  pour tous les modes  $n$ .  $\Delta f_{3dB,n}$  étant la bande passante à  $-3dB$  et  $f_n$  la fréquence de résonance du mode  $n$ .

Nous considérons que  $(r, t)$  varient peu en fonction de la fréquence autour de  $f_n$ .

A la résonance  $f=f_n$  et pour  $\theta=0^\circ$ ,  $|T_2(0)| = \frac{|t|}{1-|r|}$ .

Cherchons le facteur de qualité dans le domaine fréquentiel :

$$\left| \frac{t}{1-r \cdot \exp(-jk_{3dB,n}D)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|t|}{1-|r|} \quad (IV-6)$$

d'où :

$$k_{3dB,n} = \frac{1}{D} \left( \varphi_r - \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right) \right) \quad (IV-7)$$

Et sachant que  $\frac{f_n}{\Delta f_{3dB,n}} = \frac{k_n}{2(k_n - k_{3dB})}$ , et  $k_n = \frac{\varphi_r + 2n\pi}{D}$ , nous obtenons :

$$Q_n = \frac{f_n}{\Delta f_{3dB,n}} = \frac{(\varphi_r + 2n\pi)}{\left( 4n\pi + 2 \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right) \right)} \quad (IV-8)$$

Nous appliquons la même méthode pour obtenir l'ouverture angulaire  $\Delta\theta_{3dB,n}$ . Nous pouvons écrire :

$$\left| \frac{t}{1-r \cdot \exp \left( -jk_n D \cos \left( \frac{\Delta\theta_{3dB,n}}{2} \right) \right)} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|t|}{1-|r|} \quad (IV-9)$$

Et sachant que  $k_n = \frac{\varphi_r + 2n\pi}{D}$ , nous obtenons :

$$\Delta\theta_{3dB,n} = 2 \arccos \left( \frac{\varphi_r}{\varphi_r + 2n\pi} - \frac{1}{\varphi_r + 2n\pi} \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right) \right) \quad (IV-10)$$

En utilisant cette relation nous voyons qu'à coefficient de réflexion constant, l'ouverture angulaire est minimale pour  $n=0$  (cf. Figure IV-7). C'est donc ce mode qui sera utilisé.

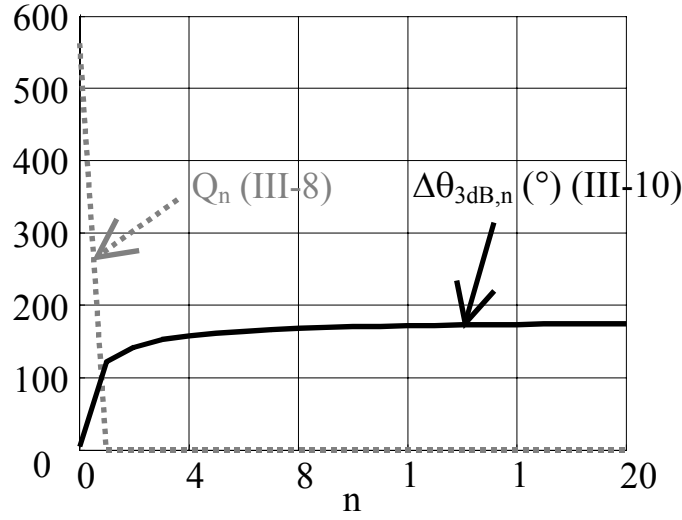


Figure IV-7 – Variation de l'ouverture angulaire  $\Delta\theta_{3dB,n}$  et du facteur de qualité  $Q_n$  en fonction du mode  $n$ . le coefficient de réflexion ( $r$ ) est fixe.

Pour le mode  $n=0$  et  $|r|\approx 1$ , et après approximations<sup>7</sup>, les relations précédentes s'écrivent :

$$Q_0 \approx \frac{\phi_r \sqrt{|r|}}{2(1-|r|)} \quad (IV-11)$$

$$\Delta\theta_{3dB,0} \approx 2 \arccos \left( 1 - \frac{(1-|r|)}{\phi_r \sqrt{|r|}} \right) \quad (IV-12)$$

L'ouverture angulaire à  $f_0$  est ainsi liée au coefficient de réflexion en module et phase. Elle peut se réécrire en utilisant l'expression de  $Q_0$  :

$$\Delta\theta_{3dB,0} \approx 2 \arccos \left( 1 - \frac{1}{2Q_0} \right) \quad (IV-13)$$

Pour  $|r|$  proche de 1,  $Q_0$  est élevé, d'où

$$\Delta\theta_{3dB,0} \approx \frac{2}{\sqrt{Q_0}} = 2 \sqrt{\frac{\Delta f_{3dB}}{f_0}} \quad (IV-14)$$

**Remarques :**

<sup>7</sup> Pour  $x \ll 1$   $\cos(x) \approx 1 - x^2/2$ ,  $\arccos(1 - x^2/2) \approx x$ .

- La relation (IV-14) de l'ouverture angulaire est obtenue en ne considérant pas la dépendance angulaire de  $(r, t)$ .
- La formule (IV-14) représente le lien entre le facteur de qualité de la cavité et l'ouverture angulaire. Nous ne devons pas confondre  $1/Q_0$ , la bande passante de la cavité avec la bande passante de l'antenne globale qui va dépendre également de la source.  $1/Q_0$  représente la bande où l'ouverture angulaire est minimale. Nous réécrivons la relation précédente ainsi :

$$\frac{1}{Q_0} \approx \left( \frac{\Delta\theta_{3dB,0}}{2} \right)^2 \quad (IV-15)$$

Par exemple à une ouverture de  $30^\circ$  ( $\pi/6$ ) correspond une bande de  $1/Q_0 \approx 7\%$  (dans le cas infini)

- La formule (IV-14) est obtenue en considérant les murs de la cavité infinis. La structure infinie ne donne donc pas la directivité infinie, contrairement au réseau linéaire infini d'antennes.
- En théorie, l'ouverture angulaire peut être la plus petite qu'on le souhaite (il suffit d'avoir  $|r|$  grand) mais cela se produirait dans une bande passante faible, cela conduirait à l'augmentation des pertes et demanderait une précision impossible dans la réalisation. Nous verrons plus loin si la dépendance angulaire de  $(r, t)$  peut donner une ouverture angulaire faible avec une bande passante plus large.

Désormais, nous appellerons  $Q$  et  $\Delta\theta_{3dB}$ , le facteur de qualité et l'ouverture angulaire pour  $n=0$ .

La directivité d'une antenne pour un angle donné est égale à l'intensité de puissance rayonnée à cet angle divisée par la moyenne de l'intensité de puissance pour tous les angles. Dans ce problème à une dimension, la directivité pour la normale s'écrit :

$$D(\theta = 0) = D_0 = \frac{\pi |T_2(\theta = 0)|^2}{2 \int_0^\pi |T_2(\theta')|^2 d\theta'} \quad (IV-16)$$

En remplaçant  $T_2$  (éq. IV-2), nous obtenons :

$$D_0 = \frac{\pi}{2 \left( 1 + |r|^2 - 2|r| \cos(kD - \varphi_r) \right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\left( 1 + |r|^2 - 2|r| \cos(kD \cos(\theta) - \varphi_r) \right)} d\theta} \quad (IV-17)$$

Nous avons tracé la directivité  $D_0$  et la fonction  $|T_2(0)|$  pour trois valeurs de  $P_t$  :  $P_t=40\text{mm}$  (Figure IV-8),  $P_t=20\text{mm}$  (Figure IV-9) et  $P_t=10\text{mm}$  (Figure IV-10).

Lors de l'étude de son antenne-BIP, Temelkuran [39] utilise  $|T_2(0)|$  pour expliquer le gain de la structure. Nous estimons qu'il est plus juste d'exprimer le gain avec  $D_0$ . Néanmoins le tracé du coefficient de transmission  $|T_2(0)|$  peut donner une idée de la directivité. Le facteur de qualité  $Q$  de  $|T_2(0)|$  sert d'approximation au facteur de qualité de  $D_0$  (qui ne peut être obtenu simplement).

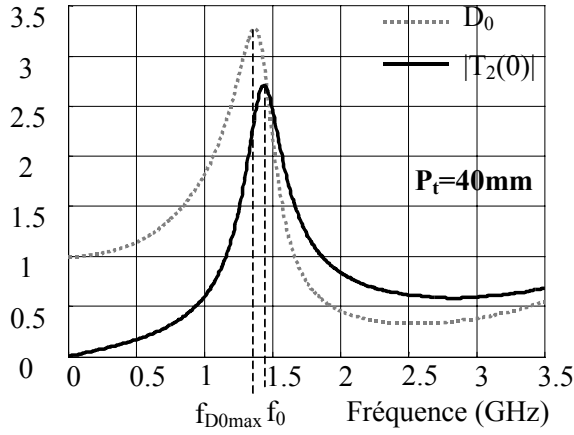


Figure IV-8 –  $D_0$  et  $|T_2(0)|$  pour  $P_t=40\text{mm}$ .  
 $f_0=1.44\text{GHz}$

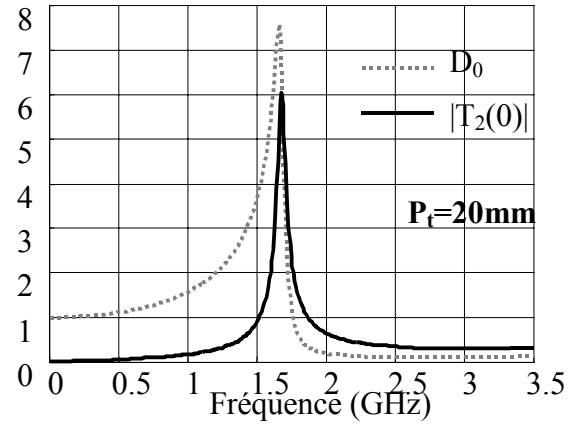


Figure IV-9 –  $D_0$  et  $|T_2(0)|$  pour  $P_t=20\text{mm}$ .  
 $f_0=1.68\text{GHz}$

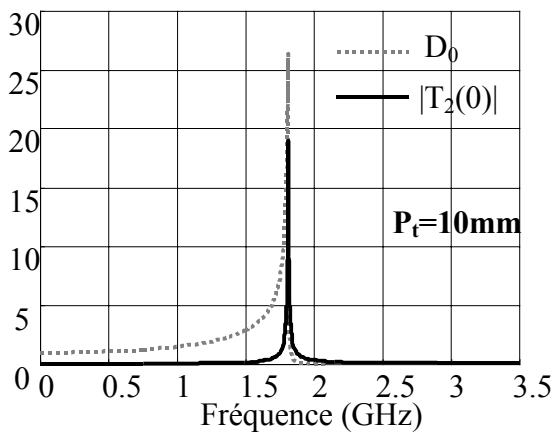


Figure IV-10 –  $D_0$  et  $|T_2(0)|$  pour  $P_t=10\text{mm}$ .  
 $f_0=1.81\text{GHz}$

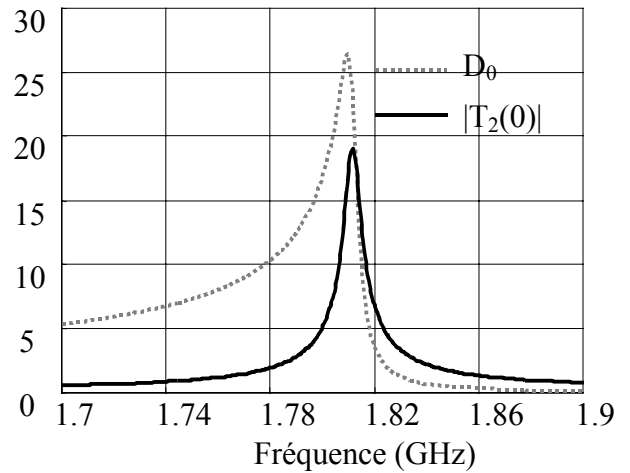


Figure IV-11 –  $D_0$  et  $|T_2(0)|$  pour  $P_t=10\text{mm}$ , zoom de la précédente figure.  $f_0=1.81\text{GHz}$

Nous voyons que les deux coefficients résonnent quasiment à la même fréquence. Quand  $P_t$  diminue ( $|r|$  augmente) les 2 fréquences de résonance ( $f_{D0max}$  et  $f_0$ ) se rapprochent.

Il faut noter que lorsque  $|r|=1$  à  $f=0\text{GHz}$ , il n'y a pas de rayonnement, bien que nous obtenions  $D_0=1$  mathématiquement. Il faut noter également que  $D_0$  n'a un sens que tant que la directivité à la normale est supérieure à  $-3\text{dB}$  de la directivité maximale. Or après  $f_0$ , le diagramme de rayonnement devient maximum pour des angles différents de la normale, comme nous le verrons plus loin. A partir d'une certaine fréquence supérieure à  $f_0$ ,  $D_0$  perd tout son sens.

$D_0$  peut être utilisée pour calculer le gain de l'antenne. En effet le gain est défini par le produit de la directivité et de l'adaptation.

A la résonance ( $\varphi_r=kD$ ), la directivité s'écrit :

$$D_0|_{f=f_0} = \frac{\pi}{2(1-|r|)^2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\left(1+|r|^2 - 2|r|\cos(kD\cos(\theta) - kD)\right)} d\theta'} \quad (IV-18)$$

Nous n'obtenons donc pas de relation simple.

Une valeur approchée de la directivité à la résonance est [71] :

$$D_0|_{f=f_0} \approx \frac{\pi}{\Delta\theta_{3\text{dB}}} \quad (IV-19)$$

Lorsque  $|r|$  est proche de 1 (en utilisant la relation (IV-14)), on peut écrire :

$$D_0|_{f=f_0} \approx \frac{\pi\sqrt{Q}}{2} \quad (IV-20)$$

### Conclusion :

La méthode *des rayons* ou méthode de Von Trentini [6], malgré sa simplicité, permet de dimensionner la largeur de la cavité Fabry-Pérot et d'estimer le diagramme de rayonnement, l'ouverture angulaire et la directivité de la structure lorsque les murs de la cavité sont infinis.

### IV.2.2 Structure finie : longueur minimale pour la directivité maximale

Nous considérons maintenant la cavité de la Figure IV-12 de longueur  $L_R$  ( $R$  désignant une rangée).  $D$  est fixé à 40mm.

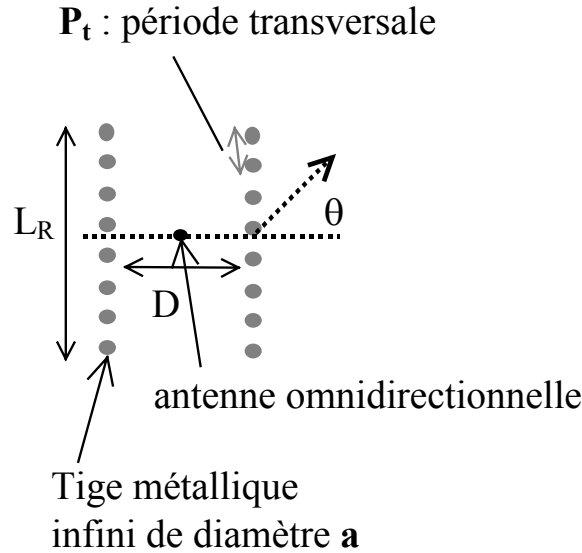


Figure IV-12 – Longueur finie des parois de la cavité.

On s'intéresse à l'évolution du diagramme de rayonnement de la structure lorsque  $L_R$  varie, pour trois valeurs de  $P_t$  ( $P_t=40\text{mm}$  (Figure IV-13),  $P_t=20\text{mm}$  (Figure IV-14) et  $P_t=10\text{mm}$  (Figure IV-15)). On compare ce diagramme à celui donné par la méthode de Trentini  $|T_2(\theta)|$  (cavité infinie, sans prise en compte de la dépendance angulaire de  $(r, t)$ ). Les diagrammes de rayonnement ont été simulés par FDTD.

On veut déterminer la longueur minimale des parois  $L_{\min}$ , pour laquelle le diagramme de rayonnement se rapproche de celui de la cavité infinie ( $|T_2(\theta)|$ ). Lorsque nous augmentons la longueur des murs le diagramme le plus directif devrait être obtenu avec  $|T_2(\theta)|$  si  $(r, t)$  dépendent peu de l'angle d'incidence. Mais comme  $(r, t)$  dépendent de l'angle d'incidence lorsque  $P_t$  est grand nous pouvons obtenir un diagramme plus directif que le diagramme donné par  $|T_2(\theta)|$  (Figure IV-13). Plus  $P_t$  est petit et moins  $(r, t)$  vont dépendre de l'angle d'incidence et plus le maximum de directivité sera donné par  $|T_2(\theta)|$ . Pour les cas où  $P_t$  est grand nous nous arrêtons néanmoins à la longueur donnant approximativement la même directivité que  $|T_2(\theta)|$ .

Pour une période transversale  $P_t$  de 40mm (Figure IV-13), on constate qu'une longueur de parois  $L_R$  de 320mm est suffisante donc  $L_{\min}=320\text{mm}$  (soit  $8P_t$ ). Lorsque  $P_t$  diminue, la longueur minimale augmente : pour  $P_t=20\text{mm}$ ,  $L_{\min}=640\text{mm}$  ( $32P_t$ ) et pour  $P_t=10\text{mm}$ ,

$L_{\min}=1640\text{mm}$  ( $164P_t$ ). Ceci est dû au fait que la réflectivité de la paroi  $|r|$  augmente lorsque  $P_t$  diminue : il faut donc augmenter  $L_{\min}$  pour s'approcher de  $|T_2(\theta)|$  (cavité infinie).

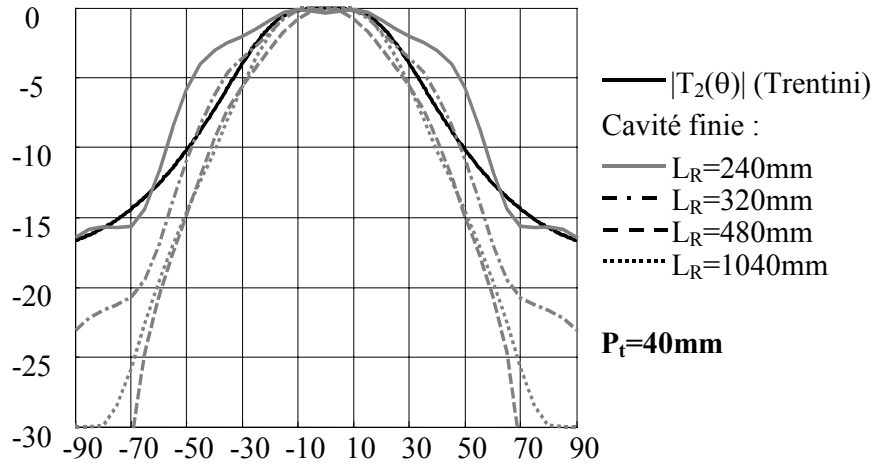


Figure IV-13 – Diagrammes de rayonnement pour différentes longueurs  $L_R$ ,  $P_t=40\text{mm}$ ,  $f_0=1.44\text{GHz}$ .

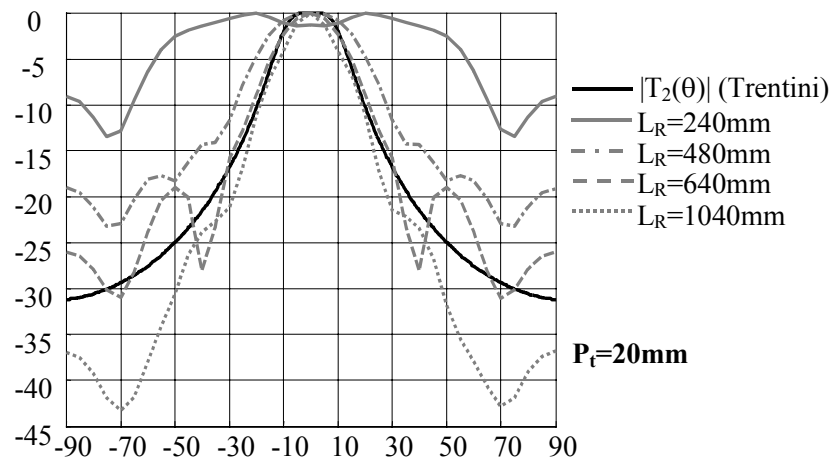


Figure IV-14 – Diagrammes de rayonnement pour différentes longueurs  $L_R$ ,  $P_t=20\text{mm}$ ,  $f_0=1.68\text{GHz}$ .

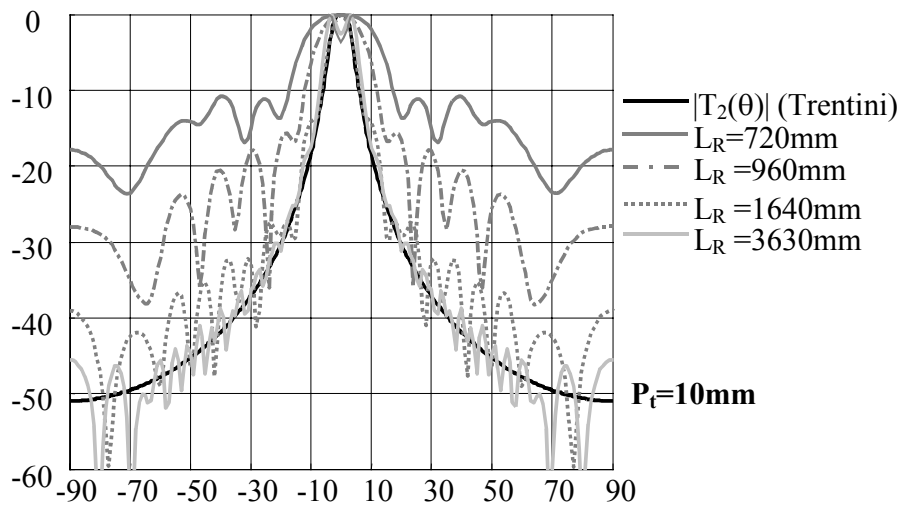


Figure IV-15 – Diagrammes de rayonnement pour différentes longueurs  $L_R$ ,  $P_t=10\text{mm}$ ,  $f_0=1.81\text{GHz}$ .

Dans le Tableau IV-1 Nous comparons  $D_{0,f0} = \pi/\Delta\theta_{3dB}$  et  $2L_{min}/\lambda_0$ .  $2L_{min}/\lambda_0$  est la directivité obtenue pour un réseau linéaire d'antennes de longueur  $L_{min}$  à distribution uniforme.

D'après le Tableau IV-1, les directivités obtenues sont de l'ordre des directivités obtenues pour un réseau linéaire à distribution uniforme. Cela signifie que le dimensionnement de la surface réfléchissante permettant d'obtenir le maximum de directivité peut être obtenue à partir du coefficient de réflexion.

En effet nous obtenons, à partir du coefficient de réflexion,  $\Delta\theta_{3dB}$  et donc  $D_{0,f0}$ , la longueur minimale s'écrit alors  $L_{min} = \lambda_0 * D_{0,f0}/2$ .

$P_t$ (mm)	$ r $	$f_0$ (GHz)	$L_{min}$ (mm)	$L_{min}/\lambda_0$	$\Delta\theta_{3dB}$		$D_{0,f0} = \pi/\Delta\theta_{3dB}$	$2L_{min}/\lambda_0$
					(°)	rad		
40	0.7575	1.44	320	1.54	55.4	0.97	<b>3.25</b>	<b>3.07</b>
20	0.947	1.68	640	3.6	22.6	0.39	<b>7.98</b>	<b>7.2</b>
10	0.9944	1.81	1640	9.9	6.98	0.12	<b>25.8</b>	<b>18.9</b>

Tableau IV-1 – Directivité de la structure comparée à la directivité d'un réseau à distribution uniforme.

### IV.2.3 Nouvelle méthode de calcul du diagramme de rayonnement

On peut considérer la précédente structure comme une surface ou ouverture rayonnante. Afin de mieux comparer cette structure aux réseaux classiques d'antennes, on s'intéresse à la distribution du champ de la structure. Cette distribution peut être obtenue par FDTD [16]. Nous proposons ici une autre méthode plus "physique" et qui est plus rapide.

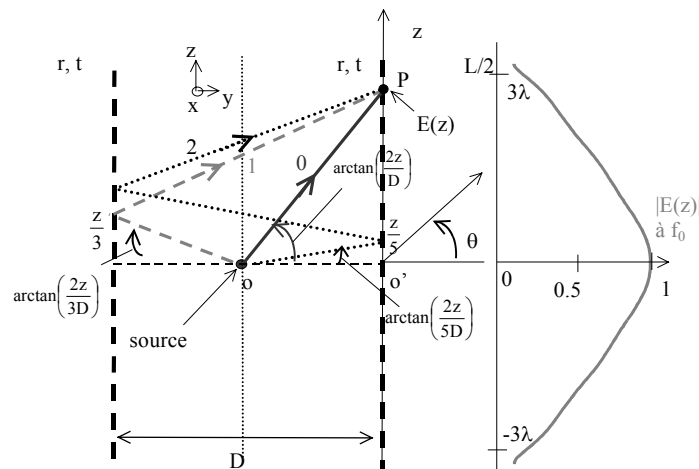


Figure IV-16 – Nouvelle méthode de calcul du diagramme de rayonnement d'une structure antenne-cavité Fabry-Pérot.



La méthode du lancer de rayon permet d'écrire que le champ électrique en un point P de la surface est dû au rayon direct, mais aussi à tous les rayons indirects obtenus par des réflexions multiples sur les parois de la cavité (Figure IV-16).

La distribution du champ électrique est donc due à la contribution d'une infinité de rayons :

$$E(z) = t \sum_{n=0}^{+\infty} r^n \exp \left( -jk(2n+1) \sqrt{\left(\frac{z}{2n+1}\right)^2 + \left(\frac{D}{2}\right)^2} \right) \exp \left( jk \frac{z}{2n+1} \sin \left( \arctan \left( \frac{2z}{(2n+1)D} \right) \right) \right) \quad (IV-21)$$

Le diagramme de rayonnement de la structure s'obtient ensuite par intégration de cette distribution :

$$f_2(\theta) = \int E(z) \exp(-jkz \sin \theta) dz \quad (IV-22)$$

La dépendance angulaire de (r, t) est ici également négligée. Le diagramme donné par cette méthode est représenté en pointillé dans la Figure IV-17. Cette courbe est plus proche du cas réel (FDTD) que la courbe obtenue au paragraphe IV.2.1. (Figure IV-6). Une centaine de rayons ont été pris en compte dans ce calcul.

Cette méthode permet d'obtenir rapidement le diagramme de rayonnement approché de la structure de longueur finie et d'obtenir la distribution du champ sur la surface.

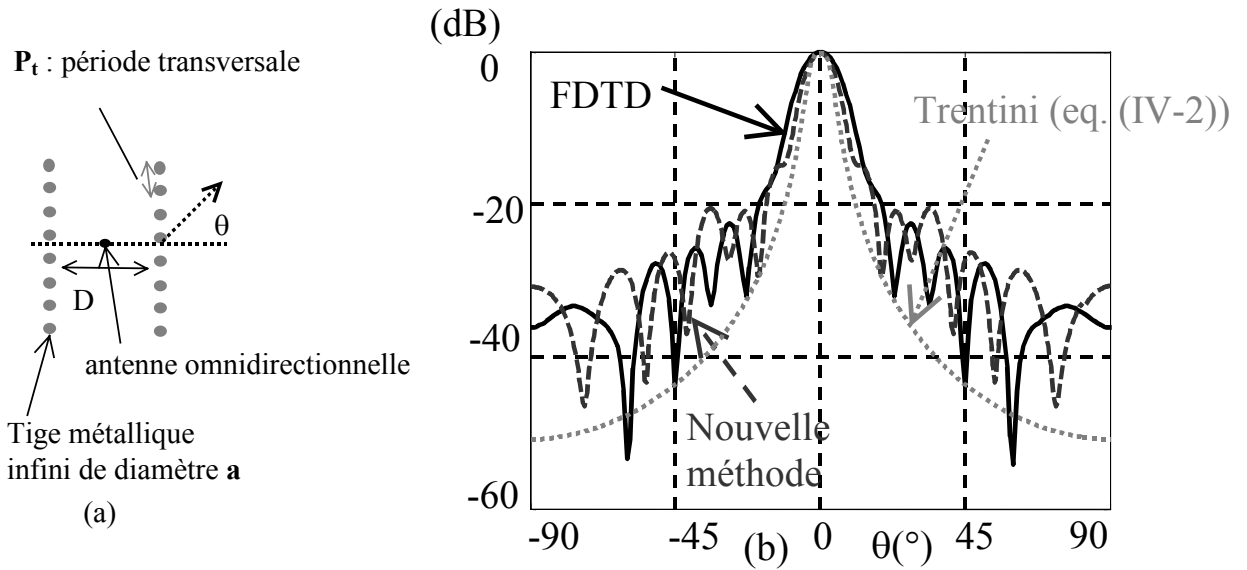


Figure IV-17 – (a) Structure antenne-cavité Fabry-Pérot constituée de tiges métalliques (b) Diagramme de rayonnement à  $f_0=1.81\text{GHz}$  ( $P_t=10\text{mm}$ ,  $D=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $L_R=6\lambda_0$ ,  $|r|=0.994$   $\varphi_r=174^\circ$ ).

#### IV.2.4 Effet de la dépendance angulaire de (r, t)

Nous avons vu au paragraphe IV.2.1 que dans une cavité Fabry-Pérot, la bande passante et l'ouverture angulaire étaient liées entre elles par la relation  $\left[ \frac{\Delta f_{3dB}}{f_0} \approx \left( \frac{\Delta \theta_{3dB}}{2} \right)^2 \right]$ . Cette relation qui peut être appelée relation de performance, indique que plus la directivité augmente ( $\Delta \theta_{3dB}$  diminue), plus la bande passante diminue. Dans l'établissement de cette relation nous avons supposé que les paramètres (r, t) des parois de la cavité ne varient pas avec l'angle d'incidence  $\theta$ . Nous souhaitons voir si la prise en compte de ces variations permet d'améliorer la performance de ces cavités : c'est à dire une bande passante plus large, pour  $\Delta \theta_{3dB}$  donné, ou inversement, une ouverture plus faible (directivité plus élevée), pour  $\frac{\Delta f_{3dB}}{f_0}$  donné.

##### IV.2.4.1 Etude mathématique

Dans le paragraphe, l'effet de la dépendance angulaire de (r, t) n'a pas été pris en compte pour calculer l'ouverture angulaire (eq. (IV-10)). Il faut vérifier si on peut obtenir une ouverture plus faible en prenant en compte la dépendance angulaire de (r, t). En utilisant la relation (IV-1), on peut évaluer l'ouverture angulaire dans le cas où la dépendance angulaire de (r, t) serait prise en compte.

Considère le mode  $n=0$ . L'ouverture angulaire vérifie l'équation suivante :

$$\left| \frac{t(\Delta \theta_{3dB} / 2)}{1 - r(\Delta \theta_{3dB} / 2) \cdot \exp(-2jk_0 D \cos(\Delta \theta_{3dB} / 2))} \right|^2 = \frac{1}{2} \frac{|t(0)|^2}{(1 - |r(0)|)^2} \quad (IV-23)$$

Ce qui s'écrit après simplifications :

$$1 + |r(\Delta \theta_{3dB} / 2)|^2 - 2|r(\Delta \theta_{3dB} / 2)| \cos(\varphi) = 2 \frac{|t(\Delta \theta_{3dB} / 2)|^2 (1 - |r(0)|)^2}{|t(0)|^2} \quad (IV-24)$$

avec :

$$\begin{aligned} \varphi &= -2k_0 D \cos(\Delta \theta_{3dB} / 2) + \varphi_r(\Delta \theta_{3dB} / 2) \\ &= -\varphi_r(0) \cos(\Delta \theta_{3dB} / 2) + \varphi_r(\Delta \theta_{3dB} / 2) \end{aligned} \quad (IV-25)$$

L'ouverture angulaire s'écrit alors :

$$\Delta \theta_{3dB} = 2 \arccos \left( \frac{\varphi_r(\Delta \theta_{3dB} / 2) - \varphi_r(0)}{\varphi_r(0)} \right) \quad (IV-26)$$

avec :

$$\varphi = \arccos \left( \frac{1 + |r(\Delta\theta_{3dB}/2)|^2 - 2 \frac{|t(\Delta\theta_{3dB}/2)|^2 (1 - |r(0)|)}{(1 + |r(0)|)}}{2|r(\Delta\theta_{3dB}/2)|} \right) \quad (IV-27)$$

Finalement, on obtient :

$$\Delta\theta_{3dB} = 2 \arccos \left( \frac{1}{\varphi_r(0)} \left( \varphi_r(\Delta\theta_{3dB}/2) - \arccos \left( \frac{1 + |r(\Delta\theta_{3dB}/2)|^2 - 2 \frac{|t(\Delta\theta_{3dB}/2)|^2 (1 - |r(0)|)}{(1 + |r(0)|)}}{2|r(\Delta\theta_{3dB}/2)|} \right) \right) \right) \quad (IV-28)$$

Dans cette relation  $\Delta\theta_{3dB}$  étant également fonction de  $\Delta\theta_{3dB}$  on pose :

$$\begin{cases} \varphi_r(\Delta\theta_{3dB}/2) = a\varphi_r(0) \\ |r(\Delta\theta_{3dB}/2)| = b|r(0)| \\ |t(\Delta\theta_{3dB}/2)|^2 = 1 - b^2|r(0)|^2 \end{cases} \quad (IV-29)$$

avec a et b, deux nombres réels positifs.

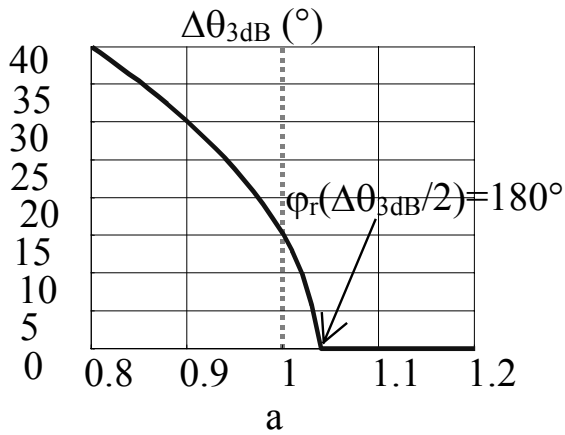


Figure IV-18 – Effet de la variation en fonction de l'angle de  $\varphi$ , sur l'ouverture angulaire,  $|r|=0.9$ . Equation IV-28.

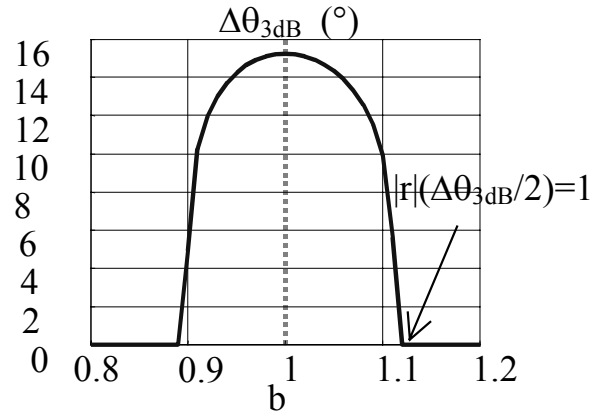


Figure IV-19 – Effet de la variation en fonction de l'angle de  $|r|$  sur l'ouverture angulaire  $\varphi_r(0^\circ)=172^\circ$ . Equation IV-28.

A module de r constant (b constant), on remarque que l'ouverture diminue si la phase de r augmente ( $a>1$ ) en fonction de l'angle (Figure IV-18).

A phase de  $r$  constant, on remarque qu'une variation du module, quelle que soit cette variation ( $b < 1$  ou  $b > 1$ ), permet la diminution de l'ouverture angulaire (Figure IV-19) ( $\frac{\Delta f_{3dB}}{f_0}$ ), qui en

principe ne dépend que des valeurs en incidence normale de la phase et du module du coefficient de réflexion, n'est pas modifié).

La variation en fonction de l'angle de  $r$  peut permettre théoriquement d'obtenir une ouverture angulaire plus faible pour une même bande.

Il est donc intéressant d'étudier la variation du coefficient de réflexion de différentes structures.

Il faut rechercher la structure dont la phase du coefficient de réflexion augmente le plus rapidement possible avec l'incidence. Cette structure peut être une plaque semi-réfléchissante (PSR), plusieurs couches de PSR, une structure périodique 2-D à maille triangulaire, etc..

Dans le cas d'une rangée de tiges métalliques, la phase du coefficient de réflexion augmente avec l'angle d'incidence et donc, en principe, l'ouverture angulaire idéale est plus faible que

$$2 \sqrt{\frac{\Delta f_{3dB}}{f_0}}.$$

#### IV.2.4.2 Etude de la forme des tiges

Il s'agit dans ce paragraphe d'étudier l'effet de la forme de la tige sur la dépendance angulaire du coefficient de réflexion d'une rangée de tiges. Trois formes de tiges sont étudiées : cylindrique, carrée et triangulaire. L'étude est faite à l'aide du simulateur HFSS.

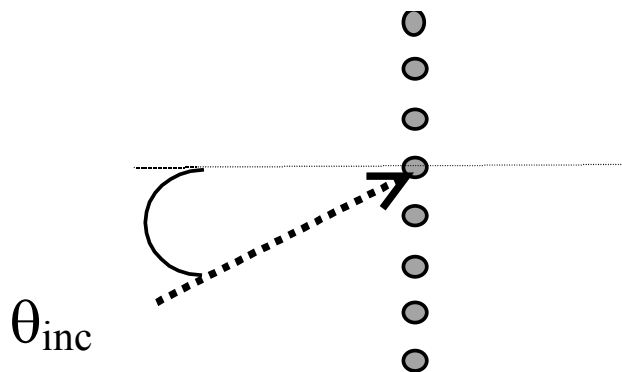


Figure IV-20 – Onde incidente oblique illuminant une rangée de tiges.

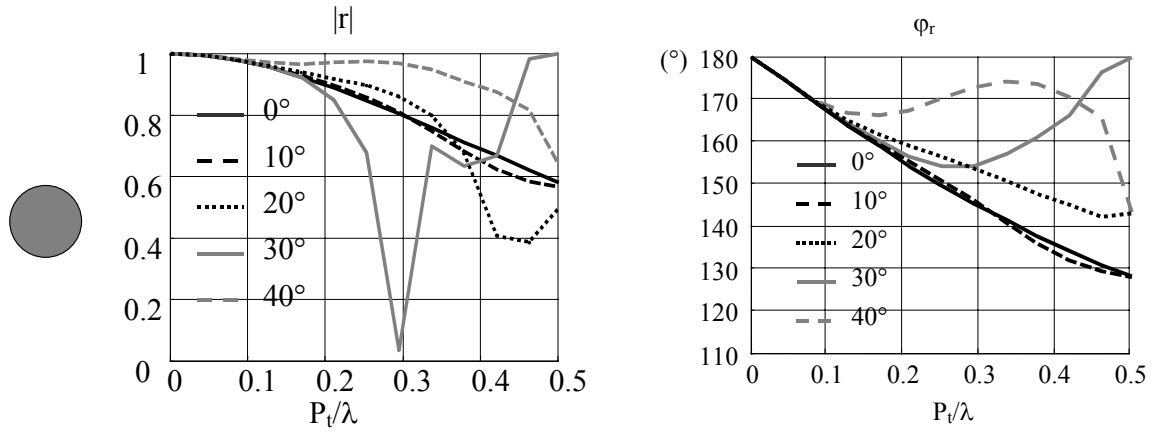


Figure IV-21 – **Tiges cylindriques**, module et phase du coefficient de réflexion pour différents angles d'incidence  $a/P_t=10\%$ .

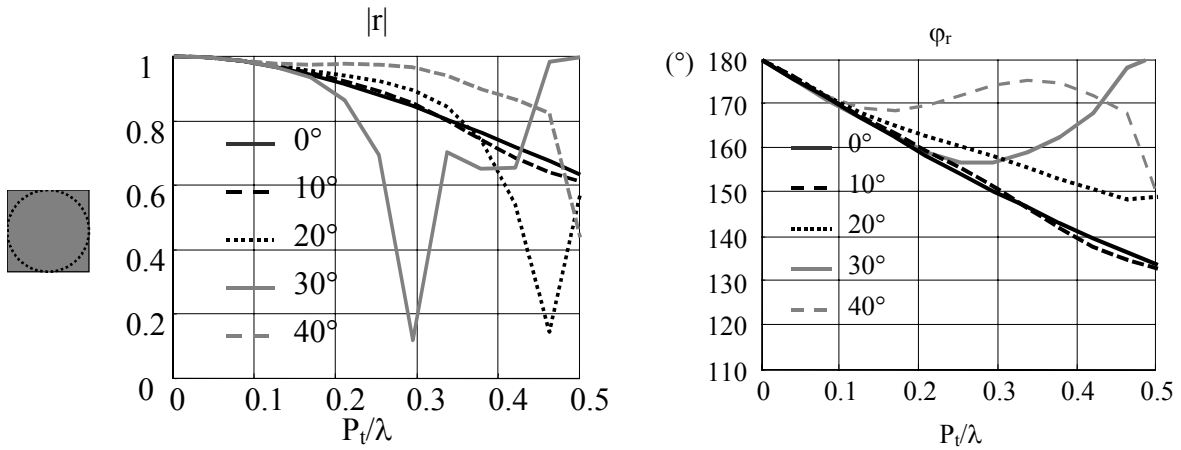


Figure IV-22 – **Tiges carrées**, module et phase du coefficient de réflexion pour différents angles d'incidence  $a/P_t=10\%$ .

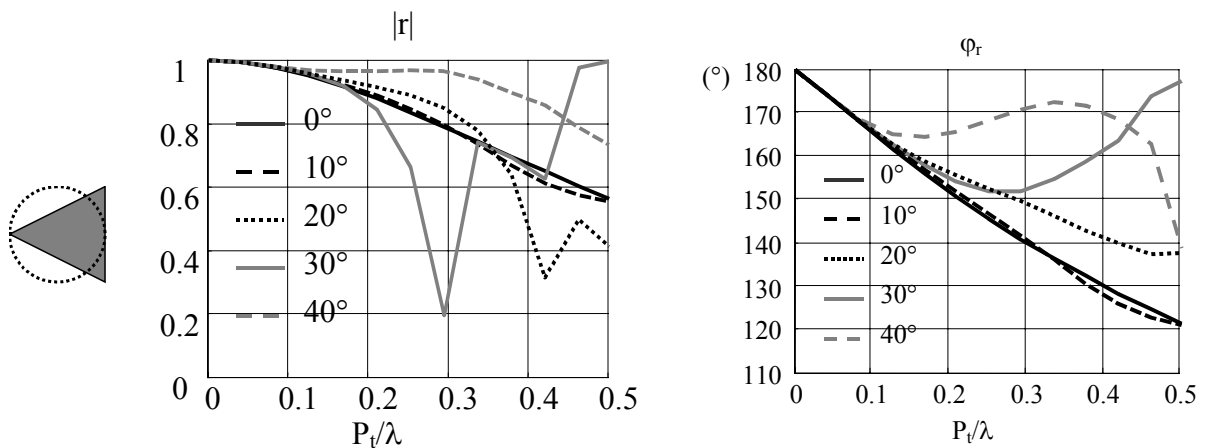


Figure IV-23 – **Tiges triangulaires**, module et phase du coefficient de réflexion pour différents angles d'incidence  $a/P_t=10\%$ .

Si nous fixons  $P_t \approx 0.25\lambda$ , et que nous regardons la variation de la phase du coefficient de réflexion en fonction de l'angle d'incidence, en prenant les angles  $0^\circ$  et  $40^\circ$ , nous obtenons :

- pour les tiges cylindriques  $\Delta\phi_r = 8\%$
- pour les tiges carrées  $\Delta\phi_r = 6\%$
- pour les tiges triangulaires  $\Delta\phi_r = 8.2\%$

Les tiges triangulaires ont donc la phase du coefficient de réflexion ayant la variation en fonction de l'angle d'incidence la plus importante. Mais cette différence est minime.

### IV.3 Augmentation de la directivité avec plusieurs cavités

Dans ce paragraphe nous allons étudier la directivité obtenue avec plusieurs rangées de tiges. Nous considérons l'exemple de la structure composée de quatre couches de chaque côté de la source (Figure IV-24). Comme dans le chapitre précédent la structure à  $n$  couches est remplacée par une cavité simple (une couche de paramètre  $(r_n, t_n)$  de chaque côté) infinie nous utilisons le modèle présenté Figure IV-25.

Sont étudiés ici, les effets de deux paramètres:

- Premièrement, la maille du réseau. Nous comparons les diagrammes de rayonnement obtenus avec une maille rectangulaire et une maille triangulaire.
- Deuxièmement, le rapport entre la largeur de la cavité centrale  $D$  est celle des autres cavités  $P_1$ .

Nous en déduirons ainsi, la structure donnant la meilleure relation entre l'ouverture angulaire et la bande passante.

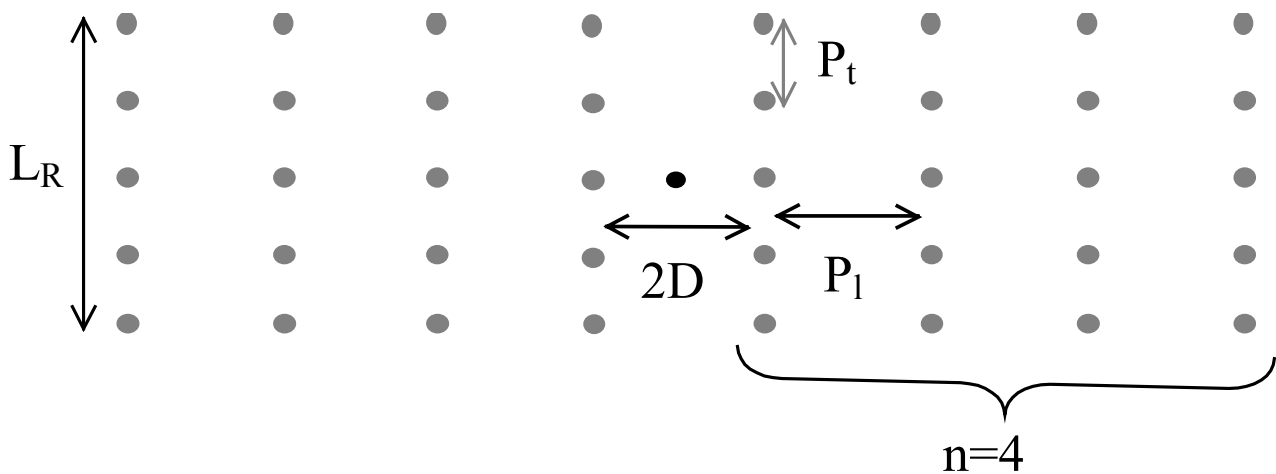


Figure IV-24 – Source au sein d'une cavité Fabry Pérot à 2\*4 rangées de tiges métalliques.

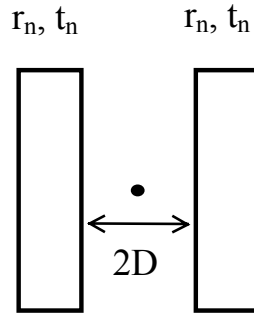


Figure IV-25 – Modèle d'étude de la source avec  $n$  couches de chaque coté.

### IV.3.1 Effet de la maille

La structure à maille rectangulaire (Figure IV-26) et la structure à maille triangulaire (Figure IV-27) ont le même coefficient de transmission en incidence normale, c'est donc la dépendance angulaire de  $(r, t)$  qui expliquerai la différence entre leurs diagrammes de rayonnement (s'il y en a).

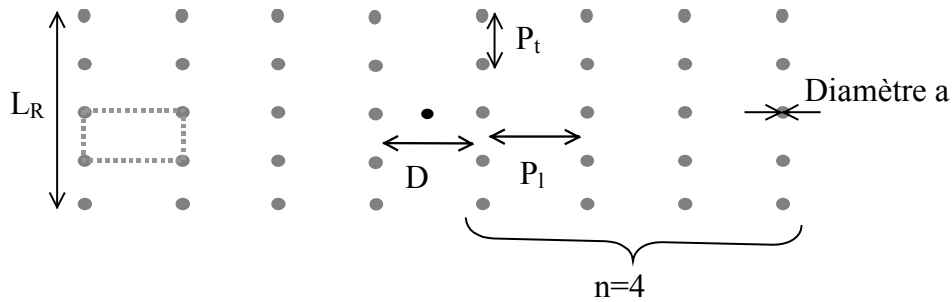


Figure IV-26 – Structure à maille rectangulaire.

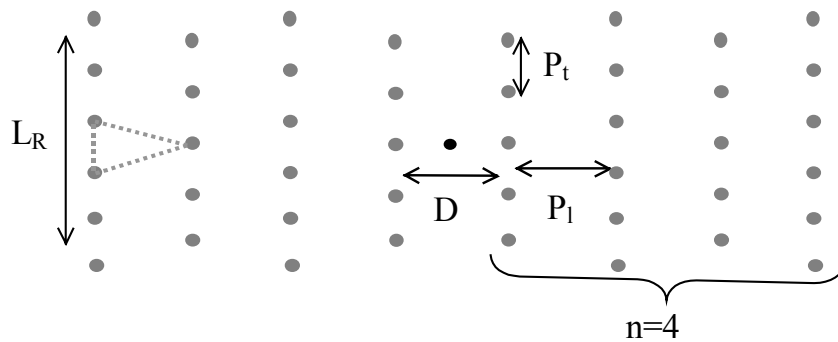


Figure IV-27 – Structure à maille triangulaire.

Les paramètres géométriques sont :  $P_t=40\text{mm}$ ,  $2D=80\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ .

La Figure IV-28 donne le coefficient de transmission pour une source d'onde plane situé à l'intérieur pour trois valeurs de  $P_l$  (40, 50 et 60mm, ). De cette manière on fait varier  $P_l$  tel que

$P_1 \leq P_1 \leq D$ . Il est inutile de regarder pour  $P_1$  supérieur à  $2D=80\text{mm}$ , puisque alors le diagramme sera composé de plusieurs lobes (voir plus loin, paragraphe IV.4).

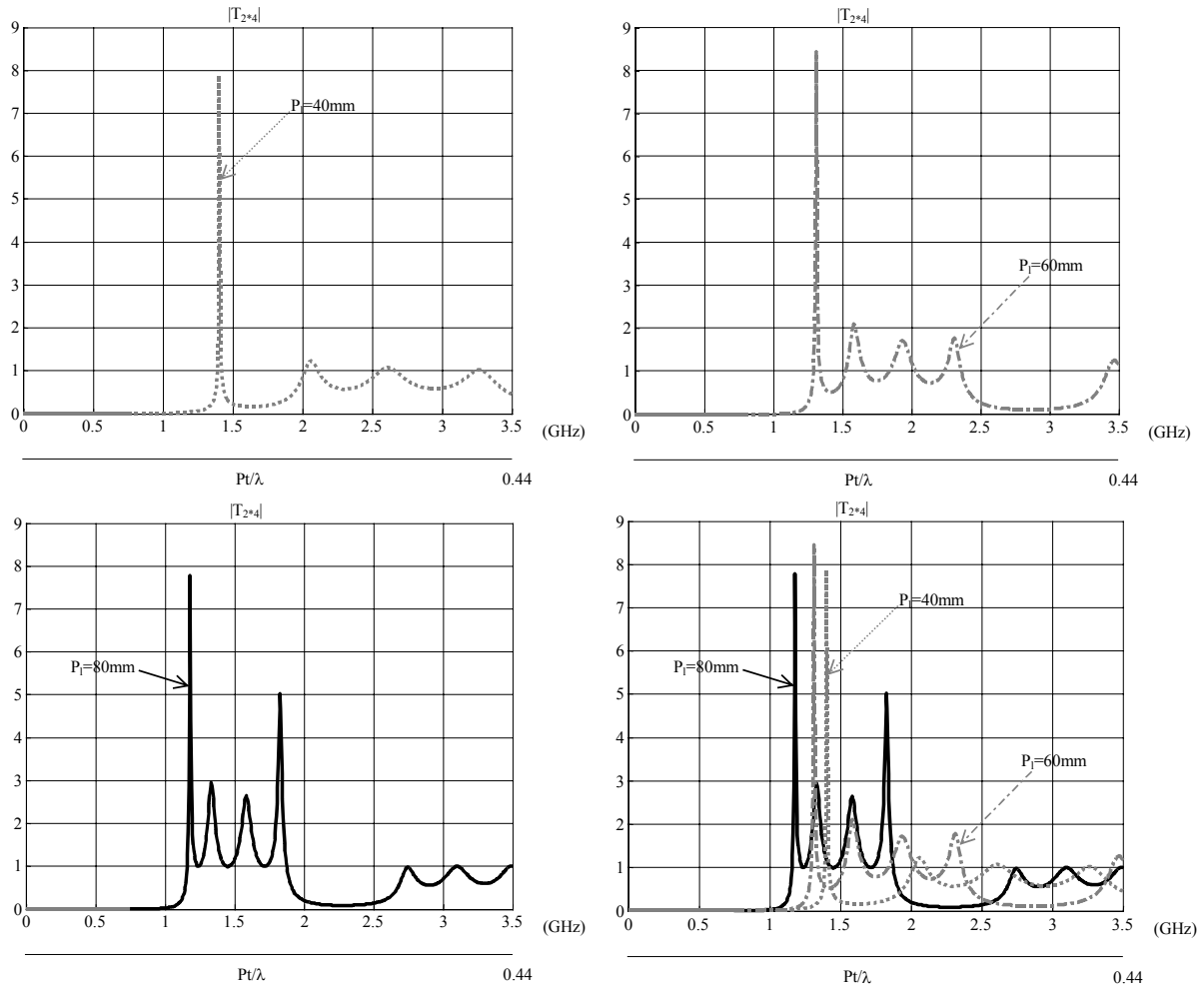


Figure IV-28 – Coefficients de transmission, source à l'intérieur avec 4 rangées de tiges de part et d'autre de la source :  $P_1=40, 60$  et  $80\text{mm}$

Le Tableau IV-2 donne la fréquence de résonance  $f_0$  associée aux trois valeurs de  $P_1$ .

$P_1$ (mm)	$f_0$ (GHz)
40	1.403
60	1.3126
80	1.1827

Tableau IV-2 – Fréquences de résonance associées aux périodes longitudinales

Nous avons tracé pour les trois valeurs de  $P_1$ , pour  $L_R=1040\text{mm}$  et pour les deux types de maille, les diagrammes de rayonnement à la fréquence de résonance  $f_0$  (Figure IV-29, Figure IV-30 et Figure IV-31).



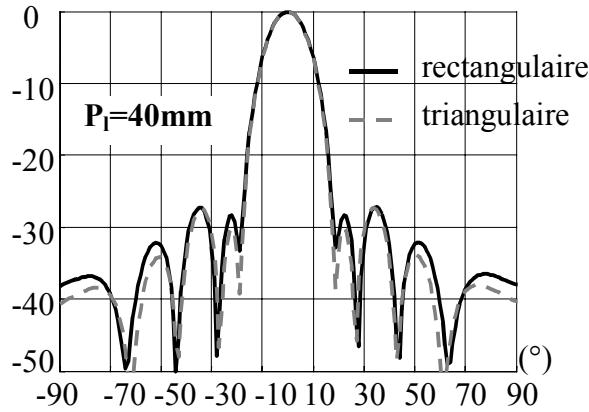


Figure IV-29 – Diagrammes de rayonnement obtenus pour les deux mailles,  $P_1=P_2=40\text{mm}$   $f_0=1.403\text{GHz}$ .

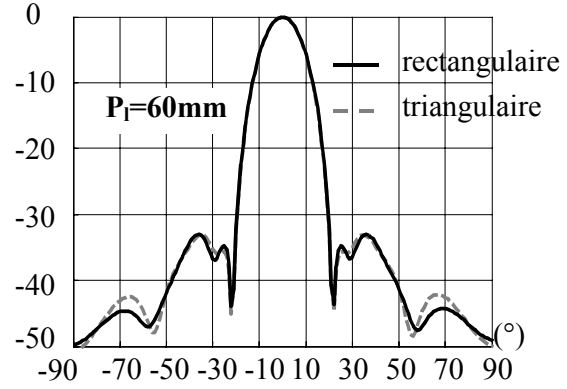


Figure IV-30 – Diagrammes de rayonnement obtenus pour les deux mailles,  $P_1=60\text{mm}$   $f_0=1.3126\text{GHz}$ .

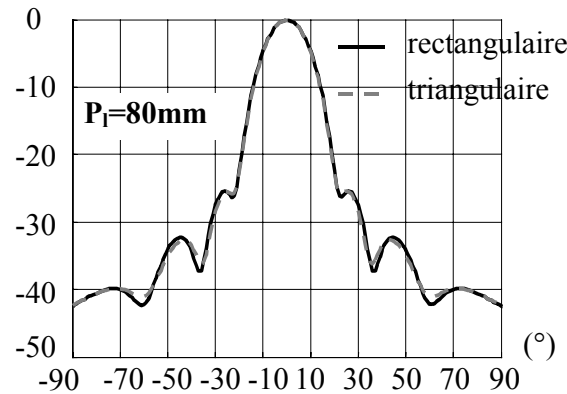


Figure IV-31 – Diagrammes de rayonnement obtenus pour les deux mailles,  $P_1=80\text{mm}$   $f_0=1.1827\text{GHz}$ .

Ces courbes montrent que le type de maille n'a pas d'effet significatif sur le diagramme de rayonnement.

### IV.3.2 Effet de $P_1$ à fréquence de résonance constante

Dans le paragraphe IV.2.1, pour la structure à une seule couche de part et d'autre de la source, nous avons vu que l'ouverture angulaire pouvait être exprimée en fonction du coefficient de réflexion de la couche ou en fonction du facteur de qualité de la cavité. Dans le cas de la structure multicouche il est difficile d'obtenir de telles relations. Mais nous pouvons étudier l'ouverture angulaire pour différents facteurs de qualité ou différents coefficients de réflexion de manière numérique.

Nous conservons la maille rectangulaire. Selon la période longitudinale choisie, le facteur de qualité de la cavité centrale, le coefficient de réflexion et la directivité à la résonance seront différents. Pour pouvoir comparer les performances des quatre murs on modifie la distance D

de la cavité de telle manière que toutes les structures résonnent à la même fréquence (en utilisant la relation (IV-5)). On fixe la fréquence à  $f_0=1.1827\text{GHz}$ , correspondant à la résonance pour la structure  $P_1=80\text{mm}$ , se trouvant au premier pic de propagation. Notons que  $P_1$  ne dépasse pas  $80\text{mm}$  parce que dans ce cas nous aurions deux lobes au lieu d'un lobe central unique (voir plus loin, paragraphe IV.4).

Les Figures IV-32 à IV-35 donnent le coefficient de réflexion  $r_4$  des quatre couches constituant les murs de la cavité pour les différents cas ( $P_1=40, 50, 60$  et  $80\text{mm}$ ).

Le Tableau IV-3 donne les valeurs du module et de la phase de  $r_4$  à la résonance ( $1.1827\text{GHz}$ ) et la largeur de la cavité centrale  $D$  pour les quatre cas.

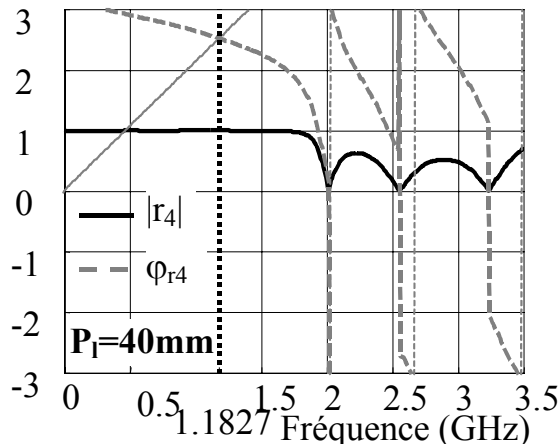


Figure IV-32 – Coefficient de réflexion (module et phase) des murs de la cavité,  $P_1=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ . Résonance pour  $D=101\text{mm}$ .

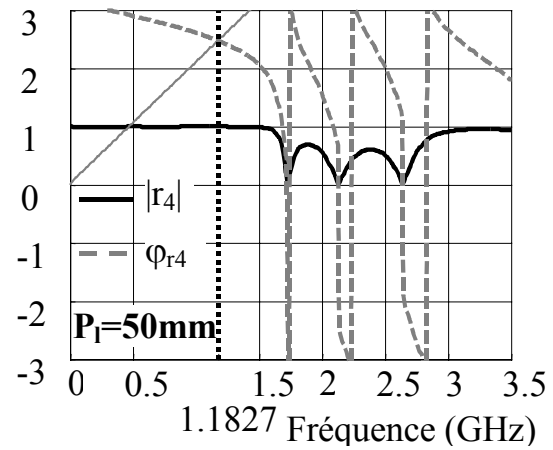


Figure IV-33 – Coefficient de réflexion (module et phase) des murs de la cavité,  $P_1=50\text{mm}$ ,  $P_1=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ . Résonance pour  $D=99.4\text{mm}$ .

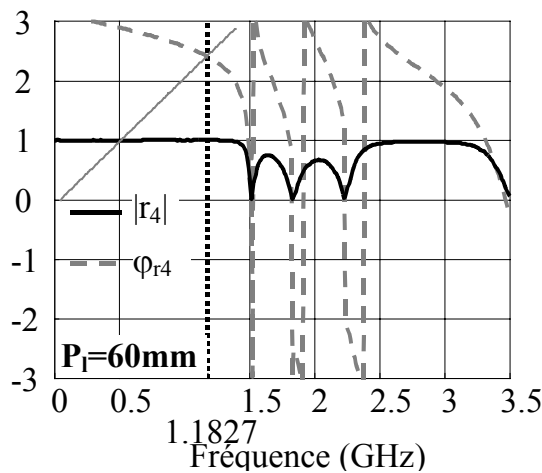


Figure IV-34 – Coefficient de réflexion (module et phase) des murs de la cavité,  $P_1=60\text{mm}$ ,  $P_1=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ . Résonance pour  $D=86.8\text{mm}$ .

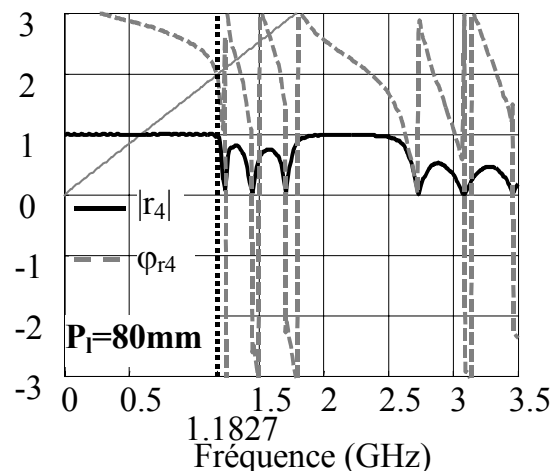


Figure IV-35 – Coefficient de réflexion (module et phase) des murs de la cavité,  $P_1=80\text{mm}$ ,  $P_1=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ . Résonance pour  $D=80\text{mm}$ .

$P_1$ (mm)	$\varphi_{r_4}$ (radian)	$ r_4 $	$D$ (mm)
40	2.5197	$\approx 1$	101
50	2.4638	$\approx 1$	99.4
60	2.3995	$\approx 1$	86.8
80	1.9777	0.9638	80

Tableau IV-3 –  $r_4$  et  $D$  pour les différentes valeurs de  $P_1$ .

Les Figures IV-36 à IV-39 donnent le coefficient de transmission  $|T_{2*4}|$  de la structure à quatre couches de part et d'autre d'une source d'onde plane.

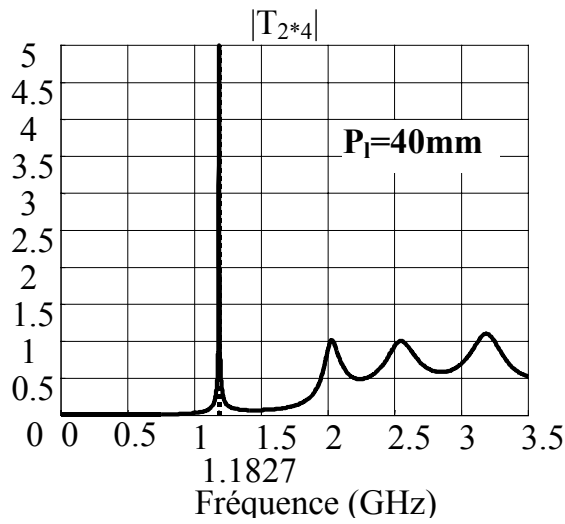


Figure IV-36 –  $|T_{2*4}|$ ,  $P_1=40\text{mm}$   
 $P_t=40\text{mm}, a=2\text{mm}$ .  $D=101\text{mm}$

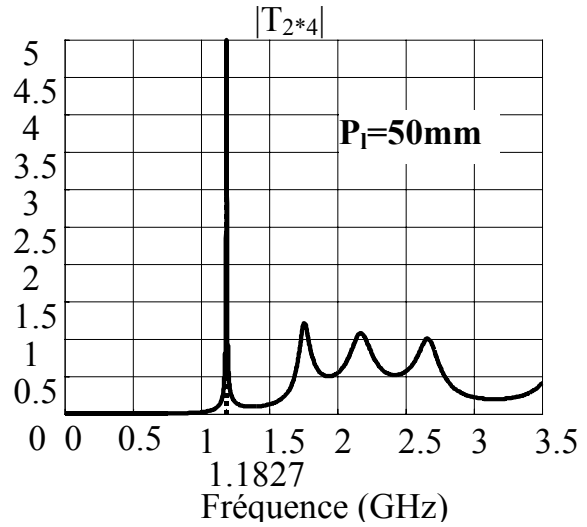


Figure IV-37 –  $|T_{2*4}|$ ,  $P_1=50\text{mm}$   
 $P_t=40\text{mm}, a=2\text{mm}$ .  $D=99.4\text{mm}$

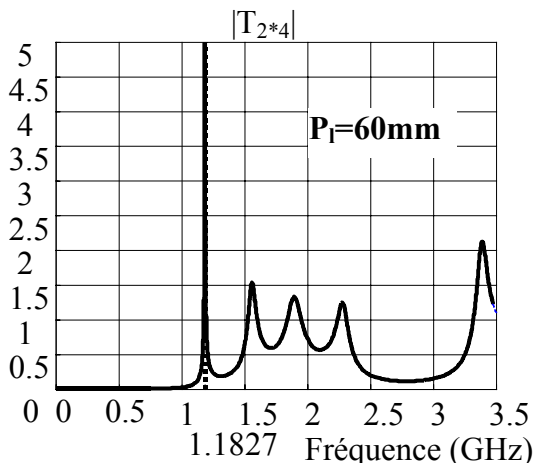


Figure IV-38 –  $|T_{2*4}|$ ,  $P_1=60\text{mm}$   $P_t=40\text{mm}, a=2\text{mm}$ .  
 $2D=86.8\text{mm}$

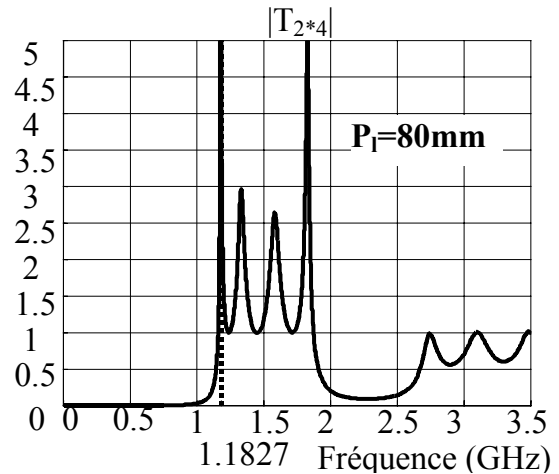


Figure IV-39 –  $|T_{2*4}|$ ,  $P_1=80\text{mm}$   
 $P_t=40\text{mm}, a=2\text{mm}$ .  $2D=80\text{mm}$

Ne pouvant calculer le facteur de qualité  $Q$  de  $|T_{2*4}|$  de manière analytique, nous obtenons  $Q$  de manière numérique en visualisant  $|T_{2*4}|$ .

Les Figures IV-32 à IV-35 et le Tableau IV-3 montrent que la phase et le module du coefficient de réflexion  $r_4$  diminuent lorsqu'on augmente  $P_1$ . Selon l'étude du paragraphe IV.2.1 (équations (IV-11), (IV-12) et (IV-14)), cette diminution devrait impliquer une diminution de la directivité. Pourtant nous observons bien un accroissement de la directivité lorsque nous augmentons  $P_1$ , la meilleure directivité étant obtenue pour  $P_1=80\text{mm}$  (Figure IV-40 et Figure IV-41).

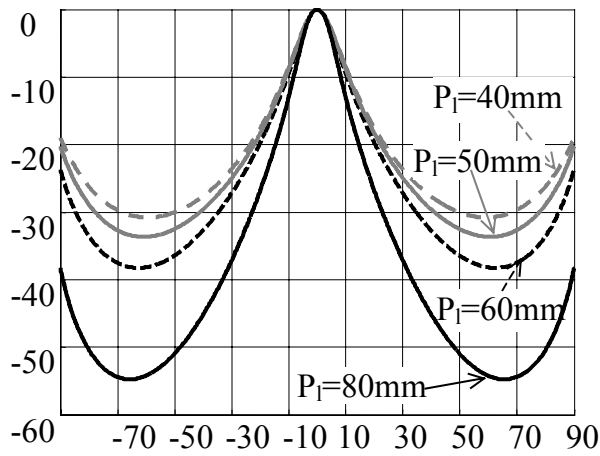


Figure IV-40 – Diagrammes de rayonnement avec les différentes structures, cas infini, à  $f_0=1.1827\text{GHz}$

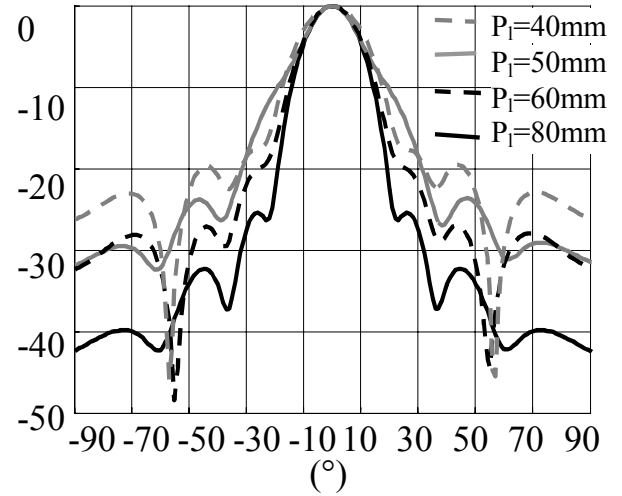


Figure IV-41 – Diagrammes de rayonnement avec les différentes structures, cas fini pour  $L_R=1040\text{mm}$ , à  $f_0=1.1827\text{GHz}$

C'est la dépendance angulaire des murs de la cavité, non prise en compte dans le paragraphe IV.2.1, qui permet cette amélioration de la directivité.

Si nous traçons  $T_{2*4}$  sans la prise en compte de la dépendance angulaire de  $(r_4, t_4)$  (c'est à dire en utilisant la méthode de Trentini simple), nous remarquons que le diagramme est moins directif (Figure IV-42). La dépendance angulaire de  $(r_4, t_4)$  a permis de réduire l'ouverture angulaire. On en déduit que l'ouverture angulaire aura une valeur plus faible que  $2 \sqrt{\frac{2(1-|r_4|)}{\Phi_r \sqrt{|r_4|}}}$  (valeur obtenue en ne prenant pas en compte la dépendance angulaire de  $(r_4, t_4)$  éq. (IV-12)).

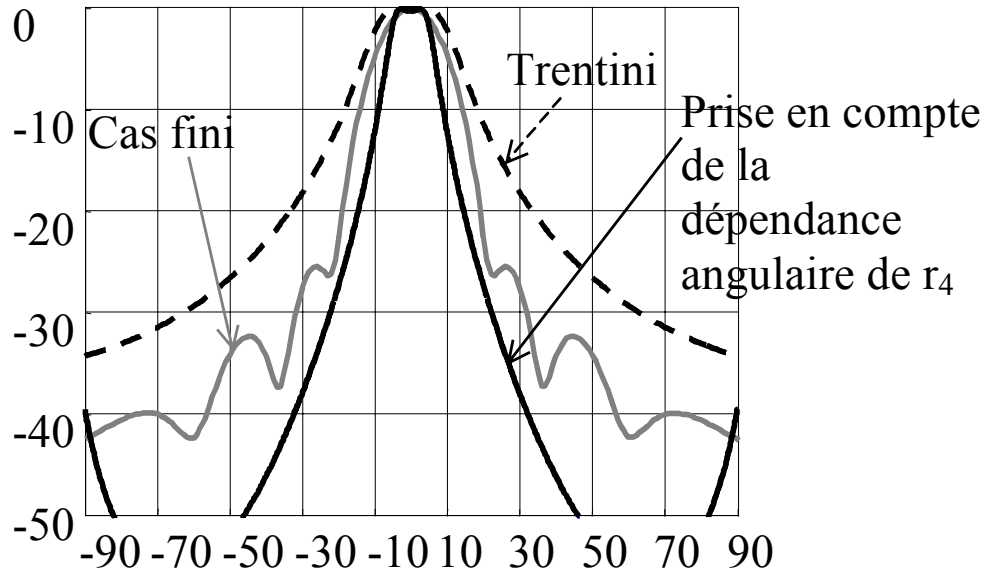


Figure IV-42 – Diagrammes de rayonnement obtenus : - avec  $r_4$  constant en fonction de l'angle (Von Trentini) - en prenant en compte la dépendance angulaire de  $r_4$  – et pour la structure finie  $L_R=1040\text{mm}$ ,  $P_I=80\text{mm}$ ,  $P_I=40\text{mm}$  4 couches  $1.1827\text{GHz}$  avec  $r_4=0.9678\backslash 1.9777\text{rad}$ .

Par ailleurs, si nous regardons le rapport  $(\Delta\theta_{3\text{dB}})/(2/\sqrt{Q})$  nous voyons que nous obtenons quasiment le même rapport pour  $P_I=80\text{mm}$  que pour la cavité simple (Tableau IV-4) (d'après (IV-14)  $(\Delta\theta_{3\text{dB}})/(2/\sqrt{Q})=1$  pour la cavité simple). Pour les autres cas ce rapport est moins bon.

$P_I$	$1/Q$	$\Delta\theta_{3\text{dB}} \text{ (}^\circ\text{)}$	$(\Delta\theta_{3\text{dB}})/(2/\sqrt{Q})$
40mm	0.000084	$10^\circ$	<b>9.4916</b>
50mm	0.000169	$9.78^\circ$	<b>6.5653</b>
60mm	0.000507	$9.31^\circ$	<b>3.0684</b>
80mm	0.005567	$8.46^\circ$	<b>0.9895</b>

Tableau IV-4 –  $1/Q$  et  $\Delta\theta_{3\text{dB}}$  pour les différentes valeurs de  $P_I$  \*  $(\Delta\theta_{3\text{dB}})/(2/\sqrt{Q})=1$  pour une cavité Fabry-Pérot mono-couche cf. éq. (IV-14)).

Un rapport supérieur à 1 signifie que pour un même facteur de qualité, nous aurions pu obtenir une meilleure directivité avec une seule rangée.

Ce rapport est légèrement inférieur à 1 pour  $P_I=80\text{mm}$ , ce qui signifie que la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité légèrement meilleure pour la structure multicouche avec la cavité centrale de même dimension que la période longitudinale.

### Conclusion :

A travers l'étude d'une structure à quatre couches nous avons pu déduire quelques points importants :

- La structure multicouche donnant la meilleure performance directivité/bande passante est celle pour laquelle la cavité centrale a la même dimension que la période longitudinale. Il n'est donc pas judicieux de créer un 'défaut' en imposant une cavité centrale plus grande. Il faut que les cavités résonnent 'ensemble', pour avoir les meilleures performances.
- L'étude numérique montre que la structure multicouche a la même performance (facteur de qualité/ouverture angulaire) ou une performance légèrement meilleure que celle la structure de Trentini (i.e. avec une couche).
- L'augmentation de la bande passante relative  $\frac{\Delta f_{3dB}}{f_0} = \frac{1}{Q}$  (pour une même ouverture angulaire) est donc petite en augmentant le nombre de couches.

#### IV.3.3 Impédance vue par la source omnidirectionnelle

A l'aide du programme FDTD, nous regardons l'impédance vue par la source omnidirectionnelle.

Cette impédance est obtenue en faisant le rapport des champs électrique et magnétique au point d'excitation. Il existe donc une erreur due au décalage spatial des champs électrique et magnétique dans la méthode FDTD (cellule de Yee). Néanmoins cette erreur ne devant pas être importante (elle se manifeste par un léger décalage de la résonance), nous pouvons déjà faire quelques remarques.

Les Figures IV-43 à IV-45 donnent l'impédance  $Z_e$  vue par la source ponctuelle pour une, deux et quatre couches de part et d'autre de la source même ( $P_1=80$  mm,  $P_t=40$ mm) pour  $L_R=1040$ mm.

Les Figures IV-46 à IV-48 donnent  $Z_e$  pour les trois cas, mais pour  $L_R=4560$ mm (une structure environ quatre fois plus large).

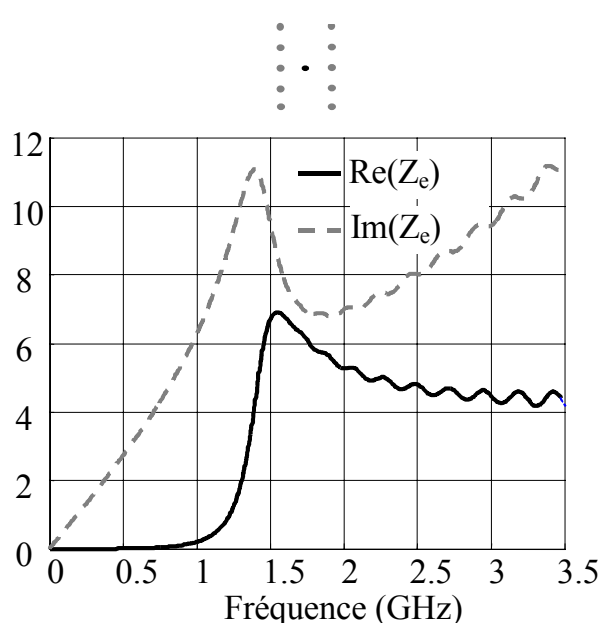


Figure IV-43 – Impédance vue par la source isotrope ponctuelle,  $L_R=1040\text{mm}$ , une couche de part et d'autre de la source.

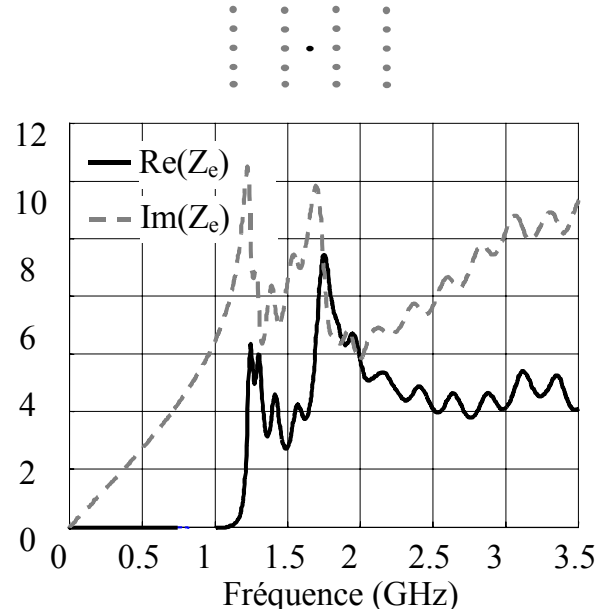


Figure IV-44 – Impédance vue par la source ponctuelle,  $L_R=1040\text{mm}$ , deux couches de part et d'autre de la source.

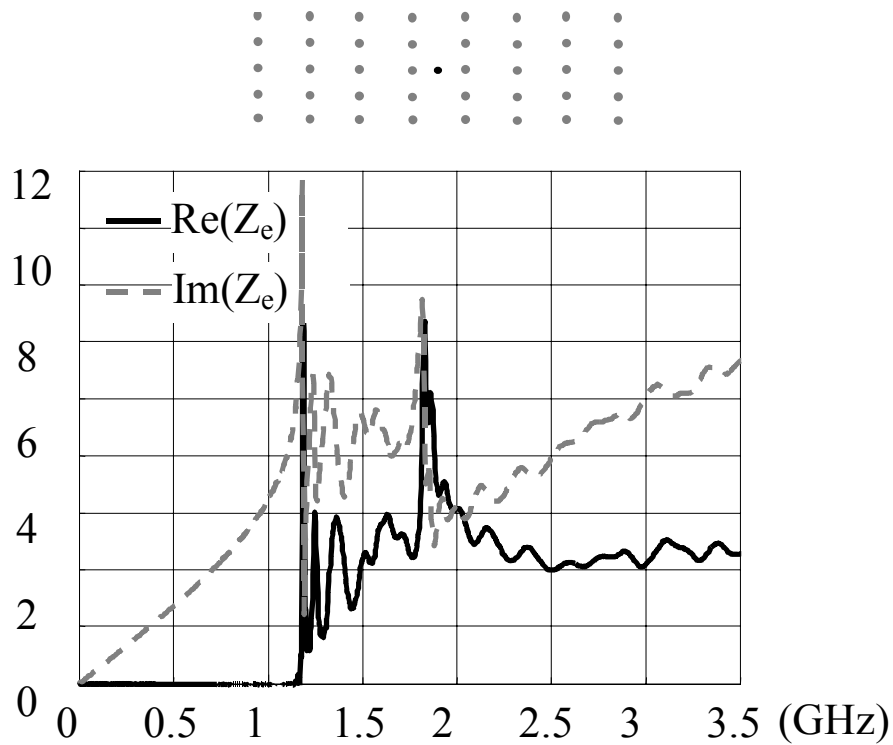


Figure IV-45 – Impédance vue par la source isotrope ponctuelle,  $L_R=1040\text{mm}$ , 4 couches de part et d'autre de la source.

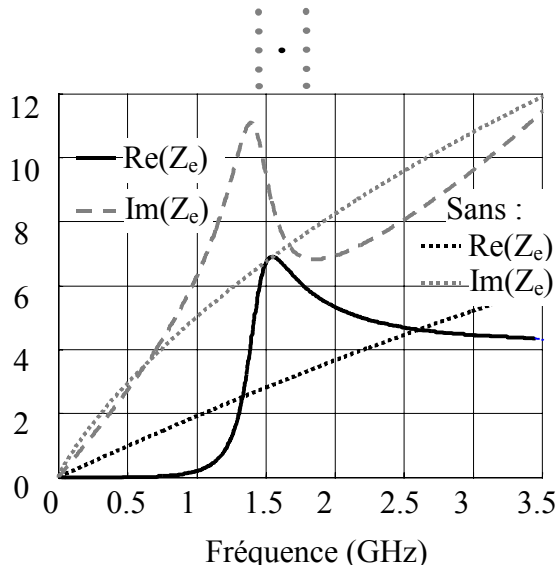


Figure IV-46 – Impédance vue par la source ponctuelle,  $L_R=4560\text{mm}$  une couche de part et d'autre de la source et impédance sans la structure.

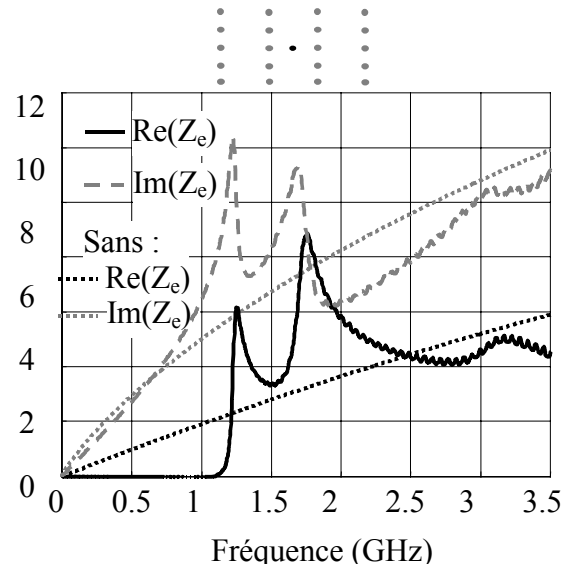


Figure IV-47 – Impédance vue par l'isotrope ponctuelle,  $L_R=4560\text{mm}$  deux couches de part et d'autre de la source et impédance sans la structure.

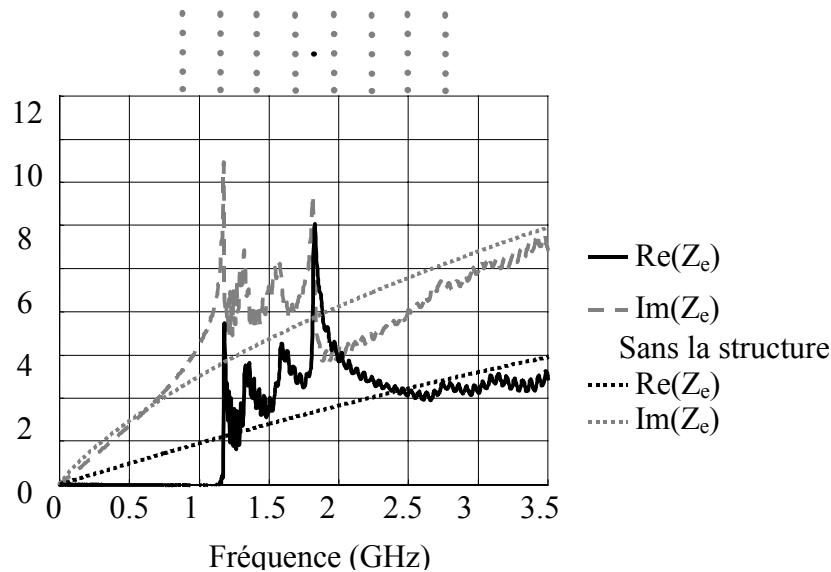


Figure IV-48 – Impédance vue par la source isotrope ponctuelle,  $L_R=4560\text{mm}$ , quatre couches de part et d'autre de la source et impédance sans la structure.

La partie réelle de l'impédance est quasiment nulle dans la première bande interdite, il est donc très difficile d'adapter une antenne dans cette bande. Dans la première bande passante, La structure ajoute à la partie imaginaire une valeur positive (comportement inductif).

Pour les cas à deux et quatre couches, lorsque les murs ont une longueur faible (Figures IV-44 et IV-45) l'impédance contient des oscillations qui rendent difficile l'adaptation d'une antenne qui serait insérée au centre. Il faut que la longueur soit suffisamment grande (Figures IV-46 à IV-48) pour que l'impédance d'entrée varie peu.



### IV.3.4 Excitation par monopôle

#### IV.3.4.1 Structure avec une couche

Considérons dans un premier temps une seule couche de part et d'autre de la source (Figure IV-49). D'après l'étude du paragraphe précédent, deux zones sont repérables à partir du coefficient de transmission de la source idéale (Figure IV-50) : une zone où l'adaptation n'est pas possible et une zone où l'adaptation est possible mais où le diagramme de rayonnement ne se compose plus d'un lobe unique mais de deux lobes qui se séparent en s'éloignant de la fréquence de résonance (cf. plus loin paragraphe IV.4).

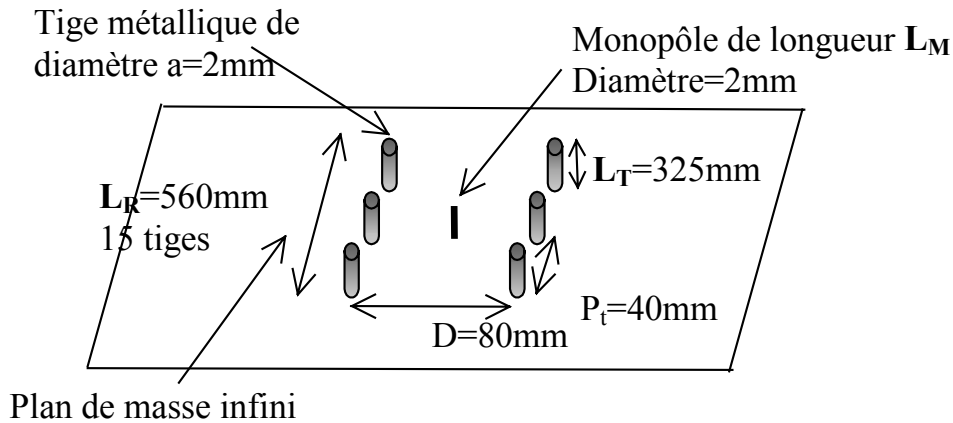


Figure IV-49 – Structure périodique de tiges métalliques, constituée de 2 rangées et excitée par un monopôle.

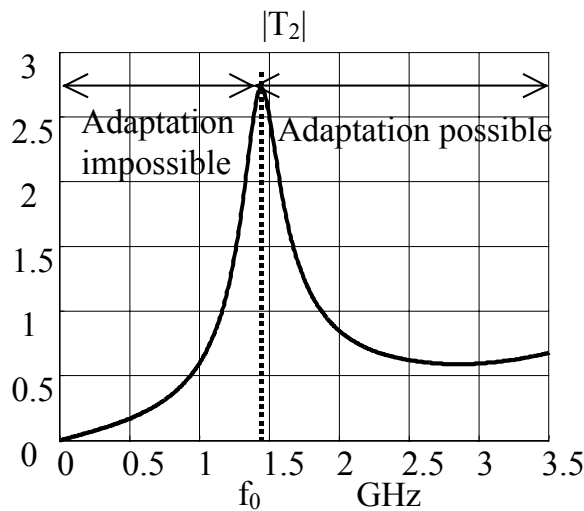


Figure IV-50 –  $|T_2|$  (source d'onde plane). Zone où l'adaptation n'est pas possible et zone où l'adaptation est possible.  $f_0 = 1.44\text{GHz}$ .  $P_t = 40\text{mm}$ ,  $D = 40\text{mm}$ ,  $a = 2\text{mm}$ .

L'objectif est donc d'adapter la structure autour de la résonance  $f_0$ .

Pour cela le monopôle doit *résonner après la fréquence de résonance de la cavité*. **En effet, la structure étant *inductive* (Figures IV-46 à IV-48) l'adaptation ne pourra avoir lieu qu'en dessous de la résonance du dipôle où celui-ci a un comportement *capacitif*.**

Les Figures IV-51, IV-52 et IV-53 donnent l'adaptation (à 50  $\Omega$ ) de la structure pour un monopôle, résonnant respectivement avant  $f_0$ , légèrement après  $f_0$  et pour une fréquence franchement après  $f_0$  (l'adaptation à 50  $\Omega$  est défini ainsi  $S_{11} = \frac{Z_{in} - 50}{Z_{in} + 50}$ ,  $Z_{in}$  étant l'impédance d'entrée du monopôle).

La structure de la Figure IV-51 n'est pas adaptée. Celle de la Figure IV-53 est adaptée mais étant trop éloignée de  $f_0$ , le diagramme sera composé de deux lobes de part et d'autre de la normale.

La structure de la Figure IV-52 donne l'adaptation la plus proche de  $f_0$ . La structure est adaptée à -10dB dans la bande 1.42-1.785GHz (24.3%) Les diagrammes de rayonnement dans cette bande de fréquence montrent le dépointage du faisceau pour les fréquences supérieures à  $f_0$  (Figure IV-54). Le diagramme de rayonnement est donc plus sensible à la variation de la fréquence que l'impédance d'entrée. C'est donc le diagramme de rayonnement qui détermine la bande passante de la structure et non pas l'impédance.

Pour la fréquence 1.42GHz les dimensions normalisées de la structure sont alors :

$$L_R \approx 2.65\lambda_0, L_T \approx 1.5\lambda_0, P_t \approx 0.19\lambda_0, D = P_t \approx 0.38\lambda_0.$$

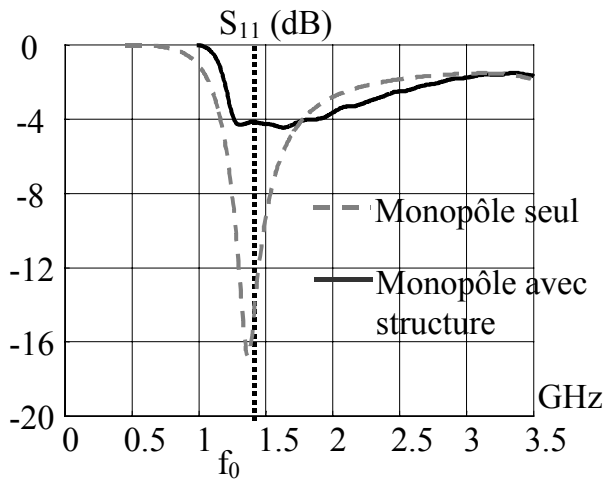


Figure IV-51 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M=47.5mm$  ( $\approx 0.22\lambda_0$  à 1.42GHz).

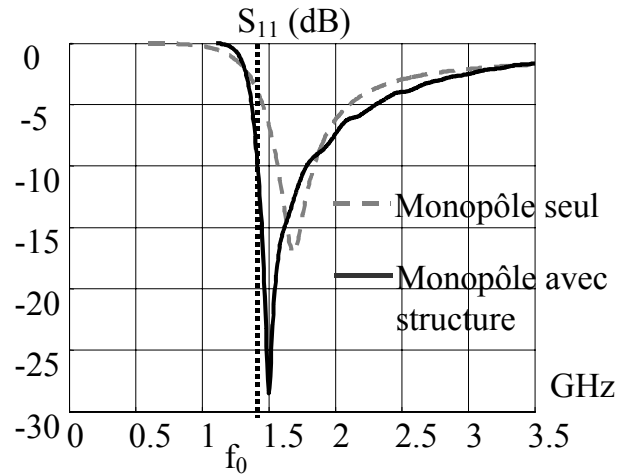


Figure IV-52 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M=37.5mm$  ( $\approx 0.18\lambda_0$  à 1.42GHz)..

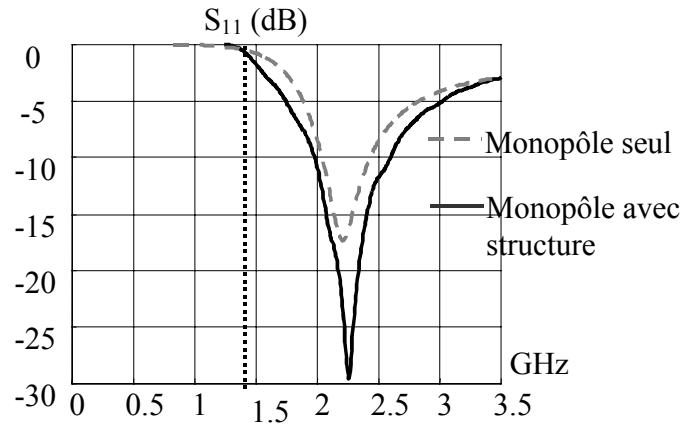


Figure IV-53 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M=27.5\text{mm}$  ( $\approx 0.13\lambda_0$  à 1.42GHz)..

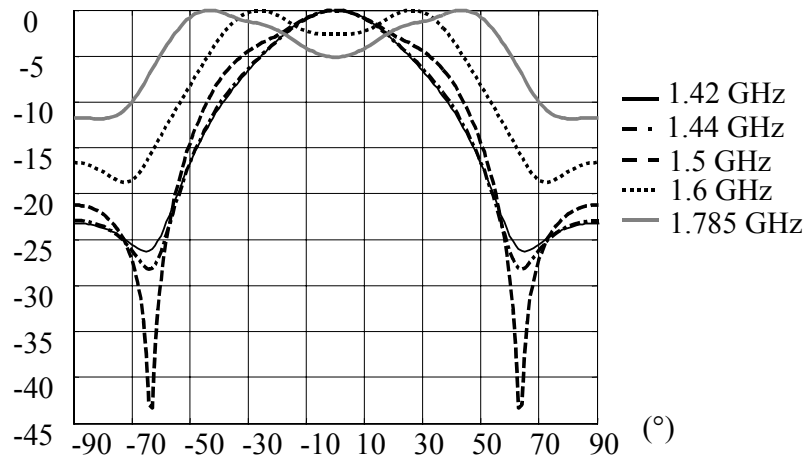


Figure IV-54 – Diagrammes de rayonnement dans le plan H dans la bande d'adaptation  $L_M=37.5\text{mm}$ .

Le Tableau IV-5 donne la valeur de l'ouverture angulaire, la directivité et l'efficacité de l'antenne à la fréquence  $f_0=1.42\text{GHz}$ .

Fréquence (GHz)	$S_{11\text{dB}}$	$\Delta\theta_{3\text{dB}}$ (°)	$DIR=\pi/\Delta\theta_{3\text{dB}}$	$2L_R/\lambda_0$	Efficacité= $(1- S_{11} ^2)^* \cdot DIR/(2L_R/\lambda_0) \cdot 100$
1.42	-10dB=0.3162	38.2°	4.74	5.3	61%

Tableau IV-5 – Calcul de l'efficacité à 1.42GHz.

La Figure IV-55 donne le diagramme de rayonnement de la structure dans le plan E. On constate un dépointage du faisceau vers le haut.

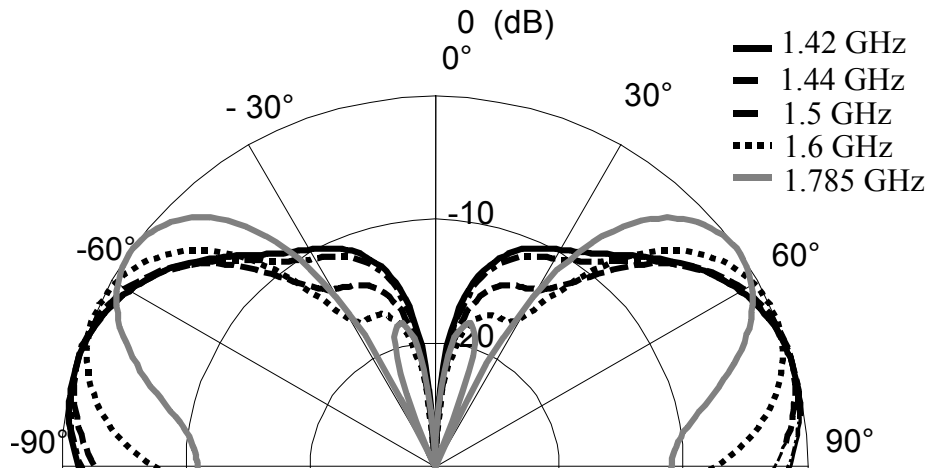


Figure IV-55 – Diagramme de rayonnement dans le plan E dans la bande d'adaptation  $L_M=37.5\text{mm}$ .

#### IV.3.4.2 Structure avec deux couches

Nous considérons maintenant la structure avec deux couches de part et d'autre de la source (Figure IV-56). La taille de la structure reste encore raisonnable. Si nous voulons mettre plus de couches il faut agrandir la longueur des rangées (pour pouvoir adapter l'antenne) ce qui augmente considérablement le temps de calcul. La longueur de la rangée a été fixée de manière à obtenir une impédance vue par la source avec très peu d'oscillations. La longueur des tiges est supérieure à  $\lambda$ .

Comme précédemment, nous faisons varier la longueur du monopôle pour le faire résonner dans les différentes zones ("bande interdite" et "bande propagée") de la structure périodique.

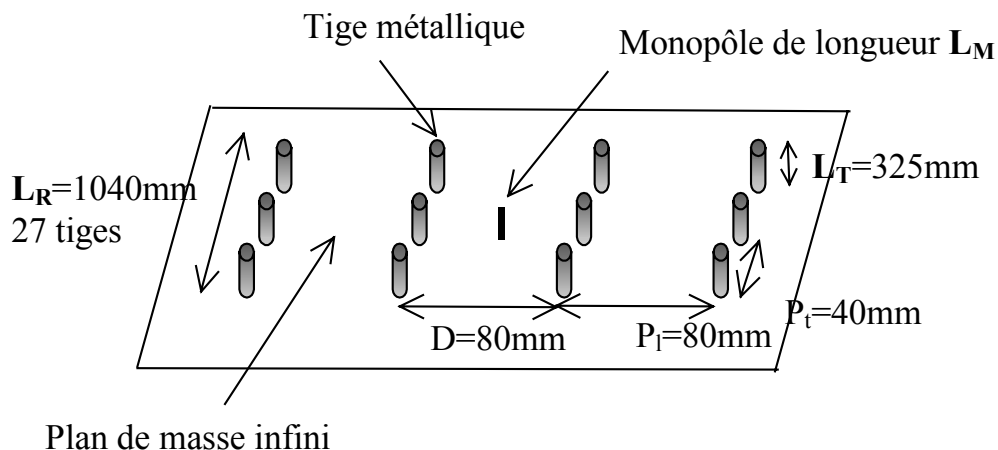


Figure IV-56 – Structure périodique de tiges métalliques, constituée de 4 rangées et excitée par un monopôle.

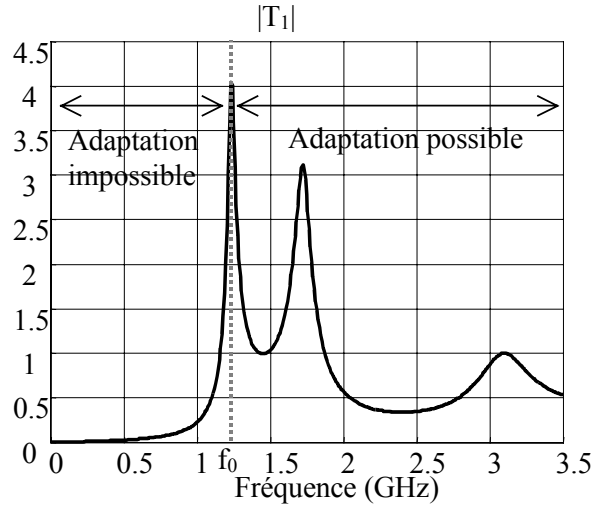


Figure IV-57 – Coefficient de transmission pour l'onde plane (source idéale) à l'intérieur de la cavité. Zone où l'adaptation n'est pas possible et zone où l'adaptation est possible.  $f_0 = 1.24$  GHz.

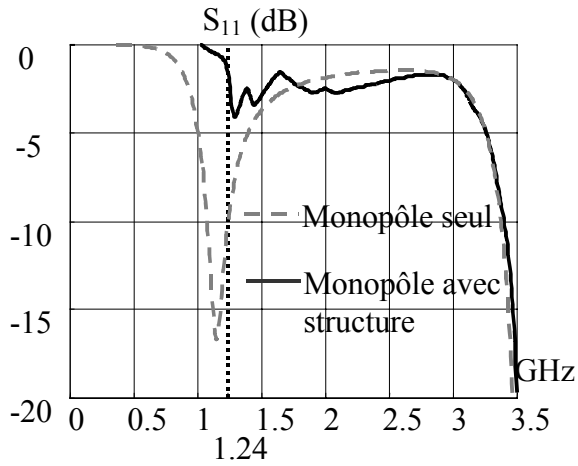


Figure IV-58 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M = 57.5$  mm.

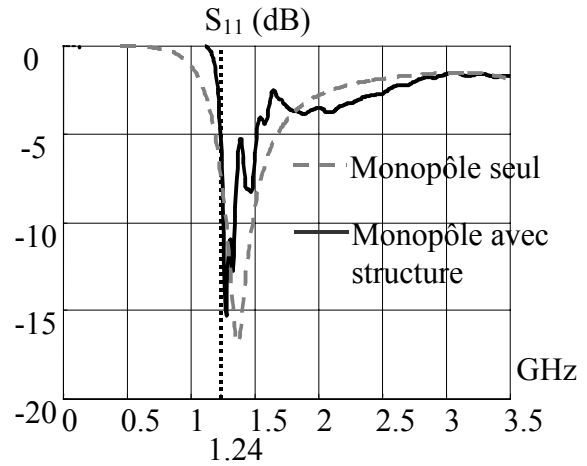


Figure IV-59 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M = 47.5$  mm.

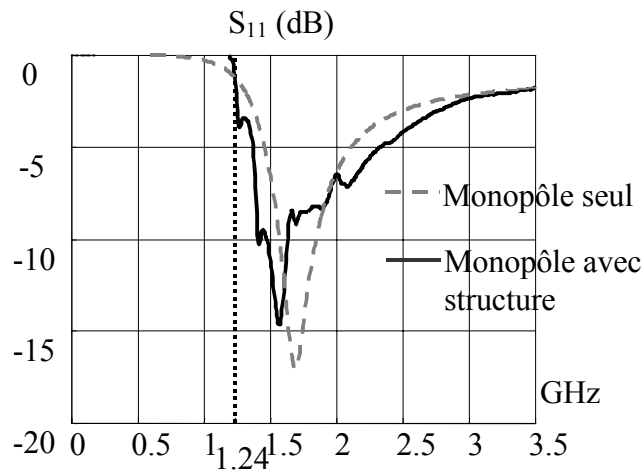


Figure IV-60 – Adaptation monopôle seul et monopôle avec tiges métalliques  $L_M = 37.5$  mm.

La structure la plus intéressante est celle de la Figure IV-59 qui ne s'éloigne pas trop de  $f_0$  et donne donc un diagramme avec un lobe central unique dans presque toute la bande d'adaptation.

Bande d'adaptation à -10dB: 1.26-1.348GHz. fréquence centrale :  $f_c=1.295$ GHz.

La bande d'adaptation est de 6.7%.

Pour la fréquence 1.26GHz les dimensions normalisées de la structure sont alors :

$$L_R \approx 4.4\lambda_0, L_T \approx 1.36\lambda_0, P_t \approx 0.17\lambda_0, D=P_1 \approx 0.34\lambda_0.$$

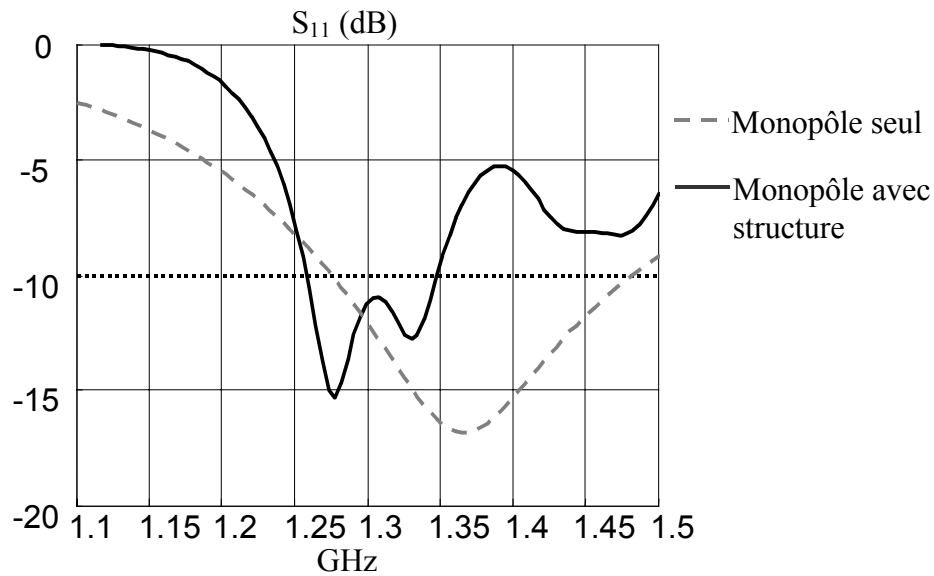


Figure IV-61 – Adaptation de l'antenne finale  $L_M=47.5$ mm. Zoom de la Figure IV-59

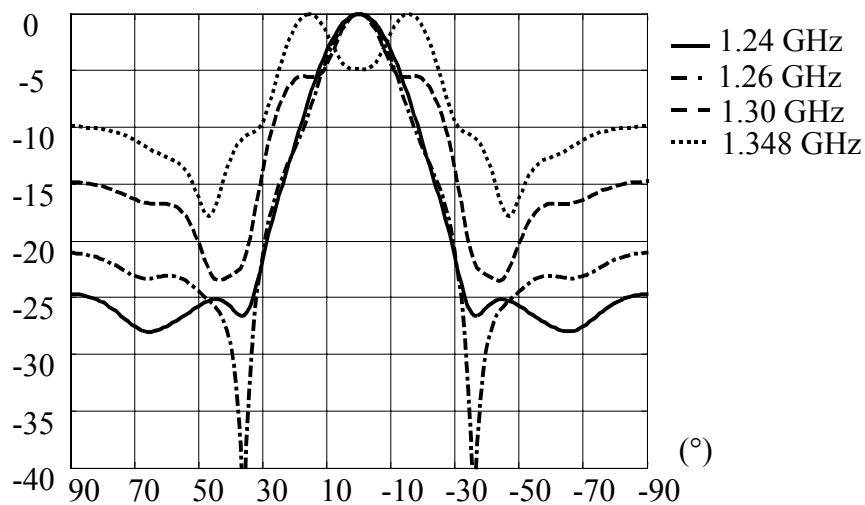


Figure IV-62 – Diagrammes de rayonnement dans le plan H, aux fréquences de la bande d'adaptation  $L_M=47.5$ mm.

Le Tableau IV-6 donne l'adaptation de l'antenne, son ouverture angulaire, sa directivité et son efficacité dans le plan H.

Fréquence (GHz)	$S_{11dB}$	$\Delta\theta_{3dB}$ (°)	$DIR=\pi/\Delta\theta_{3dB}$	$2L_R/\lambda_0$	Efficacité= $(1- S_{11} ^2)*$ $DIR/(2L_R/\lambda_0)*100$
1.24	-5.72dB=0.5176	19.4	9.78	8.68	54.4%
1.26	-10dB=0.3162	17.51	10.28	8.82	79.7%

Tableau IV-6 – Calcul de l'efficacité à 1.24GHz et 1.26GHz. Plan H.

La Figure IV-63 donne le diagramme de rayonnement de la structure dans le plan E. On remarque qu'il n'y a plus de dépointage de faisceau. L'ajout d'une couche supplémentaire a donc permis d'augmenter la directivité dans le plan E également.

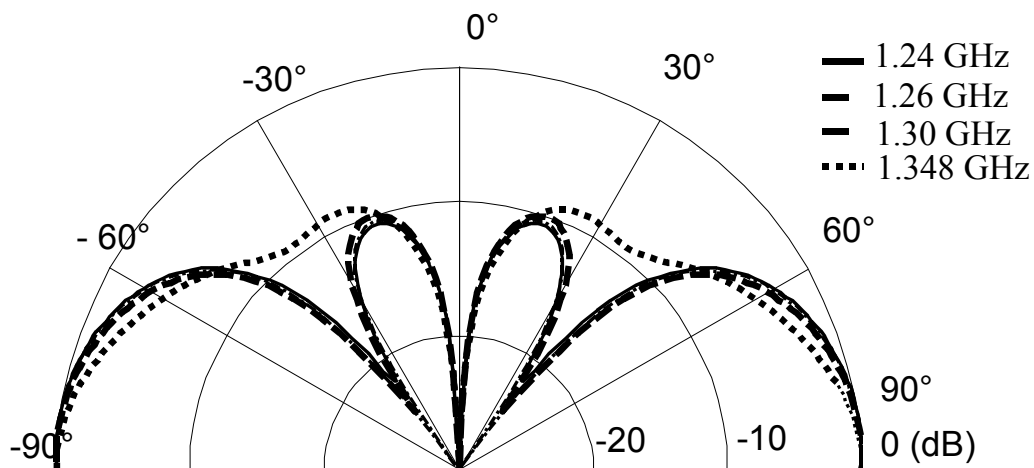


Figure IV-63 – Diagrammes de rayonnement dans le plan E aux fréquences dans la bande d'adaptation  $L_M=47.5mm$ .

### IV.3.5 Cas avec un réflecteur

Nous avons vu, dans la structure multicouche, que pour obtenir le maximum de directivité il fallait que la cavité centrale soit de même largeur que les autres cavités. La cavité centrale résonne donc à la même fréquence que les autres cavités.

Si nous considérons maintenant la présence d'un réflecteur, cherchons, *de manière théorique*, la condition pour que les deux cavités résonnent à la même fréquence.

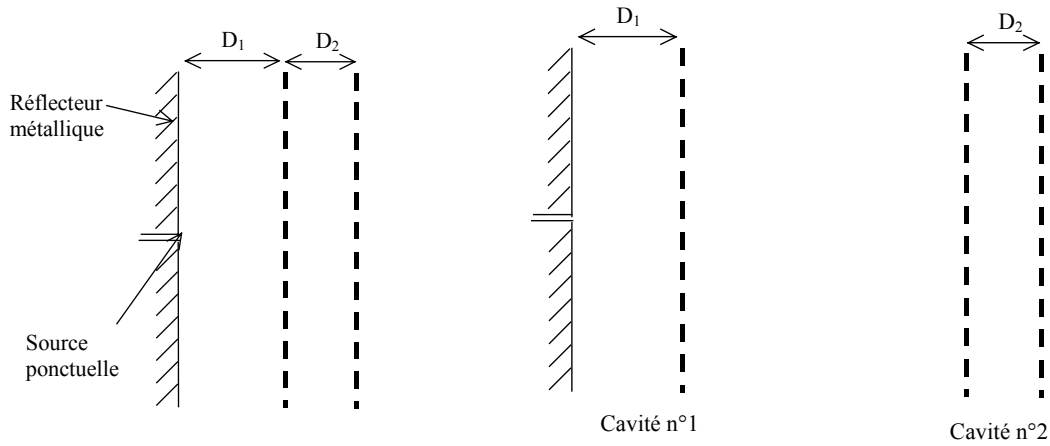


Figure IV-64 – Structure avec un réflecteur et deux surfaces semi-réfléchissantes, décomposition en deux cavités.

Le coefficient de transmission pour la cavité 1 s'écrit  $T = \frac{t \exp(-jkD_1)}{1 - r \cdot \exp(-2jkD_1 + j\pi)}$  (par rapport à la structure avec deux surfaces de part et d'autre de la source, un coefficient  $\pi$  vient s'ajouter dans l'exponentiel du dénominateur).

Et donc la condition de résonance pour la cavité n°1 :

$$k = \frac{\varphi_r + (2n_1 + 1)\pi}{2D_1}, \quad n_1=0,1,2,\dots \quad (IV-30)$$

Pour la cavité n°2 :

$$k = \frac{\varphi_r + n_2\pi}{D_2}, \quad n_2=0,1,2,\dots \quad (IV-31)$$

En égalant les  $k$  (condition de résonance commune), on obtient la relation entre  $D_1$  et  $D_2$  suivante :

$$D_1 = D_2 \frac{\varphi_r + (2n_1 + 1)\pi}{2(\varphi_r + n_2\pi)} \quad (IV-32)$$

Cette formule générale permet de dimensionner  $D_1$ , sachant que  $D_2$ ,  $\varphi_r$  et  $n_2$  sont donnés par la résonance de la cavité n°2. Autrement dit, le plan réflecteur introduisant un défaut dans la structure, nous introduisons un deuxième défaut ( $D_1 \neq D_2$ ) pour compenser le premier.

Pour  $n_1=n_2=0$  et  $\varphi_r \neq 0$ , la relation se simplifie :



$$D_1 = D_2 \frac{\varphi_r + \pi}{2\varphi_r} \quad (IV-33)$$

Pour  $\varphi_r > 0$  et sachant que  $\pi/2 \leq |\varphi_r| \leq \pi$  on a :

$$0,5D_2 \leq D_1 \leq 1,5D_2 \quad (IV-34)$$

Pour  $\varphi_r \leq 0$  il faut prendre  $n_2=1$ , on a alors  $D_1=D_2/2$ .

Il est à noter que nous ne cherchons pas à créer un défaut mais qu'au contraire nous voulons que les cavités résonnent de la même manière afin d'obtenir le meilleur rapport entre l'ouverture angulaire et la bande passante.

### IV.3.6 Source dans un milieu ultra-réfractif

Récemment, Tayeb et al. [18] ont introduit la notion d'antenne directive à base de diélectrique ultra-réfractif (Figure IV-65) et considère qu'elle est potentiellement plus performante en terme de rapport ouverture/bande passante que les antennes à cavité Fabry-Pérot étudiées ici. Nous allons donc nous intéresser à leurs études pour calculer la relation de performance de leur structures.

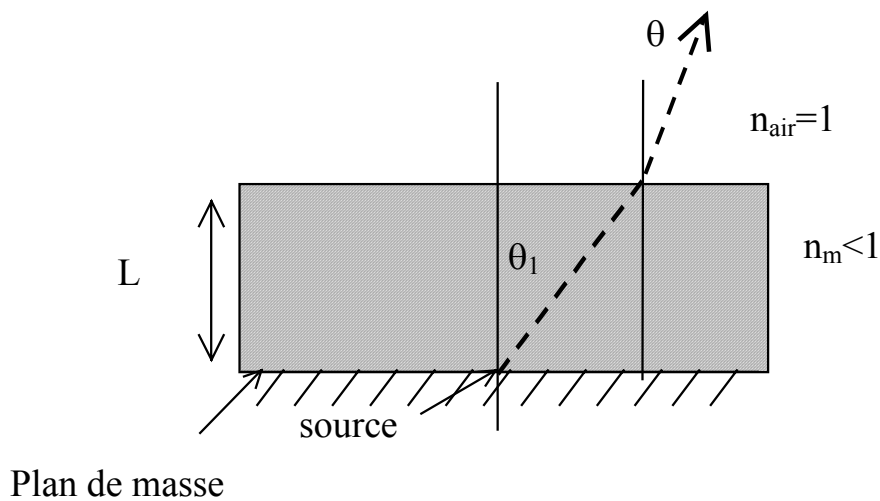


Figure IV-65 – Source dans un milieu ultra-réfractif

Dans l'Annexe C, nous traitons la structure composée d'une lame diélectrique ultra-réfractif et d'un plan de masse comme une cavité Fabry-Pérot remplie de diélectrique d'indice  $n_m$ . Nous montrons alors, que pour le premier mode, la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité de la structure de la Figure IV-65 s'écrit :

$$\Delta\theta_{3dB} \approx n_m \frac{2}{\sqrt{Q}}, \quad n_m \ll 1 \quad \text{avec} \quad Q \approx \frac{\pi\sqrt{1-n_m^2}}{4n_m} \quad (IV-35)$$

Ce qui signifie que pour une même directivité, la structure de la Figure IV-65 donne une bande passante  $1/n_m^2$  fois supérieure ( $n_m < 1$ ) à la bande passante de la cavité Fabry-Pérot. Ceci est vrai tant que la dispersion de  $n_m$  est faible.

Pour réaliser le milieu d'indice effectif inférieur à 1, Les auteurs des réf. [18][70] utilisent des surfaces périodiques mises en cascade (Figure IV-66).

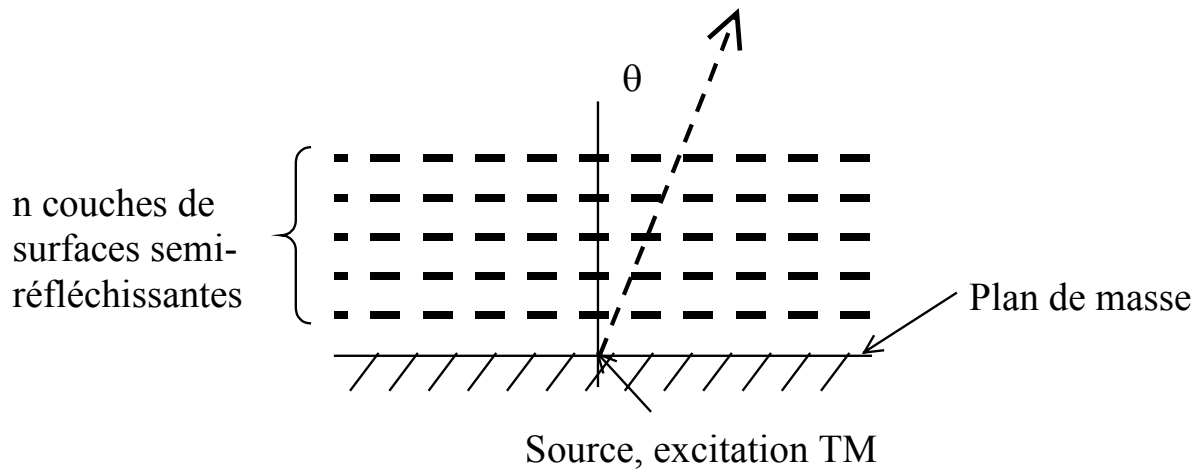


Figure IV-66 – Structure à plusieurs couches de surfaces semi-réfléchissantes pour réaliser un milieu ultra-réfractif. Structure utilisée par Tayeb et al., [18] et Guerin [70].

Pour étudier la structure multicouche de surfaces semi-réfléchissantes de tiges métalliques nous avons utilisé le modèle de la cavité Fabry-Pérot. Nous avons pu améliorer la performance ouverture/bande passante, mais l'amélioration apportée est petite.

Dans le Chapitre III, nous avons vu que la structure multicouche de tiges métalliques peut être modélisée par un milieu d'indice effectif inférieur à 1. Ceci peut donc également expliquer l'amélioration obtenue. La limitation de l'amélioration s'explique par le fait que l'indice du milieu varie en fonction de la fréquence.

Dans la réf. [70], l'amélioration de performance ouverture/bande passante avec un milieu ultra-réfractif a également été observée.

## IV.4 Filtrage angulaire et faisceau multiple

Dans ce qui suit, nous ne prenons pas en compte la dépendance angulaire d'une seule couche. Le filtrage angulaire obtenu est donc dû à une ou plusieurs cavité(s) mises en cascade.

Nous étudierons dans un premier temps le filtrage angulaire de la structure multicouche la source étant à l'extérieur et ensuite le filtrage angulaire lorsque la source est à l'intérieur.

### IV.4.1 Source à l'extérieur

#### IV.4.1.1 Filtrage angulaire

Le coefficient de transmission de la cavité Fabry-Pérot excitée de l'extérieur en incidence oblique (Figure IV-67) s'écrit :

$$t_2(\theta) = \frac{t^2 \exp(-jkD \cos(\theta))}{1 - r^2 \exp(-2jkD \cos(\theta))} \quad (IV-36)$$

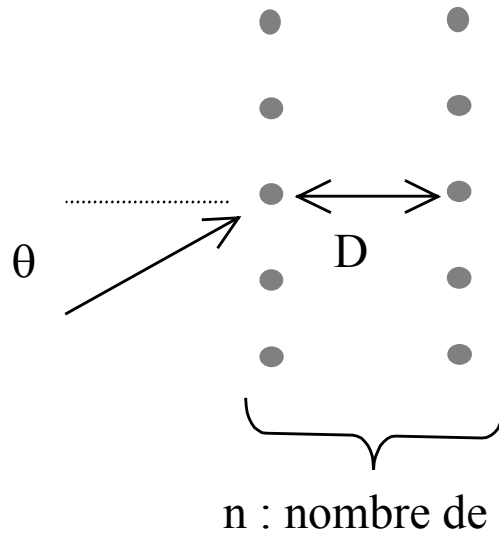


Figure IV-67 – Cavité Fabry-Pérot excitée en incidence oblique par une source à l'extérieur.

Le coefficient  $|t_2(\theta=0^\circ)|$  en fonction de la fréquence est tracé sur la Figure IV-68. Aux différents points de fréquence représentés sur cette figure, nous avons tracé  $|t_2(\theta)|$  sur la Figure IV-69.

Nous voyons bien dans cette figure que jusqu'à la première fréquence de résonance il y a un lobe unique dans la direction  $\theta=0^\circ$ . A partir de la fréquence de résonance il apparaît deux lobes qui se séparent au fur et à mesure que la fréquence augmente.

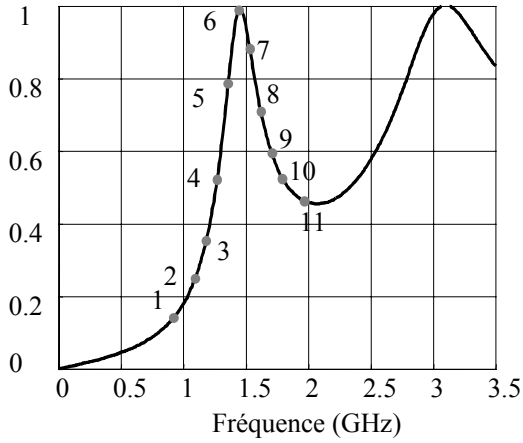


Figure IV-68 – Coefficient de transmission en incidence normale de la cavité Fabry-Pérot excitée de l'extérieur,  $Pt=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $D=80\text{mm}$ .

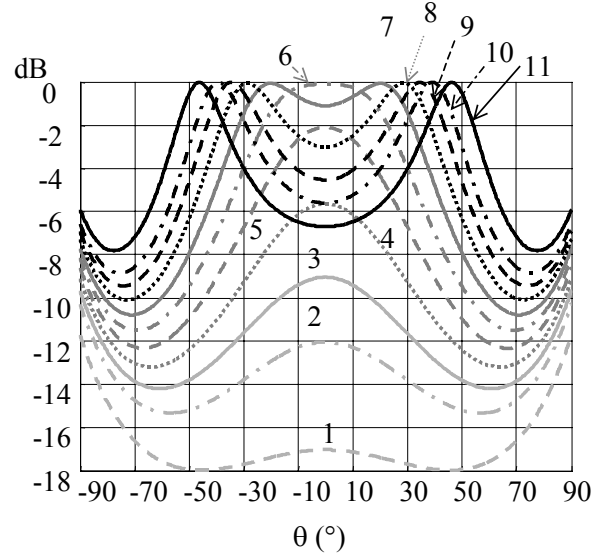


Figure IV-69 –  $|t_2(\theta)|$  (en dB) aux différents points de fréquence représentés sur la figure précédente.

Lorsque le nombre de couche est  $n$  le coefficient de transmission s'obtient à l'aide des formules de récurrence suivantes (dans la mesure où nous négligeons l'effet des modes supérieurs cf. chapitre II) :

$$t_n(\theta) = \frac{t_{n-1}(\theta)t_1 \exp(-jkD \cos(\theta))}{1 - r_{n-1}(\theta)r_1 \exp(-2jkD \cos(\theta))} \quad (IV-37)$$

$$r_n(\theta) = r_{n-1} + \frac{t_{n-1}(\theta)^2 r_1 \exp(-jkD \cos(\theta))}{1 - r_{n-1}(\theta)r_1 \exp(-2jkD \cos(\theta))} \quad (IV-38)$$

Considérons la structure à  $n=4$  couches (Figure IV-70). Le coefficient  $|t_4(\theta=0^\circ)|$  en fonction de la fréquence est tracé sur la Figure IV-71. Aux différents points de fréquence représentés sur cette figure, nous avons tracé  $|t_4(\theta)|$  sur la Figure IV-72.

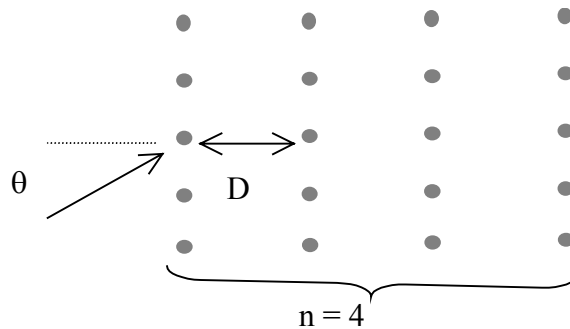


Figure IV-70 – Structure à  $n=4$  couches, illuminée en incidence oblique par une onde de l'extérieur

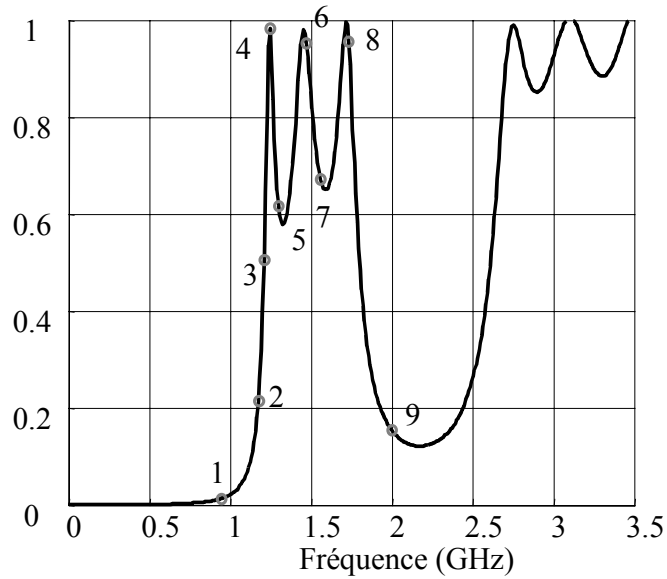


Figure IV-71 – Coefficient de transmission en incidence normale de structure à 4 couches excitée de l'extérieur,  $P_i=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $D=80\text{mm}$ .

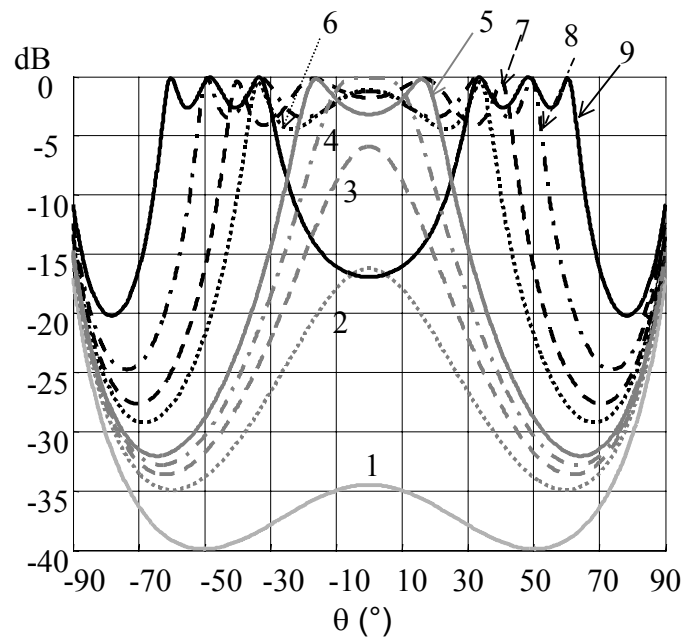


Figure IV-72 –  $|t_n(\theta)|$  Aux différents points de fréquence représentés sur la figure précédente.

De la même manière que pour la cavité simple, jusqu'à la première fréquence de résonance, il n'y a qu'un seul lobe dans la direction normale.

Puis au fur et à mesure que l'on s'éloigne, il apparaît deux lobes symétriques avec des oscillations correspondants aux pics du coefficient tracé en fonction de la fréquence sur la Figure IV-71.

Une manière de représenter le coefficient  $|t_n(\theta)|$ , à la fois fonction de l'angle et de la fréquence est la cartographie.

Les quatre figures ci-dessous présentent les coefficients  $|t_n(\theta)|$ , pour  $n=2, 3, 4$  et  $5$  couches en fonction de la fréquence (ordonnée) et de l'angle (abscisse). Dans cette représentation nous voyons à nouveau que seule la première bande interdite est totale (quel que soit l'angle d'incidence).

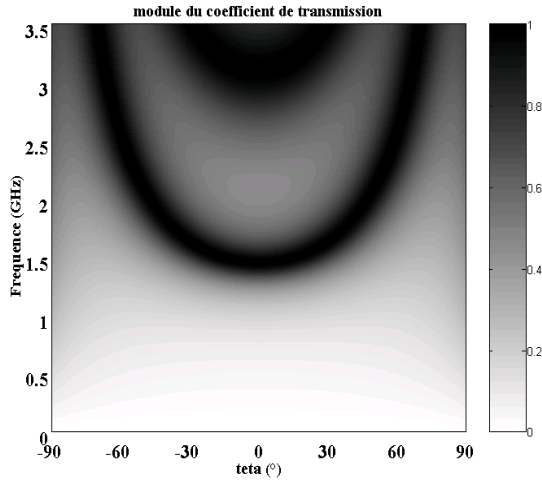


Figure IV-73 –  $|t_2|$  en fonction de la fréquence et de l'angle.

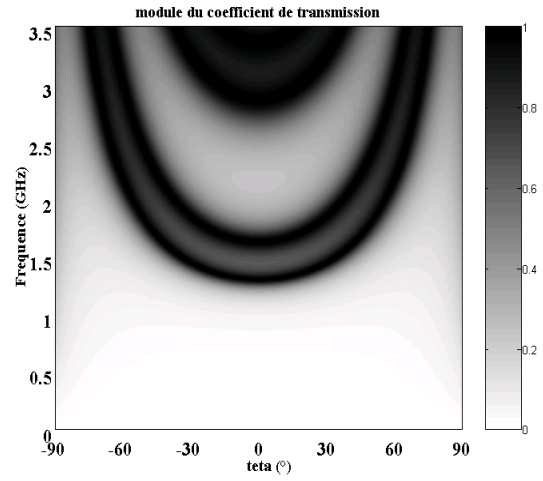


Figure IV-74 –  $|t_3|$  en fonction de la fréquence et de l'angle.

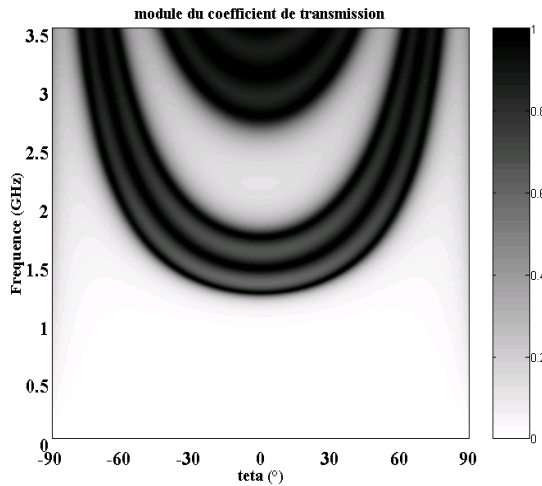


Figure IV-75 –  $|t_4|$  en fonction de la fréquence et de l'angle.

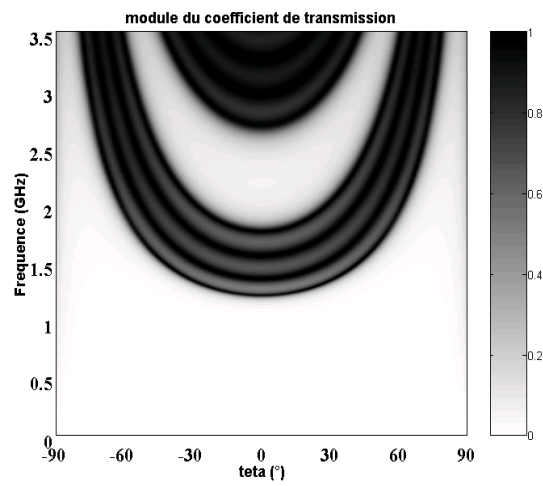


Figure IV-76 –  $|t_5|$  en fonction de la fréquence et de l'angle.

#### IV.4.1.2 Faisceaux multiples

Nous avons vu précédemment que pour la structure multicouche des oscillations apparaissaient dans les courbes en fonction de l'angle.

Si l'amplitude de ces oscillations reste inférieure à 3dB nous pouvons parler de faisceau unique. La Figure IV-77 présente dans la courbe du coefficient de transmission en incidence normale, la division des zones avec un, deux et trois faisceaux. Les courbes des figures suivantes présentent le coefficient  $|t_2(\theta)|$  (en linéaire puis en dB) aux points de fréquence représentés sur la Figure IV-77.

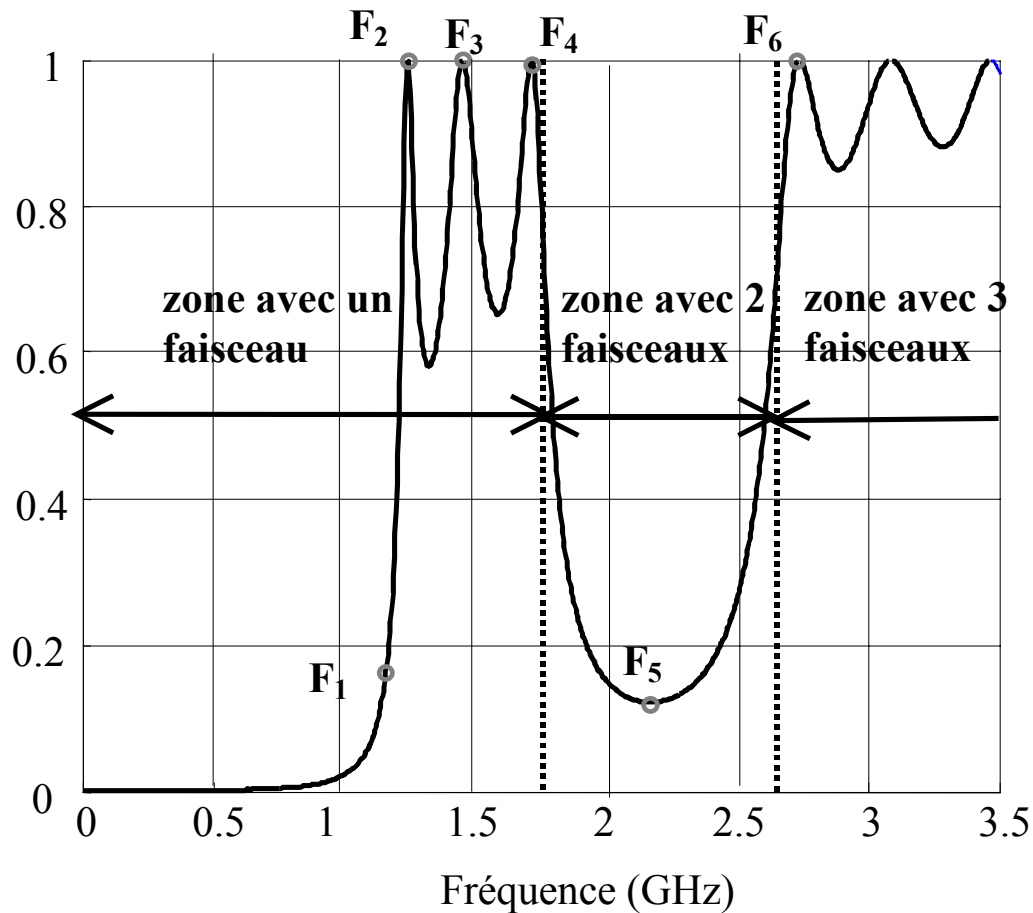


Figure IV-77 – Coefficient de transmission en incidence normale de structure à 4 couches excitée de l'extérieur,  $P_i=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $D=80\text{mm}$  ; Nombre de faisceaux pour chaque zone.

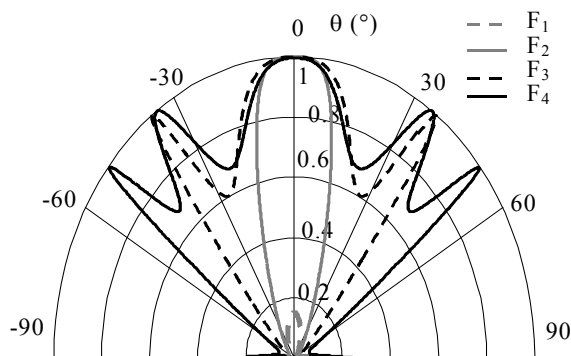


Figure IV-78 – Réalisation d'un seul faisceau avec des oscillations.

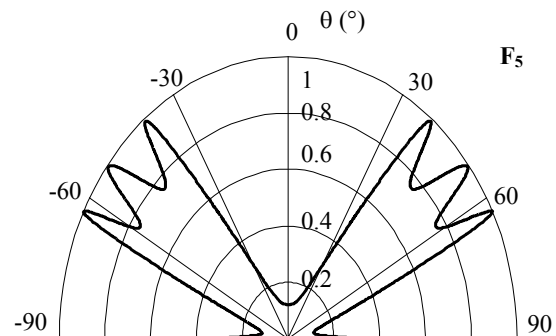


Figure IV-79 – Réalisation de deux faisceaux.

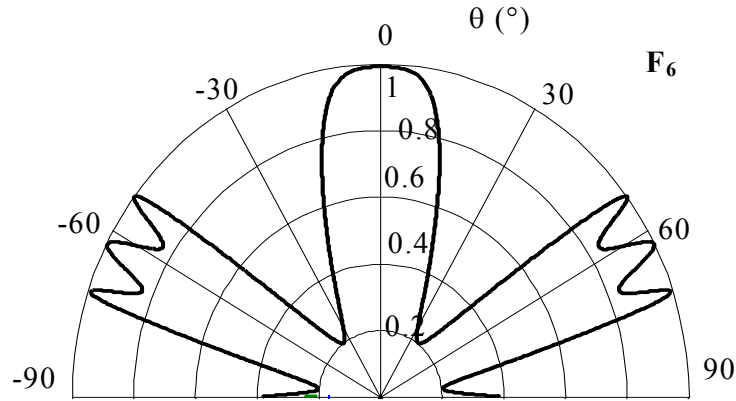


Figure IV-80 – Réalisation de trois faisceaux.

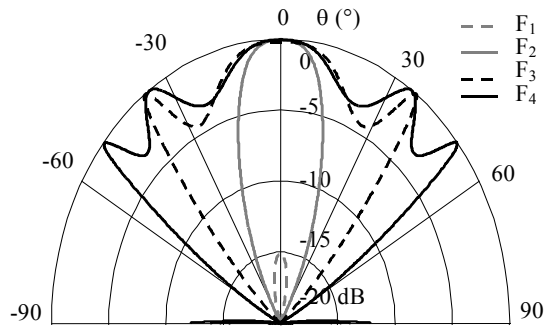


Figure IV-81 – Réalisation d'un faisceau avec des oscillations (échelle en dB).

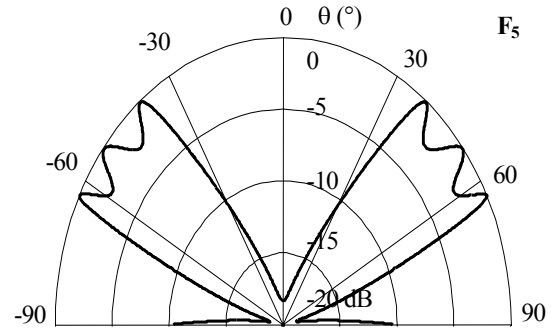


Figure IV-82 – Réalisation de deux faisceaux (échelle en dB).

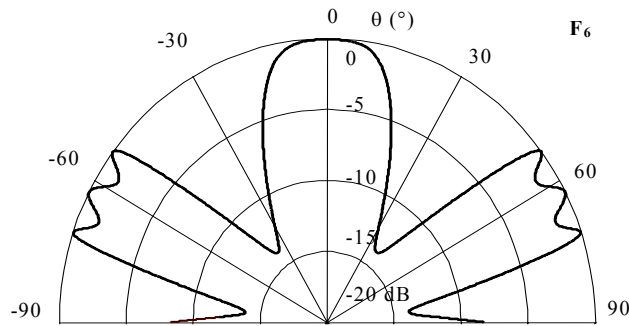


Figure IV-83 – Réalisation de trois faisceaux (échelle en dB).

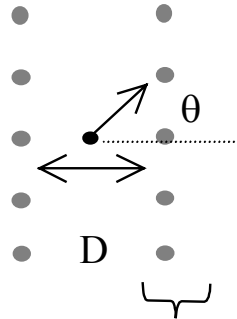
#### IV.4.2 Source à l'intérieur

Le coefficient de transmission pour la source à l'intérieur s'écrit :

$$T_{2n}(\theta) = \frac{t_n(\theta) \exp\left(-jk \frac{D}{2} \cos(\theta)\right)}{1 - r_n(\theta) \exp(-jkD \cos(\theta))} \quad (IV-39)$$



Considérons dans un premier temps une seule couche de part et d'autre de la source (Figure IV-84). Lorsque l'angle d'incidence change, le niveau maximum de  $|T_{2*1}|$  change (Figure IV-85).



$n : \text{nombre de couche} = 1$

Figure IV-84 – Cavité Fabry-Pérot excitée par une source à l'intérieur.

Comme pour la structure illuminée de l'extérieur, nous avons tracé pour différents points de fréquence représentés sur la Figure IV-86, le coefficient  $|T_{2*1}(\theta)|$  représentant le filtrage angulaire de la structure (Figure IV-87). De la même manière nous avons un seul lobe jusqu'à la fréquence de résonance ( $F_3$ ) puis deux lobes qui se séparent au fur et à mesure où la fréquence augmente. La différence est qu'ici le niveau maximum des courbes change.

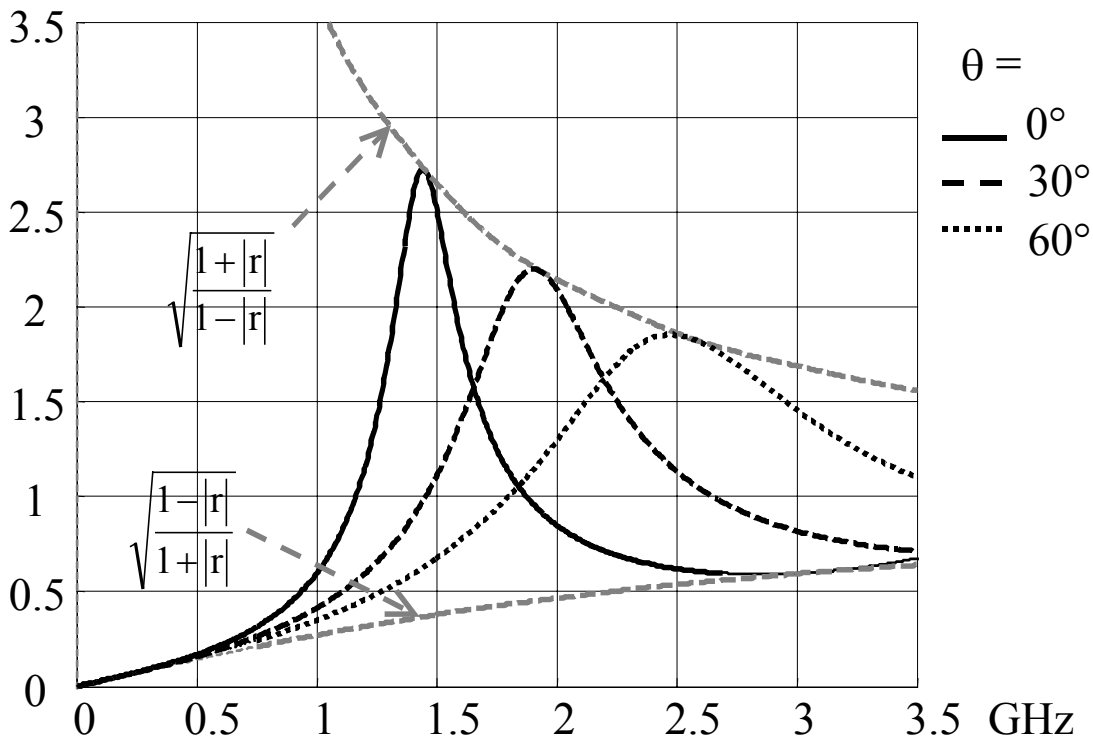


Figure IV-85 –  $|T_{2*1}|$  pour différents angles d'incidence.

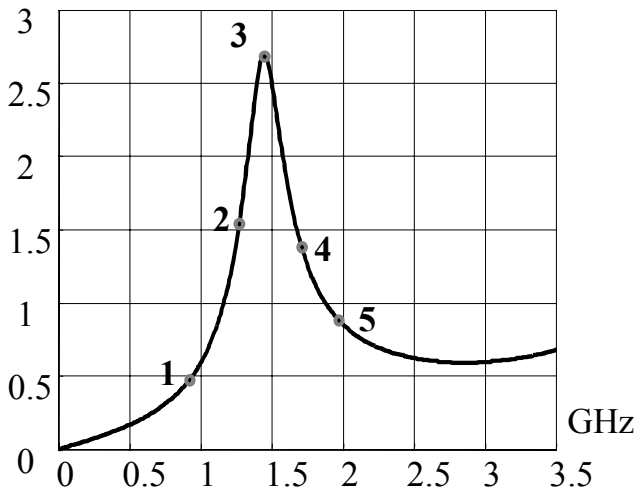


Figure IV-86 –  $|T_{2*1}|$  en incidence normale.

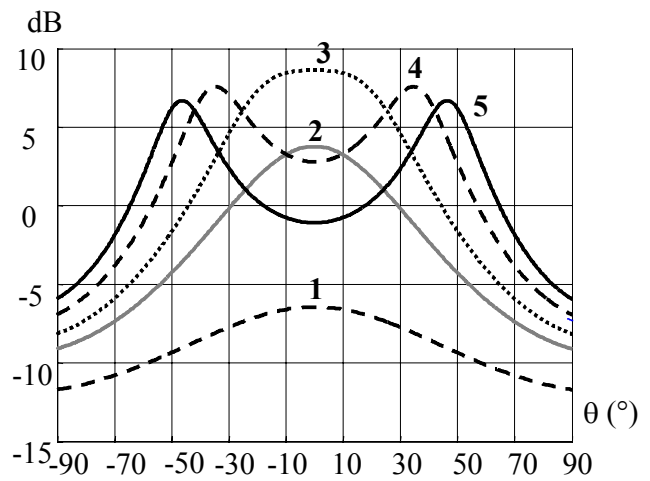


Figure IV-87 –  $|T_{2*1}(\theta)|$  aux points de fréquences représentés sur la figure précédente.

Nous considérons maintenant la structure avec deux couches de part et d'autre de la source (Figure IV-88).

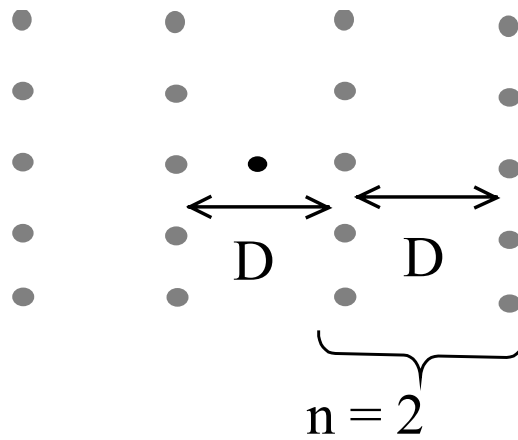
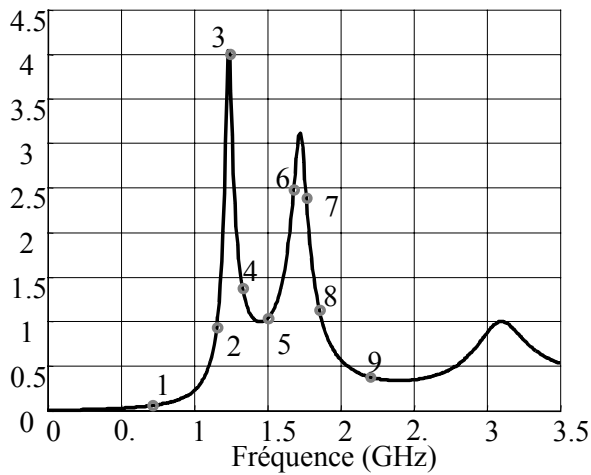
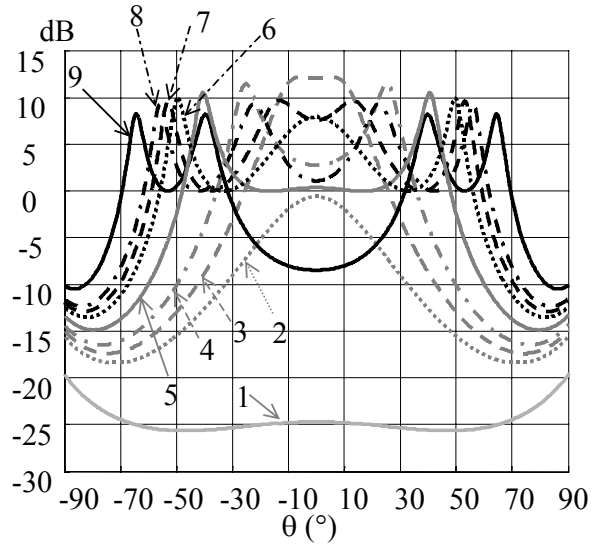


Figure IV-88 – Structure avec deux couches de part et d'autre de la source.

Le coefficient  $|t_2(\theta=0^\circ)|$  en fonction de la fréquence est tracé sur la Figure IV-89. Aux différents points de fréquence représentés sur cette figure, nous avons tracé  $|t_2(\theta)|$  sur la Figure IV-90.

Nous voyons que le niveau des oscillations n'est plus faible, ce qui pose un problème pour l'application vue au paragraphe IV.4.1.2 .


 Figure IV-89 –  $|T_{2*2}|$  en incidence normale.

 Figure IV-90 –  $|T_{2*2}(\theta)|$  aux points de fréquences représentés sur la figure précédente.

Pour finir cette partie, nous considérons la structure avec quatre couches de part et d'autre de la source (Figure IV-91). Le coefficient de transmission en incidence normale est donné sur la Figure IV-92 et le coefficient de transmission, pour différents points de fréquences, en fonction de l'angle d'incidence, est donné sur la Figure IV-93 et la Figure IV-94.

Le problème du niveau des oscillations persiste pour cette structure. Ce problème est sans doute un problème crucial à résoudre car à défaut d'obtenir un seul lobe sur une large bande de fréquence, nous pouvons espérer obtenir un seul faisceau avec des oscillations qu'il faut réduire au maximum.

De la même manière que pour la source excitée de l'extérieur nous donnons les représentations sous forme de cartographie des coefficients de transmission pour  $n=1, 2, 3$  et 4 couches de part et d'autre de la source (Figure IV-95 à Figure IV-98).

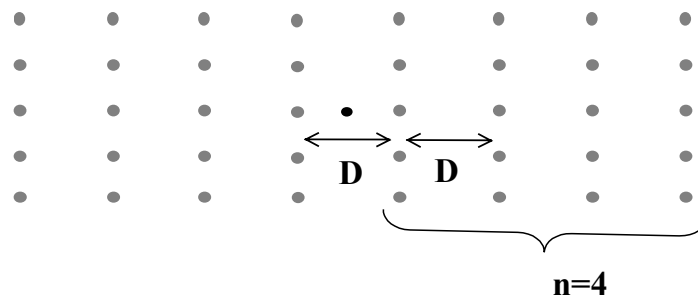


Figure IV-91 – Structure avec deux couches de part et d'autre de la source.

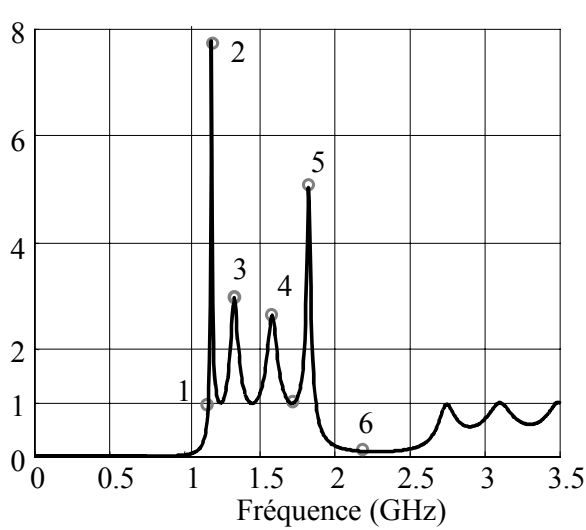


Figure IV-92 –  $|T_{2*4}|$  en incidence normale.

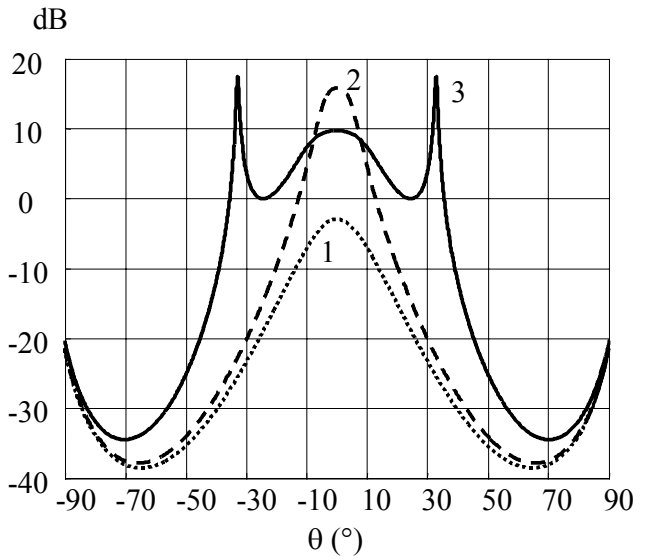


Figure IV-93 –  $|T_{2*4}(\theta)|$  aux points de fréquences représentés sur la figure précédente.

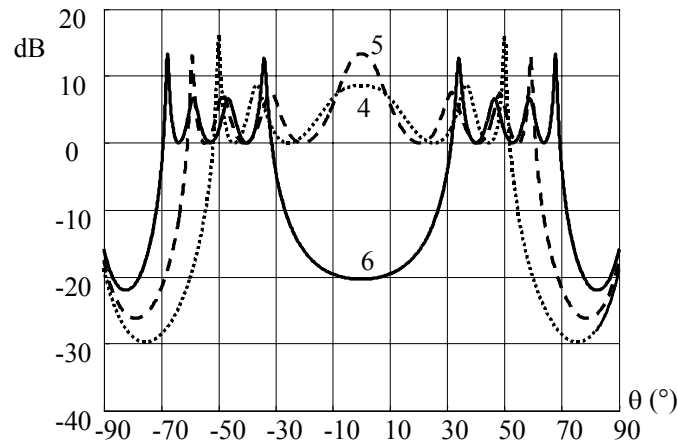


Figure IV-94 – Suite de la figure précédente.

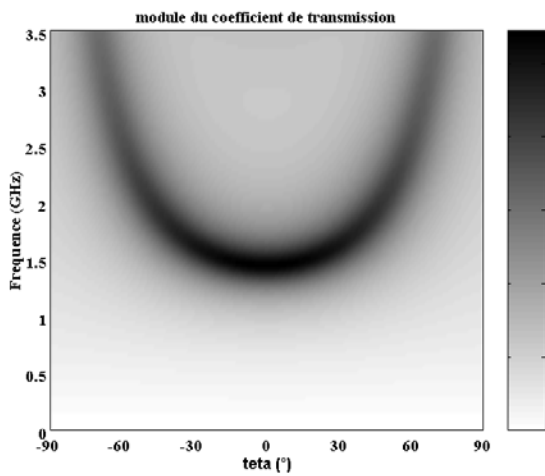


Figure IV-95 – Cartographie représentant  $|T_{2*1}|$  en fonction de la fréquence (en ordonnée) et de l'angle (en abscisse).

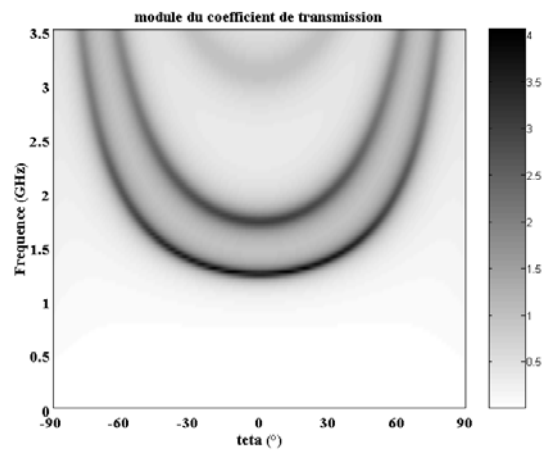


Figure IV-96 – Cartographie représentant  $|T_{2*2}|$  en fonction de la fréquence (en ordonnée) et de l'angle (en abscisse).

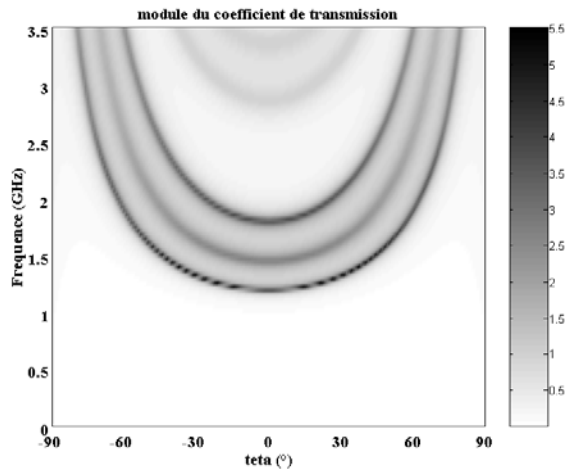


Figure IV-97 – Cartographie représentant  $|T_{2*3}|$  en fonction de la fréquence (en ordonnée) et de l'angle (en abscisse).

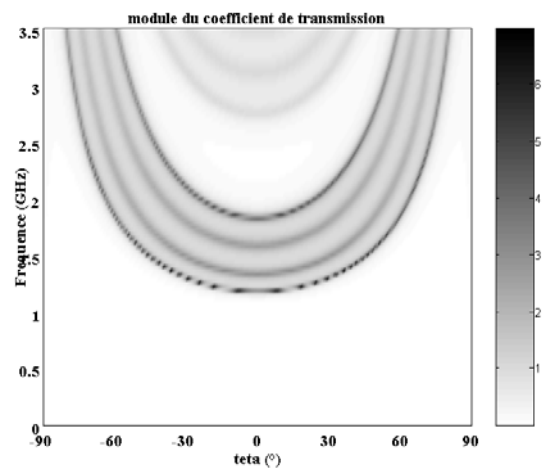


Figure IV-98 – Cartographie représentant  $|T_{2*4}|$  en fonction de la fréquence (en ordonnée) et de l'angle (en abscisse).

#### IV.4.3 Balayage fréquentiel de faisceau

A partir de l'étude du filtrage angulaire, nous constatons que nous pouvons faire du balayage de faisceau fréquentiel.

La Figure IV-99 présente le coefficient de transmission en fonction de l'angle et de la fréquence pour cavité Fabry-Pérot excitée de l'intérieur. Cette courbe illustre le dépointage du faisceau en fonction de l'angle d'incidence.

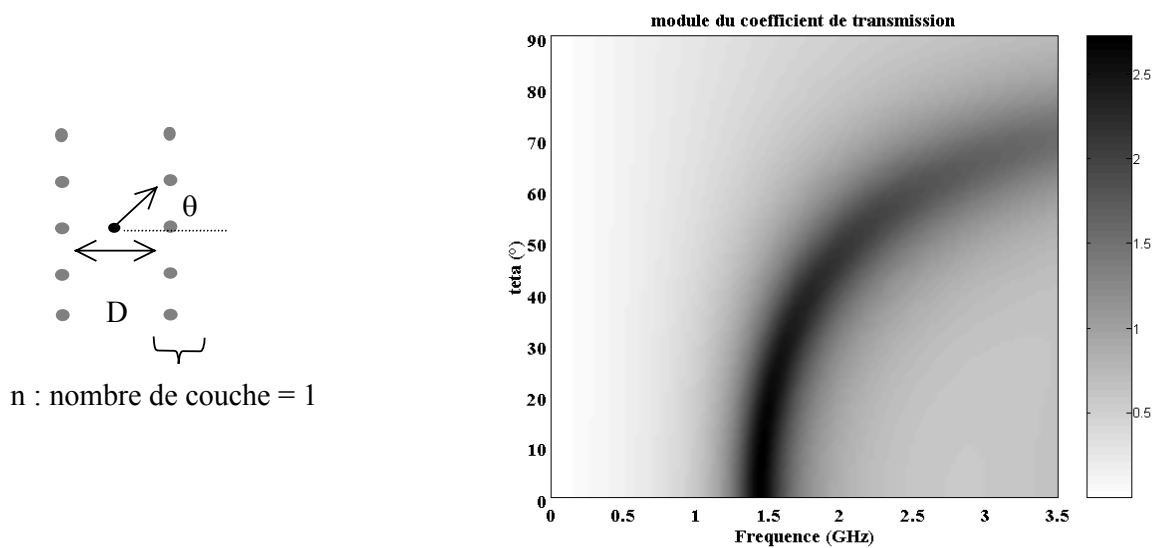


Figure IV-99 – A gauche : Cavité Fabry-Pérot excitée en incidence oblique par une source à l'extérieur. A droite :  $|T_{2*1}|$  en fonction de l'angle et de la fréquence, mise en évidence du balayage fréquentiel de faisceau,  $P_f=40m$ ,  $D=80mm$ .

Pour accentuer ce balayage de faisceau, nous avons diminué  $P_t$  (Figure IV-100). Nous obtenons les diagrammes de rayonnements à différents points de fréquences représentés sur la Figure IV-101. L'excitation est une ligne de courant infinie est la longueur des rangées de tiges est  $L_R \approx 22\lambda$ .

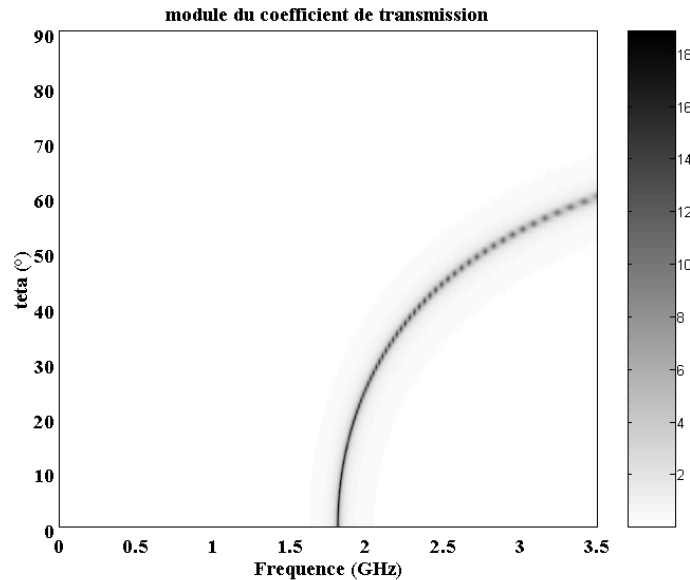


Figure IV-100 –  $|T_{2*1}|$  en fonction de l'angle et de la fréquence, mise en évidence du balayage fréquentiel de faisceau,  $P_t=10\text{mm}$ ,  $D=80\text{mm}$ .

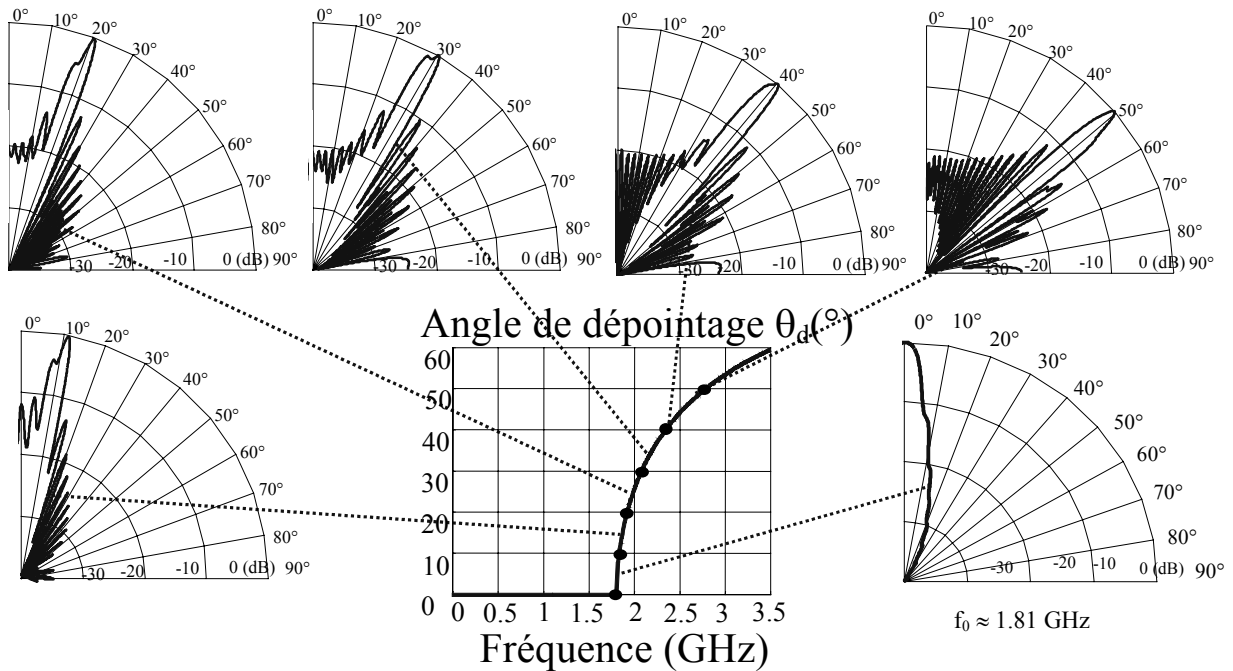


Figure IV-101 – Diagrammes de rayonnement pour  $L_R \approx 22\lambda$  aux différents points de fréquence correspondant à des angles de dépointage représentés au centre.

En utilisant la relation  $|T_{2*1}|$ , l'angle de dépointage en fonction de la fréquence peut être obtenu à l'aide de la relation suivante :

$$\theta_d = \arccos\left(\frac{\varphi_r c}{\pi f D}\right) \quad (IV-40)$$

En faisant le même calcul que dans le paragraphe IV.2, nous obtenons l'ouverture angulaire du faisceau dépointé en fonction de  $Q$  et de l'angle de dépointage :

$$\Delta\theta_{3dB,\theta_d} = 2\left(\arccos\left(\cos(\theta_d) - \frac{\cos(\theta_d)}{2Q}\right) - \theta_d\right) \quad (IV-41)$$

$Q$  étant défini de la même manière que dans le paragraphe IV.2.

A  $Q$  fixe, l'ouverture angulaire diminue lorsque l'angle de dépointage augmente.

## IV.5 Conclusion

L'objectif de ce chapitre était d'étudier l'utilisation de la structure périodique planaire pour contrôler le diagramme de rayonnement d'une antenne.

La réalisation d'une antenne directive avec une seule source a constitué le principal sujet. Nous avons donné une évaluation de la directivité en utilisant la méthode classique de la cavité de Fabry-Pérot. Nous avons étudié la longueur transversale, proposé une nouvelle méthode pour calculer le diagramme de rayonnement et étudié l'effet de la dépendance angulaire du coefficient de réflexion des parois de la cavité. Nous avons essayé de montrer l'effet des couches multiples par rapport à une cavité avec seulement une couche des deux côtés de la source. Enfin, nous avons traité deux exemples de structure avec monopôle inséré dans une cavité à une et deux couches des deux côtés de la source.

Nous avons vu que la structure multicouche n'augmentait pas, ou augmentait un peu, la bande donnant le maximum de directivité. Nous avons vu qu'il était possible d'adapter une antenne uniquement après la première résonance  $f_0$  de la cavité. Pour adapter le monopôle de longueur  $L_M$  il faut donc  $L_M < \lambda_0/4$ .

La première bande propagée constitue la bande dans laquelle nous pouvons adapter une antenne et obtenir un seul faisceau mais avec des oscillations. Le principal verrou est de

réduire au maximum le niveau de ces oscillations. Le problème des oscillations élevées apparaît *lorsque la structure est excitée de l'intérieur* (avec ou sans réflecteur).

D'autres applications de la structure planaire qui ont été étudiées dans ce chapitre sont la réalisation de faisceaux multiples et le balayage fréquentiel de faisceau. Si le balayage de faisceau ne dispose pas de problème particulier, les multiples faisceaux ont le problème du niveau *des oscillations* à réduire.





## **CHAPITRE V :**

### **Structures périodiques planaires : unification des études des dépendances angulaire et fréquentielle**

---

#### **V.1 Introduction**

Comme nous l'avons vu précédemment, les dépendances angulaire et fréquentielle des caractéristiques d'une structure composée d'une source insérée dans une cavité Fabry-Pérot, à une ou plusieurs couches, sont étroitement liées.

Dans ce paragraphe, à l'instar des travaux sur les réseaux d'antennes [71] nous présentons une étude où les variables de fréquence et d'angle des caractéristiques d'une structure périodique sont comprises dans une seule variable. Cette manière d'écrire permet de mieux voir les caractéristiques d'une structure périodique et vient compléter les études précédentes.

Pour simplifier l'analyse, on suppose que les caractéristiques d'une seule couche ( $r$ ,  $t$ ) sont indépendantes de l'angle et de la fréquence.

#### **V.2 Structure à une couche de part et d'autre de la source**

##### **V.2.1 Formule générale**

Le coefficient de 'transmission' d'une cavité Fabry-Pérot pour une source se trouvant à l'intérieur s'écrit (chapitre IV, éq. (IV-1)) :

$$T_2(\psi) = \frac{t \cdot \exp\left(-j \frac{\psi}{2}\right)}{1 - r \cdot \exp(-j\psi)} \quad (V-1)$$

Avec :

$$\boxed{\psi = kD \cos(\theta)} \quad (V-2)$$

En écrivant de cette façon, ce qui est classique en antennes[71], les deux variables  $k$  et  $\theta$  sont comprises dans l'unique variable  $\psi$ .

On s'intéresse au module du coefficient  $T_2$  :

$$|T_2(\psi)| = \frac{|t|}{|1 - r \exp(-j\psi)|} \quad (V-3)$$

Le coefficient  $|T_2|$  est réécrit à l'aide d'une nouvelle variable  $\psi_1$  :

$$|T_2(\psi_1)| = \frac{|t|}{|1 - |r| \exp(-j\psi_1)|} \quad (V-4)$$

avec :

$$\boxed{\psi_1 = \psi - \varphi_r} \quad (V-5)$$

$|T_2(\psi_1)|$  est périodique en fonction de  $\psi_1$  avec la période  $2\pi$ . La Figure V-1 donne un exemple du coefficient  $|T_2(\psi_1)|$  pour une surface avec  $|r|=0,7$  (on considère l'exemple d'une surface très fine et donc  $\varphi_r = \arccos(-|r|)$  et  $t=r+1$ , cf. chapitre II).

Les maxima et minima de  $|T_2(\psi_1)|$  sont donnés respectivement par  $\sqrt{\frac{1+|r|}{1-|r|}}$  et  $\sqrt{\frac{1-|r|}{1+|r|}}$  (cf.

chapitre III, éq. (III-20) et (III-21)). L'abscisse des maxima de  $|T_2(\psi_1)|$  correspondent à  $\psi_1 = 0 + 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ) et celle des minima à  $\psi_1 = \pi + 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ).

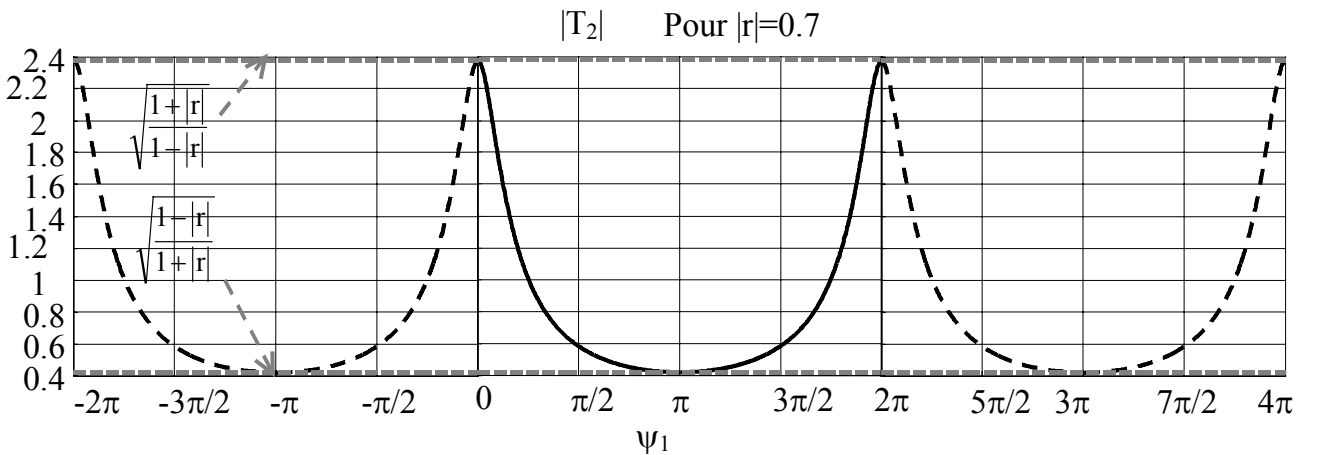


Figure V-1 – Coefficient  $|T_2(\psi_1)|$  : Exemple pour  $|r|=0,7$ .

Pour passer au domaine de  $\psi$  (c'est à dire tracer  $|T_2(\psi)|$ ), il suffit de faire le changement de variable suivant :

$$\psi = \psi_1 + \varphi_r \quad (V-6)$$

Ce qui correspond à un décalage de la courbe précédente (Figure V-1) de  $\varphi_r$  vers la droite (cf. Figure V-2). Maintenant, les maxima de  $|T_2(\psi)|$  correspondent à  $\psi = \varphi_r + 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ) et les minima à  $\psi = \pi + \varphi_r + 2n\pi$  ( $n=0, \pm 1, \dots$ ).

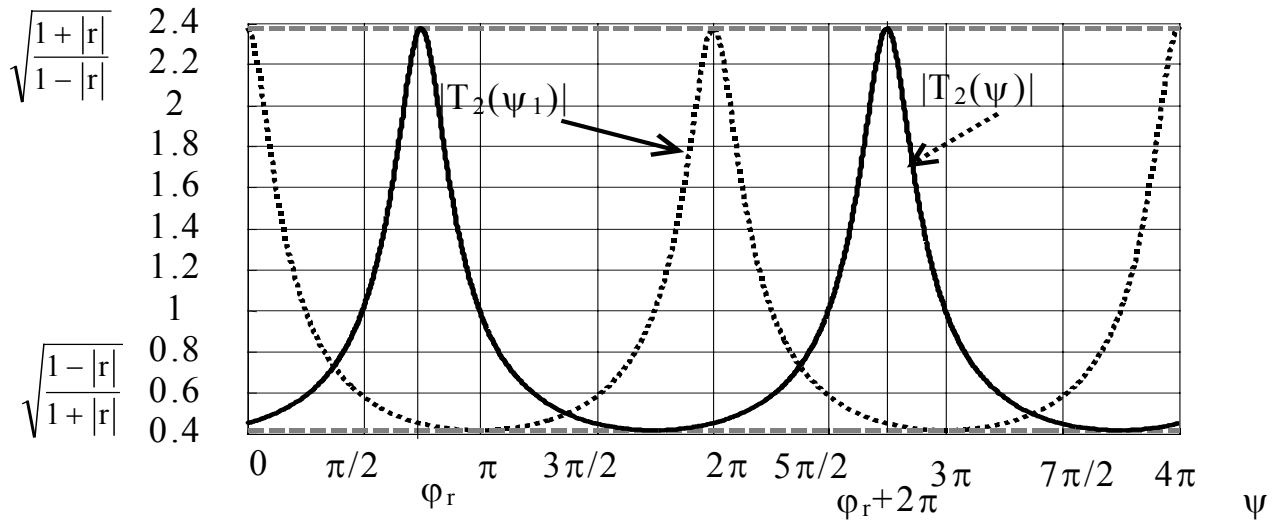


Figure V-2 – Passage de  $|T_2(\psi_1)|$  à  $|T_2(\psi)|$  en décalant de  $\varphi_r$  vers la droite (pour  $\varphi_r > 0$ ).

### V.2.2 Passage au domaine des fréquences

Il s'agit ici de montrer comment obtenir la courbe de  $T_2$  en fonction de la fréquence connaissant la courbe  $|T_2(\psi)|$ . La variable  $\psi$  s'écrit :

$$\psi = kD \cos(\theta) = \frac{2\pi f}{c} D \cos(\theta) \quad (V-7)$$

La fréquence s'écrit ainsi :

$$f = \frac{\psi \cdot c}{2\pi D \cos(\theta)} \quad (V-8)$$

Le passage de  $|T_2(\psi)|$  à  $|T_2(f)|$  se fait donc en multipliant  $\psi$  par le facteur d'échelle  $\frac{c}{2\pi D \cos(\theta)}$ . A titre d'exemple, à l'angle  $\theta=0^\circ$  (incidence normale), le facteur d'échelle devient  $\frac{c}{2\pi D}$ .

La Figure V-3 donne le coefficient  $|T_2(f)|$  (pour  $\theta=0^\circ$ ) pour le même exemple que précédemment ( $|r|=0,7$ ).

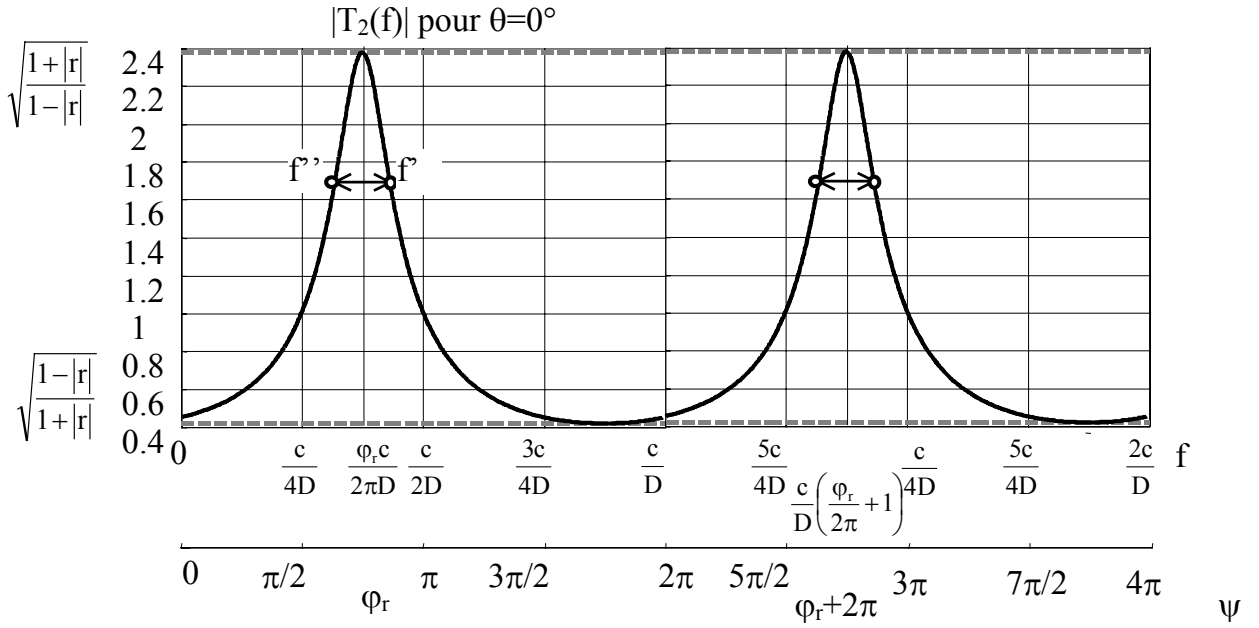


Figure V-3 – Coefficient  $|T_2(f)|$  pour  $\theta=0^\circ$ .

- On a  $f=0$  pour  $\psi=0$ .
- La première résonance a lieu pour  $f=f_0$ , ce qui correspond à  $\psi=\varphi_r$ . La fréquence  $f_0$  s'écrit donc :

$$\boxed{f_0 = \frac{\varphi_r c}{2\pi D}} \quad (V-9)$$

On peut réécrire la fréquence en éliminant la variable  $D$  :

$$\boxed{f = \frac{\psi}{\varphi_r} f_0} \quad (V-10)$$

### V.2.3 Passage au domaine spatial (angle $\theta$ )

Il s'agit maintenant de montrer comment obtenir la courbe de  $T_2$  en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  connaissant la courbe  $|T_2(\psi)|$ .

La variable  $\psi$  s'écrit :

$$\psi = kD \cos(\theta) \quad (V-11)$$

L'angle  $\theta$  s'obtient en écrivant :

$$\cos(\theta) = \frac{\psi}{kD} \quad (V-12)$$

L'angle  $\theta$  est obtenu dans la *zone visible* de  $\psi$  [71] dans laquelle  $\frac{\psi}{kD}$  est compris entre -1 et 1 (car  $\cos(\theta) \in [-1, 1]$ ). De plus, on a  $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$  et donc  $\cos(\theta) > 0$ .

Dans la zone visible, l'angle  $\theta$  se calcul ainsi :

$$\theta = \pm \arccos\left(\frac{\psi}{kD}\right) \quad (V-13)$$

- Pour  $\psi=0$ , on a  $\cos(\theta)=0$ . ce qui correspond à  $\theta=\pm\pi/2$ . Ce qui constitue la première limite de la zone visible.
- La deuxième limite de la zone visible dépend de la fréquence de travail. Elle correspond à l'angle  $\theta=0$ .

Prenons l'exemple de la fréquence  $f_0$  on a :

$$\cos(\theta) = \frac{\psi}{\varphi_r} \quad (V-14)$$

La transformation graphique (Figure V-4) permet de passer de  $\theta$  à  $\psi$ , sachant que  $\psi = \varphi_r \cos(\theta)$ .

La Figure V-5 donne le coefficient  $|T_2|$  en fonction de  $\cos(\theta)$  pour  $f=f_0$ . La zone visible correspond à la zone où  $\cos(\theta) \in [0, 1]$ . L'obtention du diagramme de rayonnement se fait alors par le procédé simple et classique [71] représenté sur la Figure V-5.

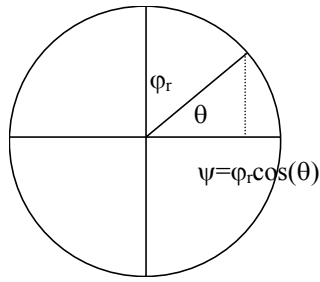


Figure V-4 – Passage de  $\psi$  à  $\theta$  (pour  $f=f_0$ ).

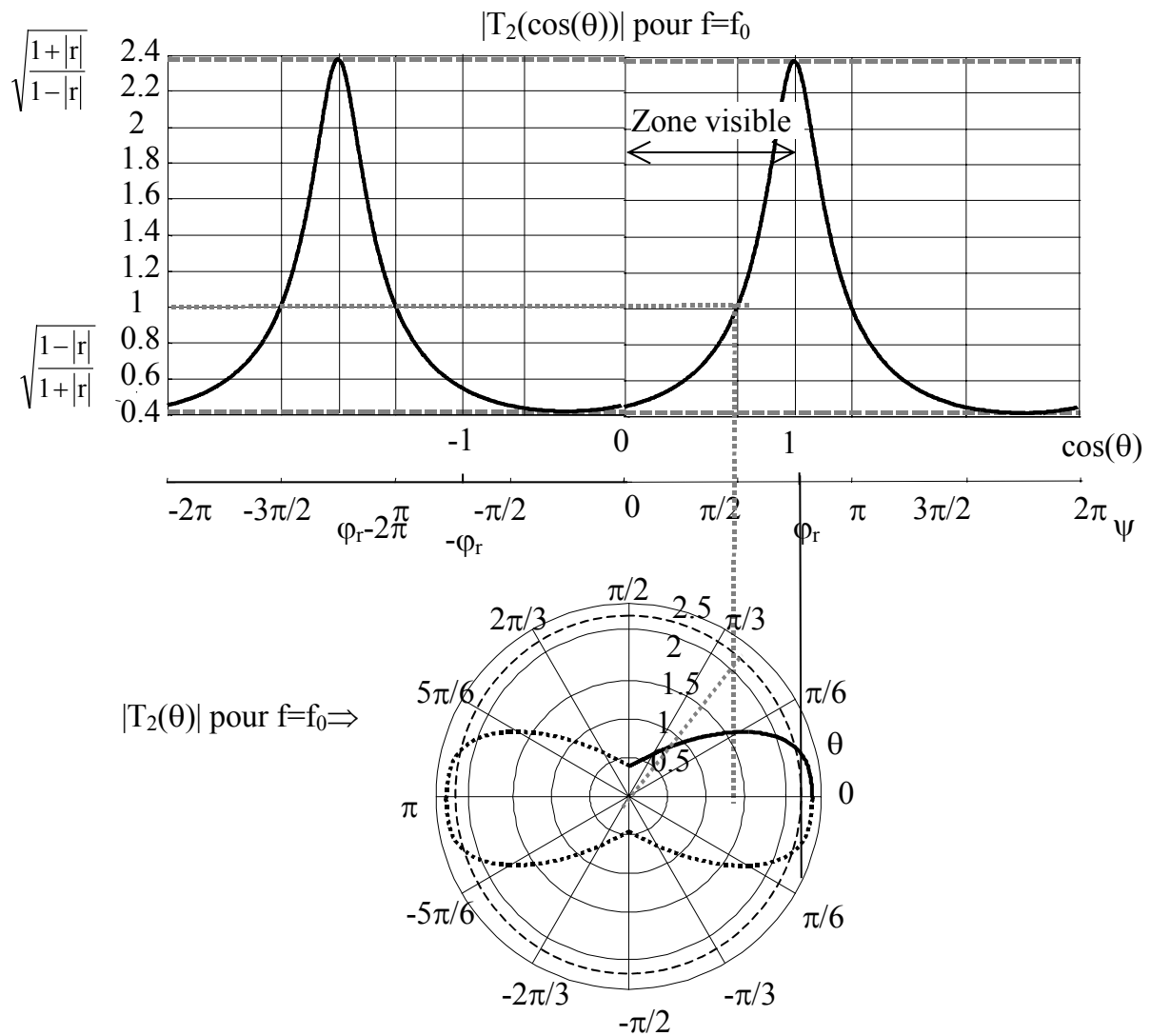


Figure V-5 –  $|T_2(\cos(\theta))|$  et  $|T_2(\theta)|$  pour  $f=f_0$ .

La Figure V-6 donne le diagramme de rayonnement sous forme cartésienne.  $\Delta\theta_{3dB}$  est l'ouverture angulaire à  $-3dB$ .

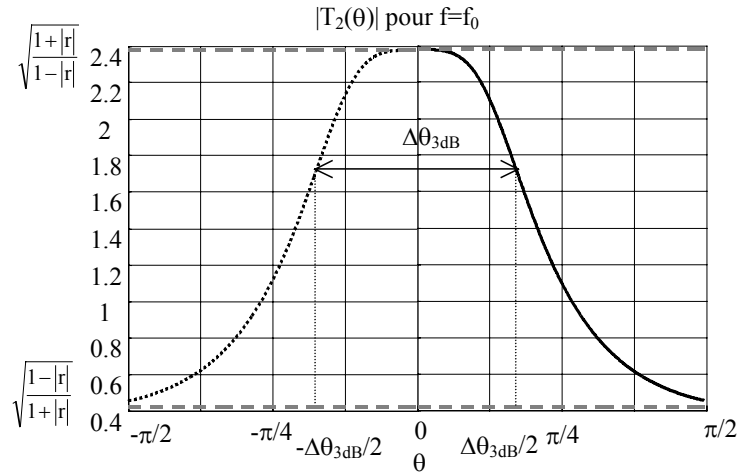


Figure V-6 –  $|T_2(\theta)|$  pour  $f=f_0$ . Représentation cartésienne.

Nous considérons maintenant un autre point de fréquence  $f=f_1$  situé après  $f_0$ . La Figure V-7 donne le coefficient  $|T_2(\theta)|$  pour la fréquence  $f_1 = \frac{c}{2D}$  ( $\psi=\pi$ ).

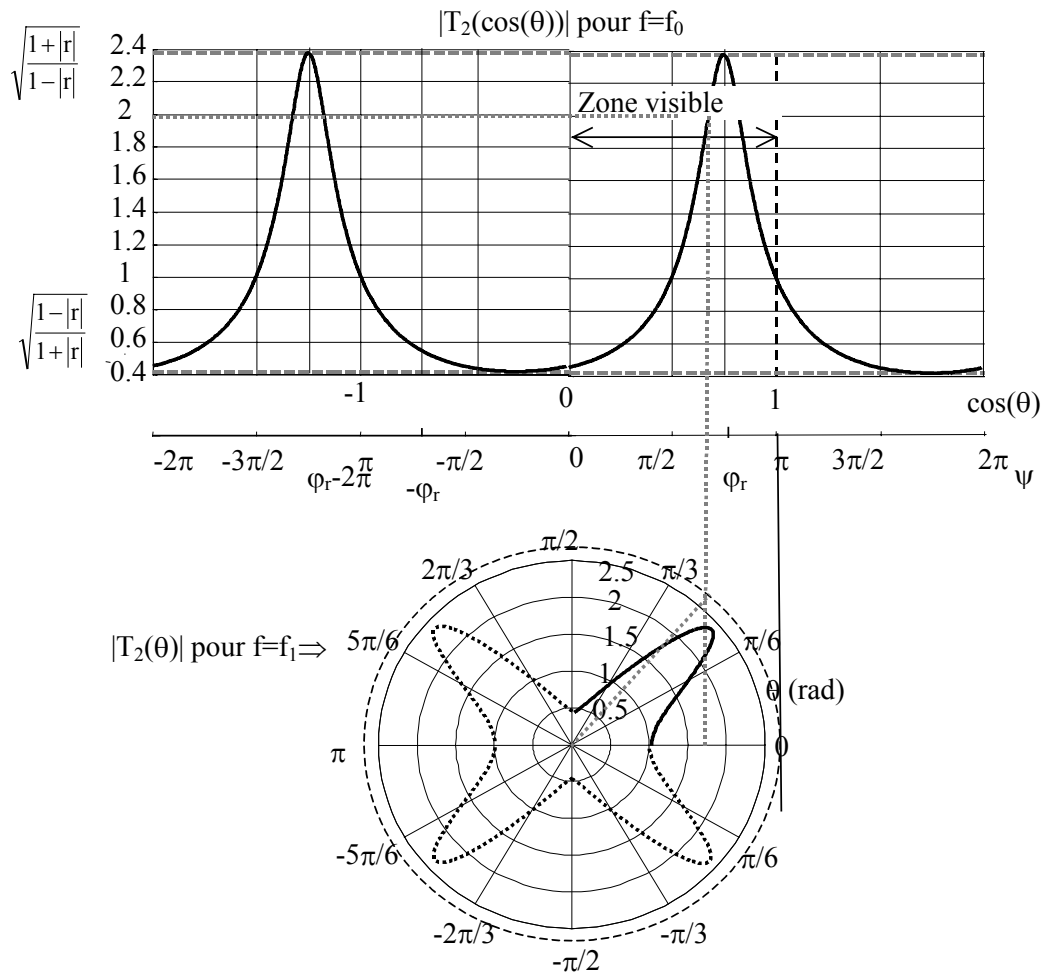


Figure V-7 –  $|T_2(\cos(\theta))|$  et  $|T_2(\theta)|$  pour  $f=f_1 > f_0$ .



La Figure V-8 donne le diagramme de rayonnement sous forme cartésienne.

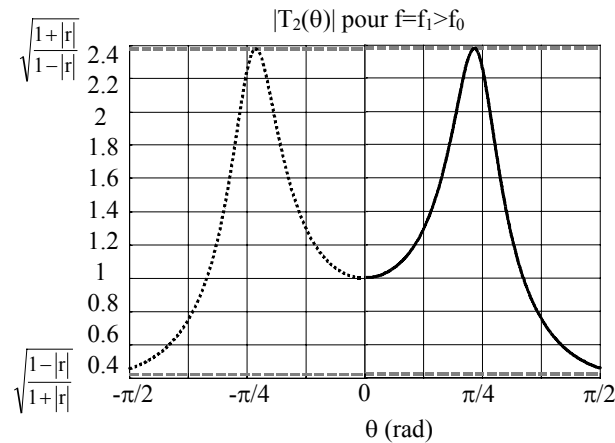


Figure V-8 – Coefficient  $|T_2(\theta)|$  pour une fréquence  $f_1 > f_0$ . Représentation cartésienne.

## V.2.4 Calcul de l'ouverture angulaire pour toutes les fréquences

Dans le chapitre IV nous avons pu obtenir une relation liant l'ouverture angulaire à  $-3\text{dB}$  au facteur de qualité de la cavité Fabry-Pérot à la fréquence de résonance  $f_0$ . Nous allons montrer dans ce paragraphe qu'il est possible d'obtenir des relations de l'ouverture angulaire quelle que soit la fréquence (**tant qu'elle reste définie**).

### V.2.4.1 Calcul du facteur de qualité en $\psi$ et en fréquence

Considérons le coefficient  $|T_2|$  tracé en fonction de  $\psi$  (Figure V-9a) et en fonction de la fréquence  $f$  pour  $\theta=0^\circ$  (Figure V-9b). Sur les figures IV-114a et IV-114b, nous avons représenté la bande passante à  $-3\text{dB}$  pour les deux courbes (délimitée par  $\psi'$  et  $\psi''$  pour la courbe en  $\psi$  et par  $f'$  et  $f''$  pour la courbe en fréquence  $f$ ).

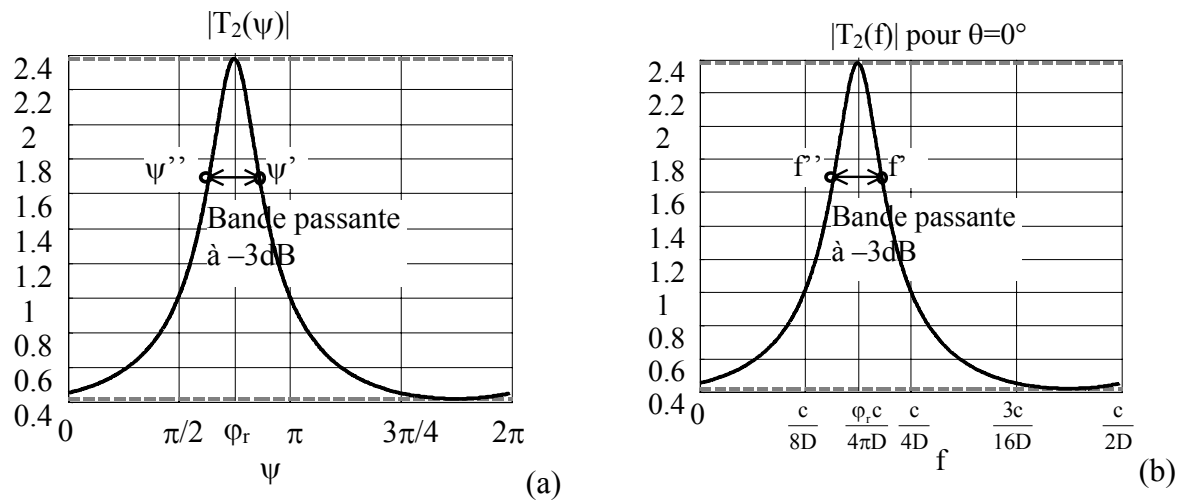


Figure V-9 – (a)  $|T_2(\psi)|$  et (b)  $|T_2(f)|$  à  $\theta=0^\circ$

En posant  $\theta=0^\circ$ , on a les relations suivantes entre chacune des limites des deux bandes passantes :

$$\psi' = k'D \quad (V-15)$$

$$\psi'' = k''D \quad (V-16)$$

Entre  $f'$  et  $\psi'$  et entre  $f''$  et  $\psi''$ , il n'y a qu'un facteur d'échelle. La bande passante normalisée va donc s'écrire de la même manière pour les deux courbes :

$$\frac{\Delta\psi_{3dB}}{\psi_0} = 2 \frac{\psi' - \psi''}{\psi' + \psi''} = 2 \frac{k' - k''}{k' + k''} = 2 \frac{f' - f''}{f' + f''} = \frac{\Delta f_{3dB}}{f_0} = \frac{1}{Q} \quad (V-17)$$

avec  $\frac{1}{Q}$  désignant la bande passante à  $-3dB$  normalisée et  $Q$  désignant le facteur de qualité de la cavité.

#### V.2.4.2 Ouverture angulaire à $f=f_0$ en fonction du facteur de qualité

Calculons l'ouverture angulaire à  $-3dB$  à la fréquence  $f=f_0$  en fonction de  $\frac{1}{Q}$ . A cause de la *zone visible*, on a que la moitié de la courbe donnant le coefficient  $T_2$  en fonction de l'angle (Figure V-10).

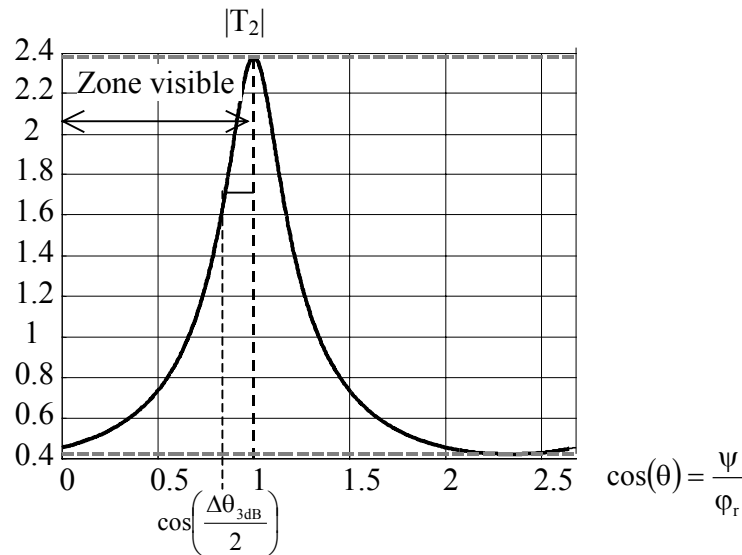


Figure V-10 – Coefficient  $|T_2(\cos(\theta))|$  à  $f=f_0$ .

On pose  $f=f_0$ , soit  $k=k_0$  constant.  $\psi_0$  correspond à  $f=f_0$  et  $\psi''$  est défini comme précédemment. On a les relations suivantes :

$$\psi_0 = k_0 D \cos(0) = k_0 D \quad (V-18)$$

$$\psi'' = k_0 D \cos\left(\frac{\Delta\theta_{3dB}}{2}\right) \quad (V-19)$$

En écrivant la bande passante normalisée on obtient :

$$2 \frac{\psi_0 - \psi''}{\psi_0} = 2 \left( 1 - \cos\left(\frac{\Delta\theta_{3dB}}{2}\right) \right) \quad (V-20)$$

D'où :

$$\boxed{\frac{1}{Q} = 2 \left( 1 - \cos\left(\frac{\Delta\theta_{3dB}}{2}\right) \right)} \quad (V-21)$$

Il est à noter que cette formule est *exacte*. Si on suppose l'ouverture angulaire faible :

$$\frac{1}{Q} \approx 2 \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta\theta_{3dB}}{2} \right)^2 \approx \left( \frac{\Delta\theta_{3dB}}{2} \right)^2 \quad (V-22)$$

Soit :

$$\Delta\theta_{3dB, f_0} \approx \frac{2}{\sqrt{Q}} \quad (V-23)$$

On retrouve la formule déjà obtenue auparavant.

#### V.2.4.3 Calcul du facteur de qualité à -3dB (Q)

Il s'agit ici d'obtenir la relation entre le facteur de qualité Q et le coefficient de réflexion **r** (en module et phase).

Pour cela, il faut résoudre l'équation suivante :

$$\left| \frac{t}{1 - r \cdot \exp(-j\psi')} \right| = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|t|}{1 - |r|} \quad (V-24)$$

Où  $\psi'$  et  $\psi''$  désignent comme précédemment les valeurs de  $\psi$  où le coefficient  $|T_2|$  est à -3dB de sa valeur maximale.

Après quelques calculs, on obtient :

$$\psi' = \left( \varphi_r + \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right) \right) \quad (V-25)$$

$$\psi'' = \left( \varphi_r - \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right) \right) \quad (V-26)$$

Nous obtenons :

$$\boxed{2 \frac{\psi' - \psi''}{\psi' + \psi''} = \frac{1}{Q} = 2 \frac{\arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right)}{\varphi_r}} \quad (V-27)$$

En posant  $|r|$  suffisamment grand, la relation se simplifie ainsi :

$$\frac{1}{Q} \approx 2 \frac{(1-|r|)}{\varphi_r \sqrt{|r|}} \quad (V-28)$$

On retrouve la formule déjà obtenue.

#### V.2.4.4 Calcul du facteur de qualité pour un niveau quelconque

On définit par  $Q_x$  le facteur de qualité correspondant à la puissance  $1/x$  ( $x \geq 1$ ) (Figure V-11). Ce coefficient nous sera utile pour déterminer l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence.

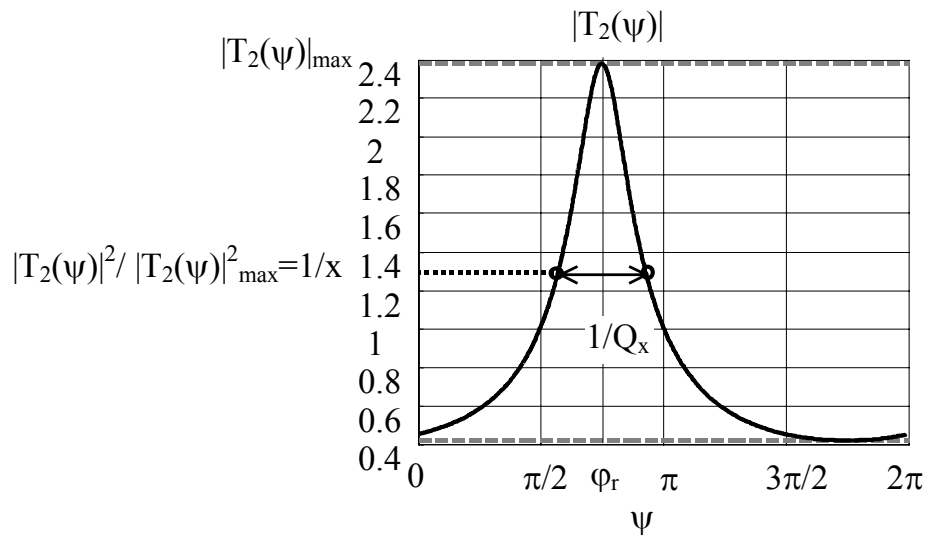


Figure V-11 – Facteur de qualité correspondant à la puissance  $1/x$ .

Il s'agit maintenant de résoudre :

$$\left| \frac{t}{1 - r \cdot \exp(-j\psi_x)} \right| = \frac{1}{\sqrt{x}} \frac{|t|}{1 - |r|} \quad (V-29)$$

Après quelques calculs, nous obtenons :

$$\frac{1}{Q_x} = 2 \frac{\arccos \left( 1 - \frac{1}{2}(x-1) \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right)}{\Phi_r} \quad (V-30)$$

Ce qui nous donne, après approximation (pour  $|r|$  grand) :

$$\frac{1}{Q_x} \approx \sqrt{x-1} \frac{1}{Q} \quad (V-31)$$

avec

$$x = \frac{\max(|T_2(\psi)|^2)}{|T_2(\psi)|^2} \quad (V-32)$$

#### ***V.2.4.5 Variation de l'ouverture angulaire avec la fréquence***

Nous pouvons maintenant calculer l'ouverture angulaire en fonction de  $x$  et de  $Q$  ce qui nous permettra d'obtenir l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence. On considère deux cas selon que  $f$  est inférieur ou supérieur à  $f_0$ .

Notons que quand la fréquence est supérieure à  $f^*$  (Figure V-9b) le niveau du coefficient  $|T_2|$  à  $\theta=0^\circ$  est inférieur à  $-3\text{dB}$  du niveau maximum, **c'est pourquoi on se limite aux fréquences inférieures à  $f^*$** .

- Pour  $f \leq f_0$ , la relation entre l'ouverture angulaire est les facteurs de qualité  $Q_x$  et  $Q_{2x}$  (Figure V-12a) :

$$\frac{1}{Q_{2x}} - \frac{1}{Q_x} = 2 \left( 1 - \cos \left( \frac{\Delta\theta_{3\text{dB},x}}{2} \right) \right) \quad (V-33)$$

En utilisant l'approximation d'une ouverture faible nous obtenons :

$$\left( \frac{\Delta\theta_{3dB}}{2} \right)^2 \approx \frac{1}{Q_{2x}} - \frac{1}{Q_x} \quad (V-34)$$

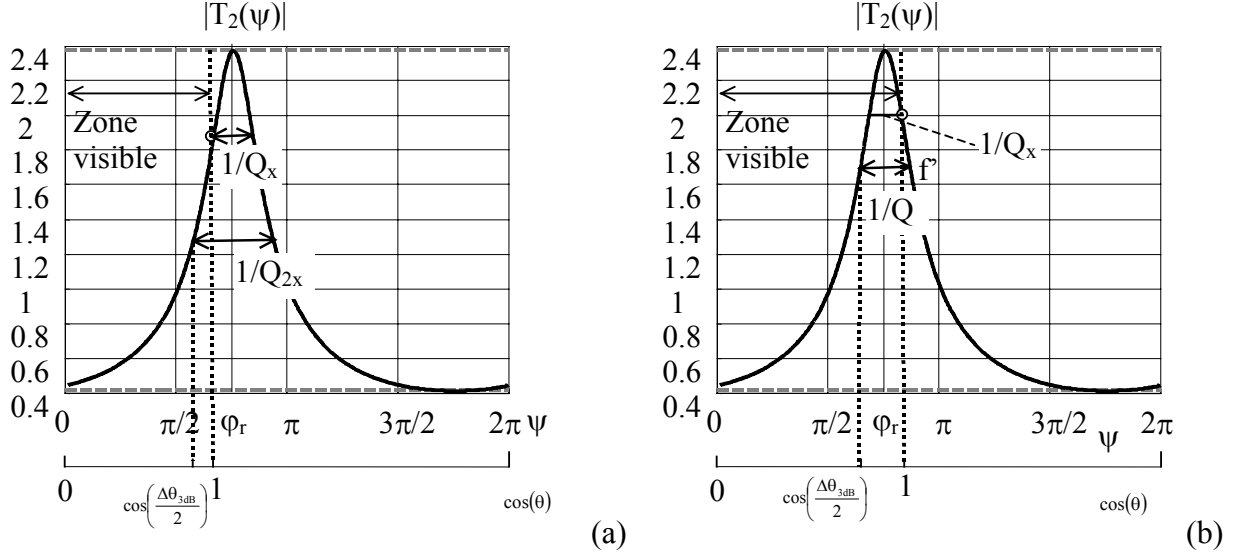


Figure V-12 – Lien entre les facteurs de qualité en  $\psi$  et l'ouverture angulaire (a) pour une fréquence inférieure à  $f_0$  et (b) pour une fréquence supérieure à  $f_0$  et inférieure à  $f'$ .

En utilisant les relations liant les facteurs de qualité  $Q_x$  et  $Q_{2x}$  au facteur de qualité  $Q$  (éq. (V-31)), nous obtenons :

$$\Delta\theta_{3dB, f \leq f_0} \approx 2\sqrt{\frac{\sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1}}{Q}} \quad (V-35)$$

En prenant  $x=1$ , on retrouve la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité  $Q$  pour  $f=f_0$  ( $\Delta\theta_{3dB, f_0} \approx \frac{2}{\sqrt{Q}}$ ).

- Pour  $f_0 \leq f \leq f'$  (cf. Figure V-12b) on obtient :

$$\frac{1}{Q_x} + \frac{1}{Q} = 2 \left( 1 - \cos \left( \frac{\Delta\theta_{3dB, x}}{2} \right) \right) \quad (V-36)$$

Après approximation, cela s'écrit :

$$\Delta\theta_{3dB, f_0 \leq f \leq f'} \approx 2\sqrt{\frac{\sqrt{x-1} + 1}{Q}} \quad (V-37)$$

La Figure V-13a donne l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence obtenue avec notre méthode. Elle donne également le coefficient  $|T_2|$ . L'ouverture angulaire  $\Delta\theta_{3dB}$  est minimale à une fréquence  $f=f_{\Delta\theta_{min}} \leq f_0$ . La Figure V-13b donne le rapport  $\pi/\Delta\theta_{3dB}$  en fonction de la fréquence qui peut être une bonne approximation de la directivité. On retrouve l'allure de la courbe de directivité obtenue dans le chapitre IV, paragraphe IV.2.

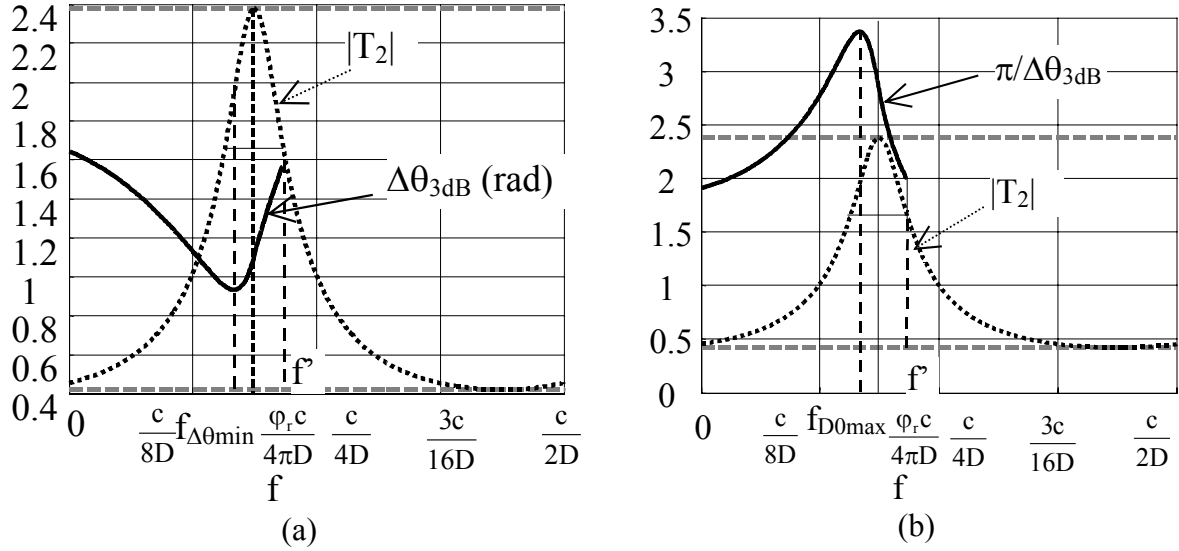


Figure V-13 – (a)  $\Delta\theta_{3dB}$  et (b)  $\pi/\Delta\theta_{3dB}$  en fonction de la fréquence.

On obtient l'ouverture minimale pour une fréquence  $f=f_{\Delta\theta_{min}} \leq f_0$ . Déterminons la valeur de  $x$  donnant l'ouverture minimale. Pour cela cherchons le minimum de la fonction suivante :

$$g(x) = \sqrt{2x-1} - \sqrt{x-1} \quad (V-38)$$

Après dérivation on obtient :

$$g'(x) = \frac{2\sqrt{x-1} - \sqrt{2x-1}}{\sqrt{(2x-1)(x-1)}} \quad (V-39)$$

On obtient alors aisément la valeur de  $x$  qui annule la dérivée :

$$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1,5 \quad (V-40)$$

L'ouverture angulaire minimale est donc obtenue pour  $x=1,5$ . On obtient finalement (en utilisant (V-35)) :

$$\Delta\theta_{3dB,min} \approx \sqrt{\frac{2}{Q}} \quad (V-41)$$

Avec  $Q$  donné par l'équation (V-28), en fonction de ' $r$ ' .

Même si l'antenne ne peut être adaptée qu'après la fréquence  $f_0$  (cf. chapitre IV), la directivité obtenue à  $f_{\Delta\theta\min}$  peut compenser la désadaptation. On peut considérer la bande  $[f_{\Delta\theta\min}-f^*]$  comme la bande qui caractérise la structure. A  $f^*$  (poser  $x=2$  dans l'éq. (V-37)), l'ouverture angulaire est de  $\Delta\theta_{3dB,f^*} \approx 2\sqrt{\frac{2}{Q}}$  .

#### **V.2.4.6 Calcul de la fréquence donnant le minimum d'ouverture angulaire ( $f_{\Delta\theta\min}$ )**

Calculons la fréquence  $f_{\Delta\theta\min}$  qui donne l'ouverture angulaire minimale. On a :

$$2 \frac{f_0 - f_{\Delta\theta\min}}{f_0} = \frac{1}{Q_{\Delta\theta\min}} \approx \frac{\sqrt{0.5}}{Q} = \frac{1}{\sqrt{2}Q} \quad (V-42)$$

d'où :

$$\boxed{f_{\Delta\theta\min} \approx f_0 \left( 1 - \frac{1}{2\sqrt{2}Q} \right)} \quad (V-43)$$

avec :

$$\frac{1}{Q} \approx 2 \frac{(1 - |r|)}{\phi_r \sqrt{|r|}} \quad (V-44)$$

D'après la relation (V-43),  $f_{\Delta\theta\min}$  tend vers  $f_0$  quand  $\frac{1}{Q}$  tend vers 0, soit quand  $|r| \rightarrow 1$ , ce qui confirme notre observation dans le chapitre IV, paragraphe IV.2.

#### **V.2.5 Discussion sur la diminution de l'ouverture angulaire avec la même bande passante en fréquence**

Si on veut diminuer l'ouverture angulaire, tout en gardant la même bande passante en fréquence, il faut utiliser la dépendance angulaire de  $(r, t)$  : il faut que la dépendance angulaire de  $(r, t)$  soit telle que la bande à  $-3dB$  (c'est à dire l'ouverture angulaire) dans le domaine des angles soit réduite. Il faut également que la dépendance fréquentielle  $(r, t)$  ne provoque pas la diminution de la bande à  $-3dB$  dans le domaine fréquentielle.

Par exemple, dans le milieu fictif d'indice constant et inférieur à 1 (milieu ultra-réfractif) étudié en Annexe C, le coefficient de réflexion  $r$  varie en fonction de l'angle  $\theta$  mais pas en



fonction de la fréquence  $f$ , ce qui explique la réduction de l'ouverture angulaire sans diminuer la bande passante en fréquence.

L'augmentation de la phase du coefficient de réflexion dans le domaine fréquentielle permet de décaler le premier point de la *zone visible* plus bas dans le domaine de  $\psi$ , ce qui conduit à une diminution de l'ouverture angulaire.

### V.3 Structures multicouches

Aux paragraphes précédents nous avons vu que la connaissance de l'expression "unifiée"  $T(\psi)$  d'une structure, permet facilement d'obtenir le comportement fréquentiel ou angulaire. Dans ce paragraphe, nous allons nous intéresser à l'expression unifiée des structures multicouches pour en extraire certains paramètres tels que les  $\psi_{\text{pic}}$  où les structures entrent en résonance. Il va de soi que les transformations décrites dans les paragraphes précédents permettront de déduire les fréquences de résonance  $f_{\text{pic}}$  ou les angles de pic  $\theta_{\text{pic}}$  dans le diagramme de rayonnement. Cette étude a pour but de compléter celle entamée au chapitre III.

Nous allons d'abord nous intéresser aux structures périodiques planaires multicouches à excitation externe, et nous passerons ensuite à celles avec une excitation interne.

#### V.3.1 Excitation externe

Soit une structure planaire périodique à 'n' couches et à excitation externe. Conformément au chapitre III, ses coefficients  $t_n$  et  $r_n$ , s'écrivent :

$$t_n(\psi) = \frac{t_{n-1}(\psi).t.\exp(-j\psi)}{1 - r_{n-1}(\psi).r.\exp(-j2\psi)} \quad (V-45)$$

$$r_n(\psi) = r_{n-1}(\psi) + \frac{t_{n-1}(\psi)^2.r.\exp(-j2\psi)}{1 - r_{n-1}(\psi).r.\exp(-j2\psi)} \quad (V-46)$$

$$t_1(\psi) = t \quad (V-47)$$

$$r_1(\psi) = r \quad (V-48)$$

Avec :  $\psi = kD\cos(\theta) \quad (V-49)$

Les coefficients  $|t_n|$  sont donnés sur la Figure V-14 en fonction de  $\psi$ .

Rappelons que le coefficient  $|t_n|$  a n-1 pics de transmission dans les bandes propagées. On remarque que  $|t_n|$  restent symétrique par rapport à  $\phi_r$  dans le domaine de  $\psi$ .

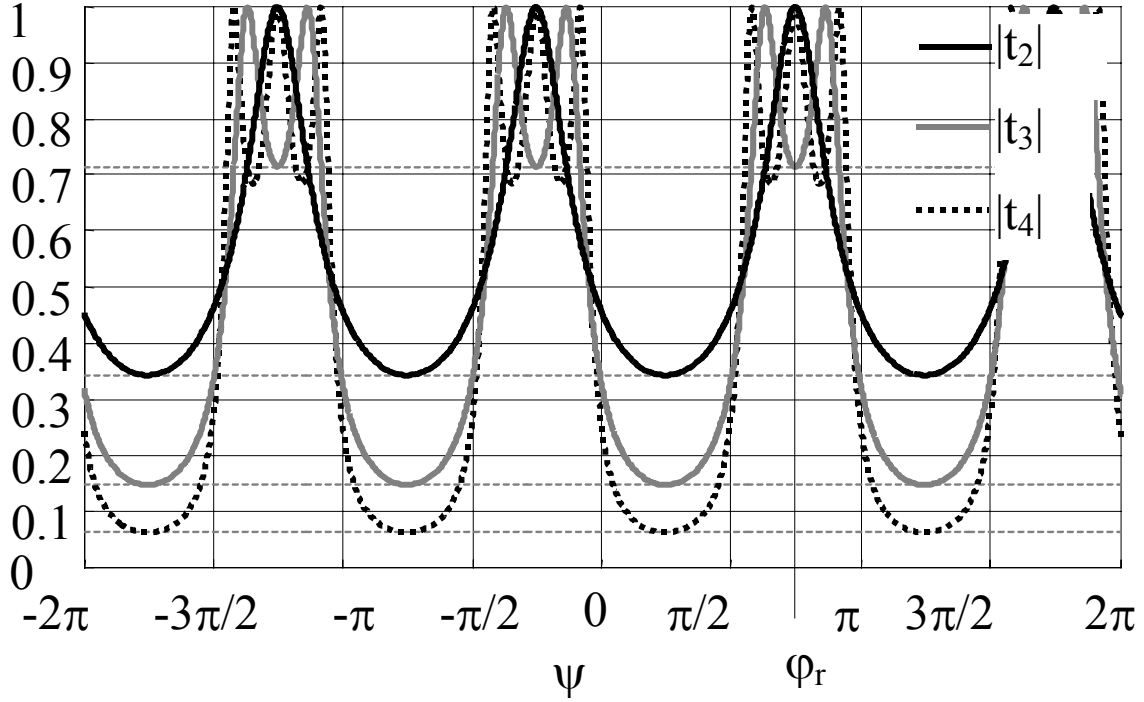


Figure V-14 – Coefficients  $|t_n|$ ,  $n=2,3,4$  en fonction de  $\psi$ . Pour  $|r|=0,7$ .

La période des coefficients  $|t_n|$  est de  $\pi$ . La Figure V-15 donne ces mêmes coefficients sur l'intervalle  $[0,2\pi]$ , ainsi que les niveaux des minima et les lieux de certains points de résonance dont les calculs seront donnés ci-après.

Rappelons que le niveau maximum est donné par 1 et que les niveaux minima sont donnés par

$$|t_n|_{\min} = \frac{2 \left( \frac{1+|r|}{1-|r|} \right)^{\frac{n}{2}}}{1 + \left( \frac{1+|r|}{1-|r|} \right)^n} \quad (\text{cf. chapitre III}).$$

Les pics de résonance de  $|t_2|$  ont lieu pour :

$$\boxed{\psi_{\text{pic}}^{(2)} = \varphi_r + n\pi, \quad n = 0, \pm 1, \dots} \quad (V-50)$$

Recherchons les lieux de résonance de  $|t_3|$ . En remarquant que les pics de résonance de  $|t_3|$  ont lieu pour  $|t_2|=|t|$ , on résout l'équation suivante :

$$|t_2(\psi_{\text{pic}}^{(3)})| = \frac{|t|^2}{|1 - r^2 \cdot \exp(-j2\psi_{\text{pic}}^{(3)})|} = |t| \quad (V-51)$$

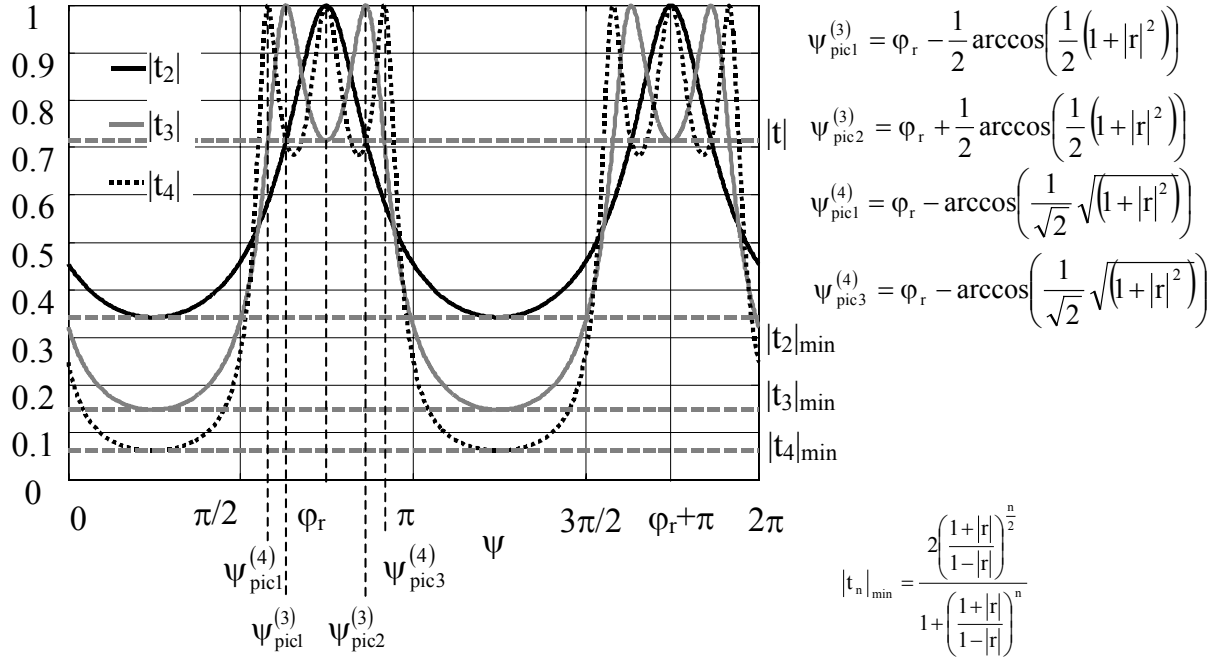


Figure V-15 – Coefficients  $|t_n|$ ,  $n = 2, 3, 4$ , minima et lieux des pics de résonance.

On obtient après développement :

$$\cos(2(\psi_{\text{pic}}^{(3)} - \varphi_r)) = \frac{1}{2}(1 + |r|^2) \quad (V-52)$$

Les lieux de résonance de  $|t_3|$  s'écrivent donc :

$$\boxed{\psi_{\text{pic1,2}}^{(3)} = \varphi_r \pm \frac{1}{2} \arccos\left(\frac{1}{2}(1 + |r|^2)\right) + n\pi, \quad n = 0, \pm 1 \dots} \quad (V-53)$$

Pour  $|r|$  grand on a :  $\arccos\left(\frac{1}{2}(1 + |r|^2)\right) = \arccos\left(1 - \frac{1}{2}(1 - |r|^2)\right) \approx \sqrt{1 - |r|^2}$ . Une valeur approchée de  $\psi_{\text{pic}}^{(3)}$  est donc :

$$\psi_{\text{pic1,2}}^{(3)} \approx \varphi_r \pm \frac{\sqrt{1 - |r|^2}}{2} + n\pi, \quad n = 0, \pm 1 \dots \quad (V-54)$$

Pour obtenir les lieux de résonance de  $|t_4|$  on commence par écrire :

$$|t_4(\psi)| = \frac{|t_2|^2}{|1 - r_2^2 \cdot \exp(-j2\psi_{\text{pic}}^{(4)})|} = 1 \Leftrightarrow \psi_{\text{pic}}^{(4)} = \varphi_{r_2} \quad (V-55)$$

Ensuite on pose (sachant que  $|t_4|=1$  pour  $|t_3|=|t|$ ) :

$$|t_3(\psi_{pic}^{(4)})| = \frac{|t_2 t|}{|1 - r_2 r \exp(-j2\psi_{pic}^{(4)})|} = |t| \quad (V-56)$$

L'équation (V-56) conduit à :

$$\cos(2\psi_{pic}^{(4)} - \varphi_{r_2} - \varphi_r) = \frac{|r_2|(1 + |r|^2)}{2|r|} \quad (V-57)$$

En utilisant (V-55), cette relation devient :

$$\cos(\psi_{pic}^{(4)} - \varphi_r) = \frac{|r_2|(1 + |r|^2)}{2|r|} \quad (V-58)$$

On développe  $|t_2|^2$  en utilisant (V-58) :

$$|t_2(\psi_{pic}^{(4)})|^2 = \frac{|t|^4}{1 + |r|^4 - 2|r|^2 \cos(2(\psi_{pic}^{(4)} - \varphi_r))} = \frac{|t|^4}{(1 + |r|^2)^2 - |r_2|^2(1 + |r|^2)^2} \quad (V-59)$$

Après simplifications, l'équation (V-59) nous donne :

$$|t_2(\psi_{pic}^{(4)})|^2 = \frac{|t|^2}{1 + |r|^2} = \frac{1 - |r|^2}{1 + |r|^2} \quad \text{et} \quad |r_2(\psi_{pic}^{(4)})|^2 = \frac{2|r|^2}{1 + |r|^2} \quad (V-60)$$

En utilisant (V-58) et (V-60), les lieux de résonance de  $|t_4|$  sont, finalement :

$$\boxed{\psi_{pic1,3}^{(4)} = \varphi_r \pm \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + |r|^2}\right) + n\pi, \quad n = 0, \pm 1 \dots} \quad (V-61)$$

et pour :  $\boxed{\psi_{pic2}^{(4)} = \varphi_r + n\pi, \quad n = 0, \pm 1 \dots} \quad (V-62)$

Pour  $|r|$  grand  $\arccos\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + |r|^2}\right) = \arccos\left(\sqrt{1 - \frac{1}{2}(1 - |r|^2)}\right) \approx \arccos\left(1 - \frac{1}{2}\frac{(1 - |r|^2)}{2}\right)$  et donc :

$$\boxed{\psi_{pic1,3}^{(4)} \approx \varphi_r \pm \sqrt{\frac{1 - |r|^2}{2}} + n\pi, \quad n = 0, \pm 1 \dots} \quad (V-63)$$

La solution (V-62) est obtenue en observant que pour  $\psi = \varphi_r$  on obtient  $|t_2|=1$ ,  $|r_2|=0$  et donc l'équation (V-56) est vérifiée ( $|t_3|=|t|$ ).

Nous envisageons de poursuivre l'étude des pics de résonance de  $|t_n|$  avec  $n > 4$ . Cette étude peut être d'une grande utilité pour connaître les niveaux des courbes de transmission lorsque la source est placée à l'intérieur de la structure multicouche.

### V.3.2 Excitation interne

#### V.3.2.1 $n$ couches de part et d'autre de la source

Nous passons maintenant au coefficient  $|T_{2n}|$  correspondant au coefficient de 'transmission' pour  $n$  couches placées de part et d'autre de la source et espacées de la même distance.  $|T_{2n}|$  s'écrit (cf. chapitre IV) :

$$T_{2n}(\psi) = \frac{t_n(\psi) \exp\left(-j \frac{\psi}{2}\right)}{1 - r_n(\psi) \exp(-j\psi)} \quad (V-64)$$

Les coefficients  $|T_{2n}|$  pour  $n$  allant de 1 à 3 sont donnés sur la Figure V-16 en fonction de  $\psi$ . Les coefficients  $|T_{2n}|$  restent symétrique par rapport à  $\phi_r$  dans le domaine de  $\psi$ . La période des coefficients  $|T_{2n}|$  est de  $2\pi$ . La Figure V-17 donne ces mêmes coefficients sur  $[0, 2\pi]$ .

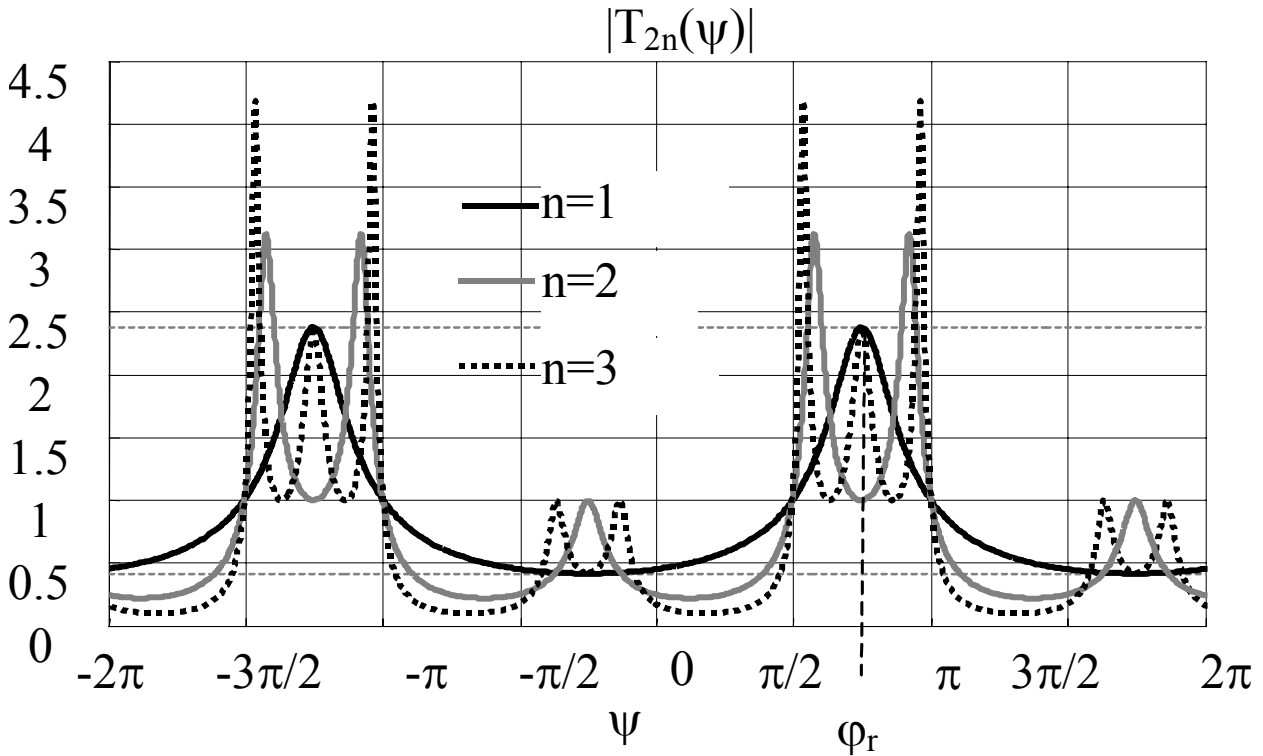


Figure V-16 – Coefficients  $|T_{2n}|$ ,  $n = 2, 3, 4$  (a) en fonction de  $\psi_1$  (b) en fonction de  $\psi$  (décalage de  $\phi_r$  vers la droite). Pour  $|r| = 0,7$ .

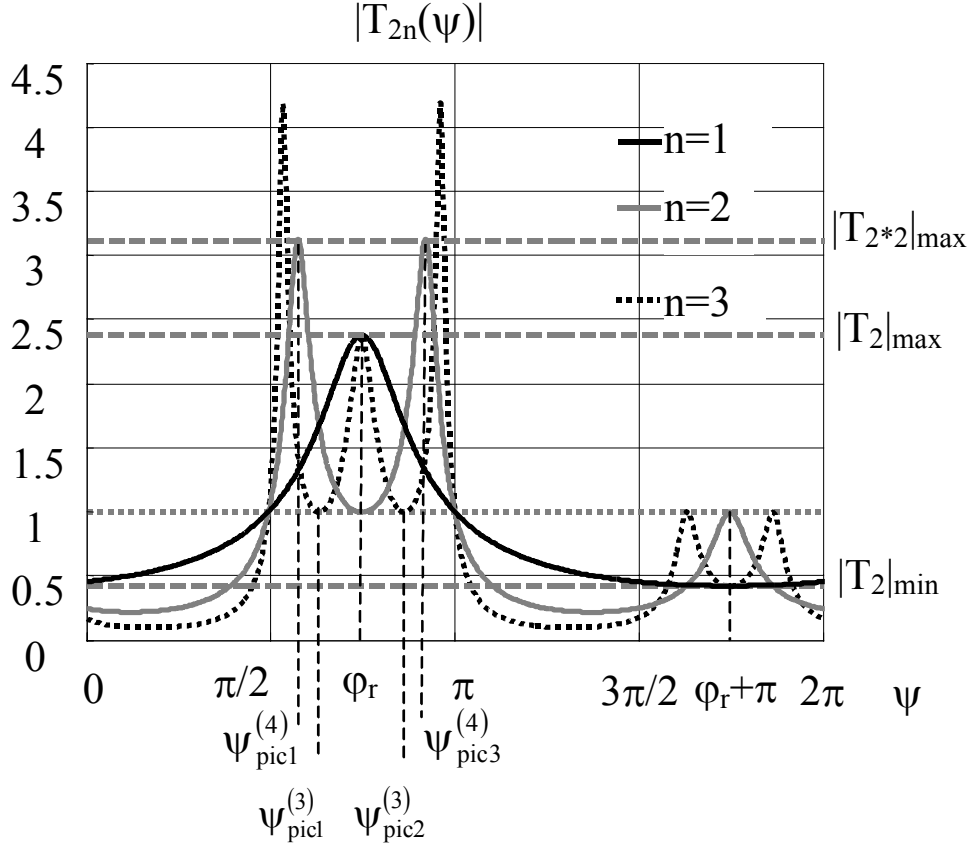


Figure V-17 – Coefficients  $|T_{2n}|$ ,  $n = 1, 2$  et  $3$ , sur une période  $[0, 2\pi]$ .

Les pics de résonance de  $|T_{2*2}|$  sont les mêmes que le premier et le deuxième pic de résonance de  $|t_4|$ . On en déduit le niveau maximum de  $|T_{2*2}|$  en utilisant l'équation (V-60) (pour  $|r_2|$ ) :

$$|T_{2*2}(\psi)|_{\max} = \frac{|t_2|}{1 - |r_2|} = \sqrt{\frac{1 + |r_2|}{1 - |r_2|}} = \sqrt{\frac{\sqrt{1 + |r|^2} + \sqrt{2}|r|}{\sqrt{1 + |r|^2} - \sqrt{2}|r|}} \quad (V-65)$$

Nous poursuivons actuellement l'étude du coefficient  $|T_{2n}|$  afin d'obtenir, comme nous l'avons fait pour  $n=1$  et  $n=2$ , les niveaux des maxima en fonction du coefficient  $r$  et d'obtenir les niveaux des minima et l'ouverture angulaire en fonction de  $\psi$  pour  $n > 1$ .

### V.3.2.2 Source avec $n$ couches et un plan de masse

On considère **un plan de masse** au niveau de la source et on appelle  $T_{n,pm}$  le coefficient de transmission obtenu dans ce cas. On considère *le cas particulier* où la distance entre le plan de masse et la première couche est égale à la moitié de la période qui sépare deux couches consécutives. Dans ce cas il est facile de montrer que le coefficient de transmission de la structure s'écrit :

$$T_{n,pm}(\psi) = \frac{t_n(\psi) \exp\left(-j\frac{\psi}{2}\right)}{1 - r_n(\psi) \exp(-j\psi + j\pi)} \quad (V-66)$$

$|t_n(\psi)|$  et  $r_n(\psi)$  étant périodique de période  $\pi$ , on remarque que  $|T_{n,pm}(\psi)| = |T_{2n}(\psi - \pi)|$ . On remarque donc que pour ce cas particulier l'étude du coefficient  $T_{n,pm}$  de transmission revient à étudier  $T_{2n}$  décalé de  $\pi$  vers la droite. Dans la Figure V-18, nous avons tracé  $T_{n,pm}$  (pour  $n=1, 2$  et  $3$ ) pour le même exemple que précédemment ( $|r|=0.7$ ).

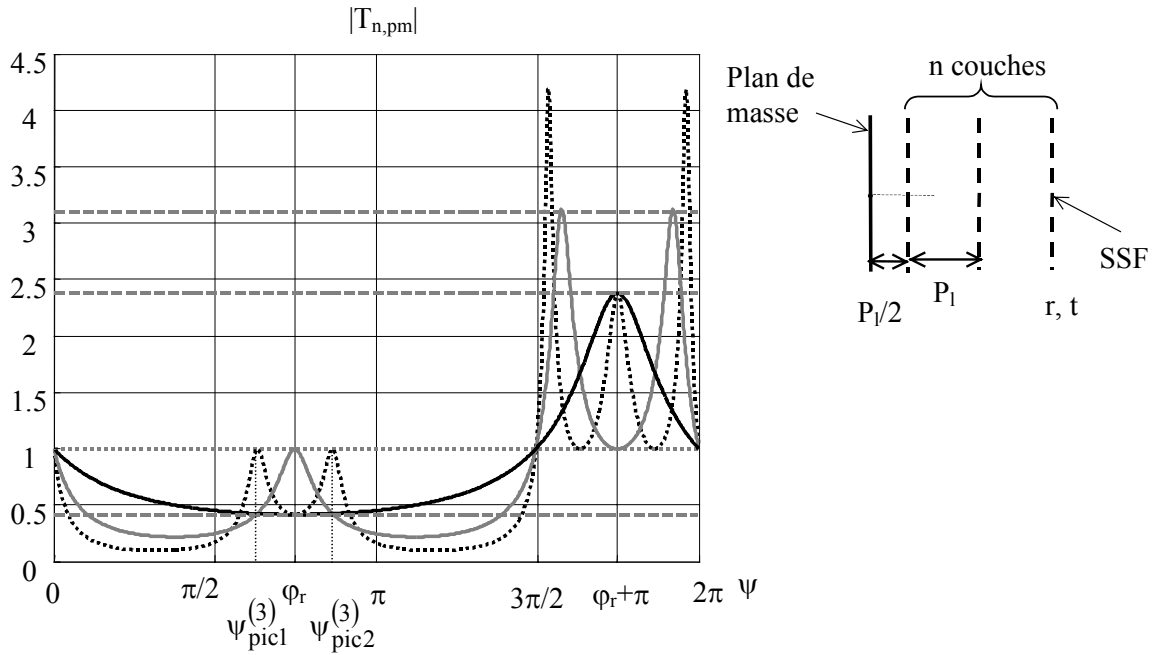


Figure V-18 – Coefficients  $|T_{n,pm}|$ ,  $n=1, 2$  et  $3$ , sur une période  $[0, 2\pi]$ .

Les courbes de la Figure V-18 correspondent aux courbes de la Figure V-17 décalées de  $\pi$  vers la droite. Il est à noter que, ici, dans les courbes  $T_{n,pm}$  la partie de niveau maximum égal à un apparaît avant la partie de niveau maximum supérieur à un dans l'échelle des  $\psi$ . Si  $\phi_r$  était négatif, on aurait à l'inverse la partie de niveau maximum supérieur à un en premier.

#### V.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté une méthode permettant d'étudier les structures composées d'une source placée dans un réseau planaire multicouches en utilisant une seule variable qui comprend l'angle d'incidence et la fréquence. Cette méthode, basée sur la théorie des réseaux d'antennes, nous a permis de mieux comprendre le lien entre les dépendances

angulaire et fréquentielle de ces structures et d'obtenir de nouvelles relations de l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence.

Nous avons montré que l'étude de la structure composée d'un plan de masse et de  $n$  couches de surface semi-réfléchissante pouvait utiliser l'étude de la structure composée des  $n$  couches de part et d'autre de la source.

Nous envisageons de poursuivre cette méthode.





## **CHAPITRE VI :**

### **Etude des structures périodiques cylindriques**

---

#### **VI.1 Introduction**

Ce chapitre présente une étude générale des structures périodiques cylindriques excitées au centre et en particulier les structures composées de tiges métalliques. Cette étude s'inspire du cas planaire présenté dans le chapitre III.

Il est montré comment obtenir les coefficients de transmission et de réflexion d'une seule couche. En effet, contrairement au cas planaire, la structure cylindrique nécessite un calcul pour retrouver les caractéristiques d'une seule couche. En utilisant l'équivalent cylindrique de l'interféromètre de Fabry-Pérot, les caractéristiques d'une structure multicouche sont calculées. Les bandes propagées et les bandes interdites sont également déterminées.

On présente également une étude sur l'insertion de défaut dans la structure cylindrique pour créer des diagrammes de rayonnement directifs.

#### **VI.2 Caractérisation d'une seule couche**

Plusieurs auteurs [42][43][44][45] ont fait l'étude des surfaces sélectives en fréquence cylindriques, mais les réponses en transmission et réflexion de la surface cylindrique seule à une onde cylindrique venant de l'intérieur ou de l'extérieur n'ont jamais été présentées. Or, pour utiliser la même méthode que dans le cas planaire, ces caractéristiques sont nécessaires.

Tout d'abord, notons qu'une onde cylindrique se dirigeant vers le centre est réfléchi avec le coefficient  $r_c$ . Lorsqu'il n'y a pas d'objet au centre  $r_c$  vaut 1.

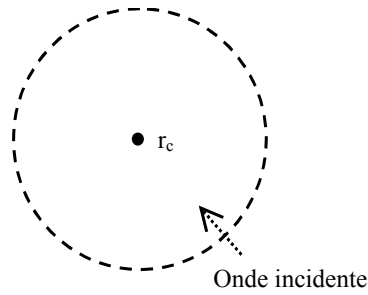


Figure VI-1 – Réflexion de l'onde cylindrique sur le centre. Lorsqu'il n'y a pas d'objet  $r_c=1$ .

Considérons la surface sélective en fréquence cylindrique de la Figure VI-2.

Il y a deux raisons pour lesquelles l'étude de la structure cylindrique est plus complexe que celle de la structure planaire :

- La première est que pour la structure cylindrique nous n'obtenons pas obligatoirement les mêmes coefficients des deux cotés de la surface même avec des tiges cylindriques. Nous appelons  $(r, t)$  les coefficients correspondant à une illumination par l'intérieur et  $(r', t')$  pour une illumination de l'extérieur.
- La deuxième raison est que dans le cas cylindrique, il faut prendre en compte les multiples réflexions entre le centre et la surface périodique.

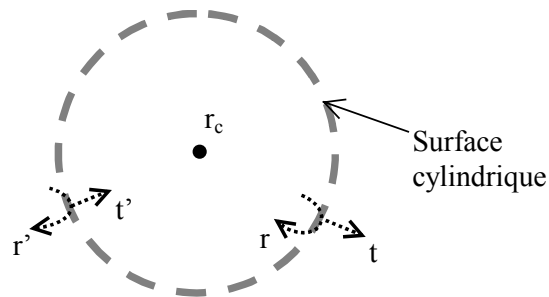


Figure VI-2 – Coefficients de transmission et de réflexion de la surface sélective en fréquence cylindrique et coefficient de réflexion du centre.

A cause du coefficient de réflexion du centre, il n'est pas possible d'obtenir directement les caractéristiques de la surface. Pour les obtenir, on calcul dans un premier temps, des *coefficients totaux* (qui prennent en compte les multiples réflexions entre le centre et la surface) calculés à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité. Il y a quatre inconnues  $(r, t, r', t')$  : il faut donc quatre coefficients totaux. C'est pourquoi nous traitons deux excitations, une onde incidente sortante qui nous fournira  $(T_i, R_i)$  (Figure VI-3) et l'autre entrante qui nous fournira  $(T_e, R_e)$  (Figure VI-4). La connaissance des quatre coefficients  $(T_i, R_i, T_e, R_e)$  nous permettra d'obtenir les caractéristiques de la surface  $(r, t, r', t')$ .

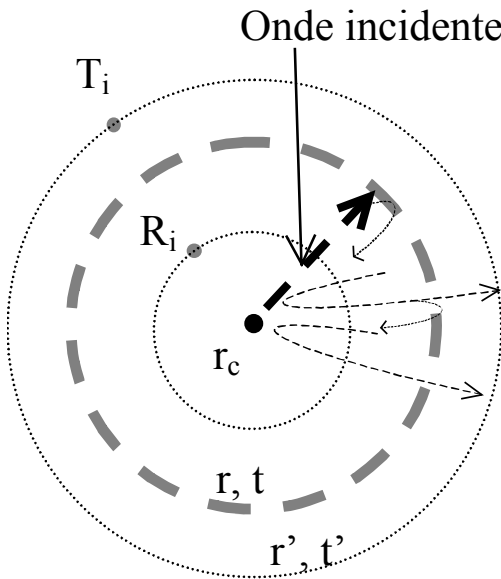


Figure VI-3 – Onde incidente cylindrique sortante (venant de l'intérieur).

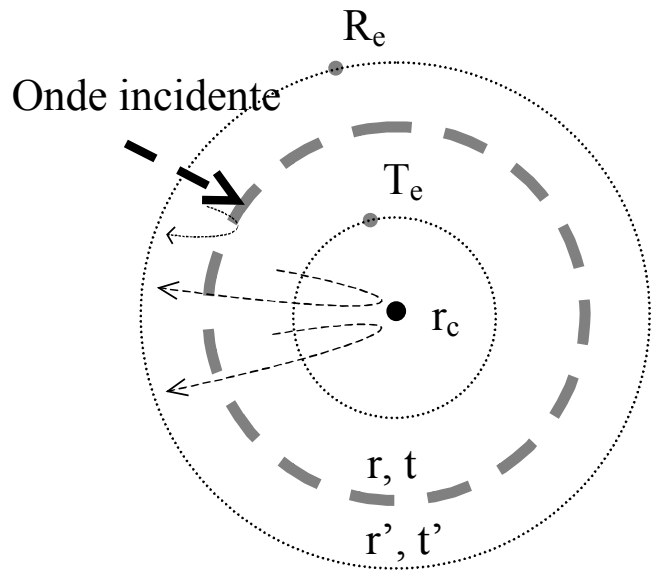


Figure VI-4 – Onde incidente cylindrique entrante (venant de l'extérieur).

Notre objectif est dans un premier temps de calculer ( $T_i$ ,  $R_i$ ,  $T_e$ ,  $R_e$ ), par une méthode analytique/numérique valable pour un diamètre de tiges faible devant la longueur d'onde. Nous en déduirons ensuite ( $r$ ,  $t$ ,  $r'$ ,  $t'$ ).

### VI.2.1 Calcul analytique/numérique simple des coefficients totaux (tiges de diamètre faible)

Considérons la surface sélective en fréquence cylindrique constituée de tiges métalliques de la Figure VI-5.  $C$  est le rayon du cylindre,  $a$  est le diamètre des tiges,  $P_\theta$  la période angulaire,  $P_t$  la période transversale ( $P_t = P_\theta * C$ ) et  $N = 360/P_\theta$  le nombre de tiges.

Considérons les deux configurations suivantes :

- Dans la première configuration la structure est illuminée par une onde cylindrique TM sortante (partant du centre) (Figure VI-5).
- Dans la seconde, l'onde incidente entrante, se dirige vers le centre (Figure VI-6).

Pour ces deux cas nous allons calculer le champ total à l'intérieur et à l'extérieur de la cavité.  $E(\rho)$  est le champ électrique, en fonction de la distance  $\rho$  par rapport au centre (Figure VI-5).

Il s'agit d'appliquer au cas cylindrique la même méthode employée dans le chapitre II, pour les surfaces périodiques planaires.

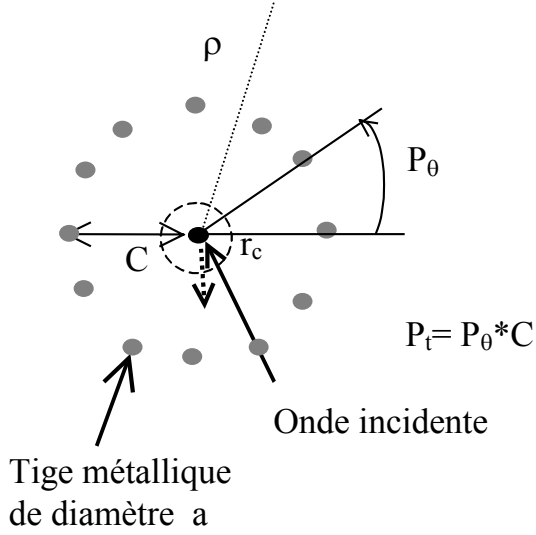


Figure VI-5 – Structure périodique cylindrique illuminée par une onde cylindrique partant du centre

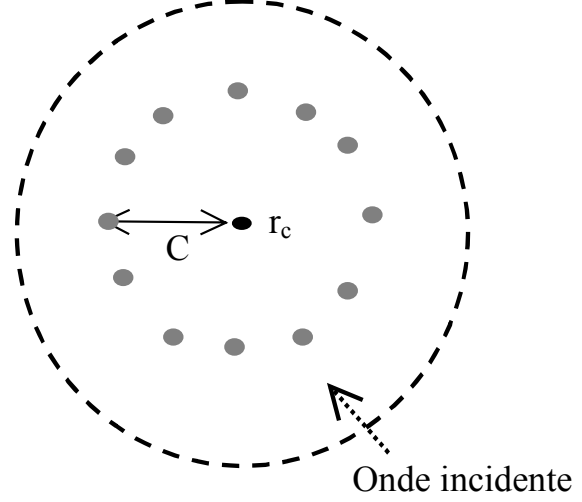


Figure VI-6 – Structure périodique cylindrique illuminée par une onde cylindrique allant vers le centre

Pour le premier cas (Figure VI-5),  $E(\rho)$  s'écrit :

$$E(\rho) = E_{inc}(\rho) + \sum_{n=1}^N K_n E_{dn}(\rho) \quad (VI-1)$$

Pour le deuxième cas (Figure VI-6), en n'oubliant pas d'ajouter l'onde incidente réfléchiée par le centre,  $E(\rho)$  s'écrit :

$$E(\rho) = E_{inc}(\rho)(1 + r_c \exp(-2j\eta_0(k\rho))) + \sum_{n=1}^N K_n E_{dn}(\rho) \quad (VI-2)$$

Avec  $E_{inc}(\rho) = H_0^2(k\rho)$  pour l'onde sortante ou  $E_{inc}(\rho) = H_0^1(k\rho)$  pour l'onde entrante.  $H_0^1$  et  $H_0^2$  étant les fonctions de Hankel de 1<sup>ère</sup> et 2<sup>ème</sup> espèce d'ordre 0.

$\eta_0(x)$  est la phase de l'onde cylindrique [61] :

$$\eta_0(x) = \arctan\left(\frac{N_0(x)}{J_0(x)}\right) \quad (VI-3)$$

$J_0(x)$  et  $N_0(x)$  sont les fonctions de Bessel d'ordre 0.  $k$  est le nombre d'onde.  $E_{dn}$  est le champ diffracté par la tige  $n$  ( $n=1, \dots, N$ ).  $K_n$  sont des coefficients (inconnus) dus à l'interaction (ou couplage) entre les tiges. Grâce à la symétrie, on peut écrire que tous les coefficients  $K_n$  sont identiques et égaux à  $K$ , d'où :

$$\sum_{n=1}^N K_n E_{dn}(\rho) = K \sum_{n=1}^N E_{dn}(\rho) \quad (VI-4)$$

K est déterminé en imposant le champ total E nul sur la surface des tiges métalliques.

Pour le premier cas (Figure VI-5) cela s'écrit :

$$K = - \frac{E_{inc}(\rho)}{\sum_{n=1}^N E_{dn}(\rho)} \bigg|_{\rho=C+a/2} \quad (VI-5)$$

Et pour le deuxième cas (Figure VI-6), nous écrivons :

$$K = - \frac{E_{inc}(\rho)(1 + r_c \exp(-2j\eta_0(k\rho)))}{\sum_{n=1}^N E_{dn}(\rho)} \bigg|_{\rho=C+a/2} \quad (VI-6)$$

Pour de faibles valeurs du diamètre a, les formes des ondes diffractées  $E_{di}$  peuvent s'écrire avec la fonction de Hankel  $H_0^2$  :

$$E_{di}(\rho) = H_0^2 \left( k \sqrt{C^2 + \rho^2 - 2C\rho \cos\left(\frac{(i-1)2\pi}{N}\right)} \right), i=1, \dots, N. \quad (VI-7)$$

Soient **T** et **R**, respectivement le coefficient de transmission totale à l'extérieur de la cavité et le coefficient de réflexion totale à l'intérieur de la cavité à la distance D (<C) du centre :

$$T = \frac{E(\rho)}{E_{inc}(\rho)}, \rho > C + P_t \quad (VI-8)$$

$$R = \frac{E(\rho)}{E_{inc}(\rho)}, \rho = D < C - P_t \quad (VI-9)$$

On appelle **T<sub>i</sub>** la valeur de T pour une onde incidente sortante et **T<sub>e</sub>** la valeur de T pour une onde incidente entrante. Des définitions similaires sont données pour **R<sub>i</sub>** et **R<sub>e</sub>**.

Nous avons tracé en fonction de la fréquence normalisée  $P_t/\lambda$ , le module de  $T_i$  (avec  $r_c=1$ ) obtenu avec la formule (IV-8) et avec la FDTD pour  $C=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$  et  $a=1\text{mm}$  ( $a/P_t \approx 5\%$ ) (Figure VI-7) et pour  $C=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$  et  $a=2\text{mm}$  ( $a/P_t \approx 10\%$ ) (Figure VI-8).

Pour  $a=1\text{mm}$  ( $a/P_t \approx 5\%$ ) (Figure VI-7), il y a une bonne corrélation entre les deux méthodes.

En revanche, pour  $a=2\text{mm}$  ( $a/P_t \approx 10\%$ ) (Figure VI-8) la concordance entre la méthode analytique et la FDTD est un peu moins bonne (à la 1<sup>ère</sup> résonance) à cause de l'approximation du diamètre des tiges faible dans la méthode analytique.

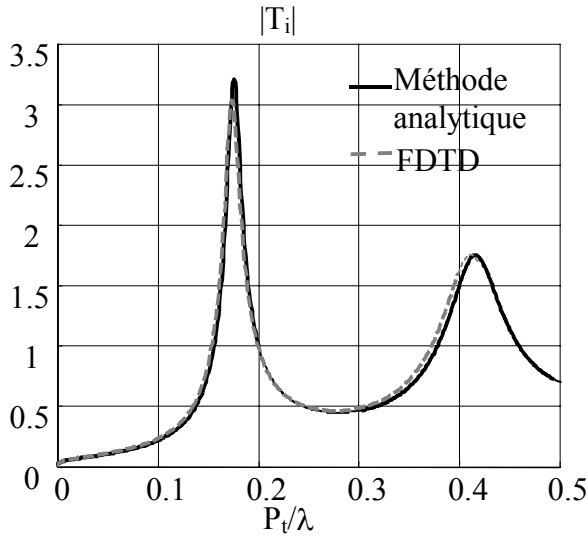


Figure VI-7 –  $|T_i|$   $a=1\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$ ,  $P_t=40\text{mm}*\pi/6$

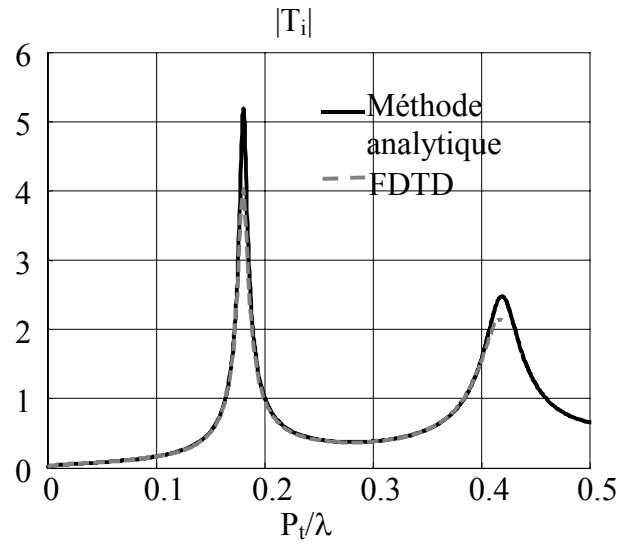


Figure VI-8 –  $|T_i|$   $a=2\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$ ,  $P_t=40\text{mm}*\pi/6$

## VI.2.2 Extraction des coefficients de transmission et de réflexion de la surface cylindrique

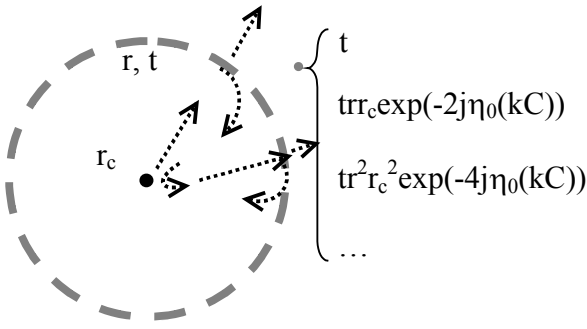
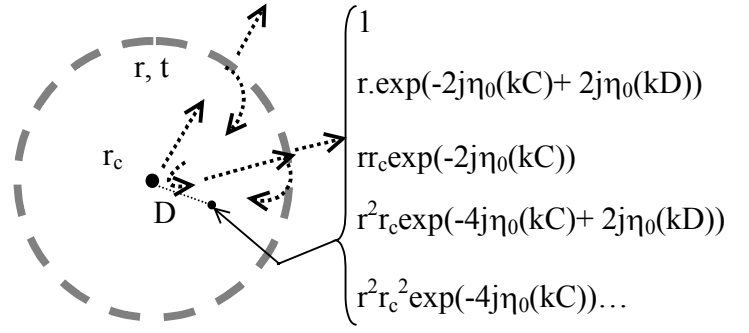
L'objectif ici est d'obtenir  $(r, t, r', t')$  à partir de  $(T_i, R_i, T_e, R_e)$ .

Pour cela,  $(T_i, R_i, T_e, R_e)$  sont exprimés en fonction de  $(r, t, r', t')$  et  $r_c$  en calculant les multiples réflexions entre le centre et la surface.

### VI.2.2.1 Cas de l'onde sortante (venant du centre)

Nous donnons les premiers termes de  $T_i$  sur la Figure VI-9 et ceux de  $R_i$  sur la Figure VI-10.

Pour obtenir  $R_i$ , on considère un point se trouvant à une distance  $D < C$  du centre.


 Figure VI-9 – Onde incidente venant de l'intérieur, termes partiels de  $T_i$ 

 Figure VI-10 – Onde incidente venant de l'intérieur, termes partiels de  $R_i$ 

$T_i$  peut s'exprimer en fonction de  $(r, t)$  et  $r_c$  (Figure VI-9) :

$$T_i = t \sum_{n=0}^{+\infty} r^n r_c^n \exp(-jn2\eta_0(kC)) = \frac{t}{1 - r.r_c \exp(-j2\eta_0(kC))} \quad (VI-10)$$

$R_i$  s'exprime, en fonction de  $(r, t)$  et  $r_c$ , ainsi (Figure VI-10) :

$$R_i = \frac{1 + r \exp(-j2\eta_0(kC) + j2\eta_0(kD))}{1 - r.r_c \exp(-j2\eta_0(kC))} \quad (VI-11)$$

Nous en déduisons les expressions de  $(r, t)$  :

$$r = \frac{R_i - 1}{(r_c R_i + B_D^*) B_C} \quad (VI-12)$$

$$t = T_i (1 - r.r_c B_C) \quad (VI-13)$$

avec

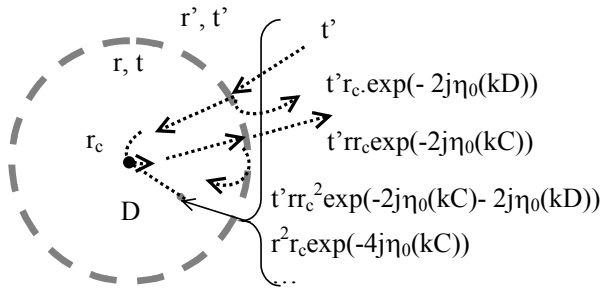
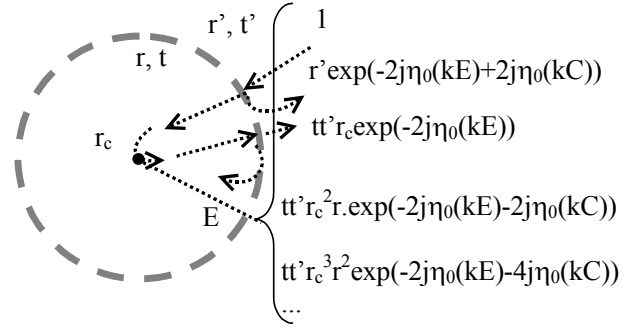
$$B_C = \exp(-2j\eta_0(kC)) \quad , \quad B_D^* = \exp(2j\eta_0(kD)) \quad (VI-14)$$

### VI.2.2.2 Cas de l'onde entrante

Nous donnons les premiers termes de  $T_e$  (Figure VI-11) et ceux de  $R_e$  (Figure VI-12).

$T_e$  est obtenu en un point se trouvant à une distance  $D < C$  du centre et  $R_e$  est obtenu en un point se trouvant à une distance  $E > C$  du centre.




 Figure VI-11 – **Onde incidente entrante**, termes partiels de  $T_e$ 

 Figure VI-12 – **Onde incidente sortante**, termes partiels de  $R_e$ 

$T_e$  peut s'exprimer en fonction de  $t'$ ,  $r$  et  $r_c$  (Figure VI-11) :

$$T_e = \frac{t'(1 + r_c \exp(-j2\eta_0(kD)))}{1 - r.r_c \exp(-j2\eta_0(kC))} \quad (VI-15)$$

$R_e$  peut s'exprimer en fonction de  $(r', t')$ ,  $(r, t)$  et  $r_c$  (Figure VI-12) :

$$R_e = 1 + r' \exp(-j2\eta_0(kE) + j2\eta_0(kC)) + \frac{t' t_r \exp(-j2\eta_0(kE))}{1 - r.r_c \exp(-j2\eta_0(kC))} \quad (VI-16)$$

Nous en déduisons les expressions de  $t'$  et  $r'$  :

$$t' = \frac{(1 - r.B_C)T_e}{1 + r_c B_D} \quad (VI-17)$$

$$r' = \frac{1}{B_E B_C^*} \left( R_e - 1 - \frac{t' t_r B_E}{1 - r.r_c B_C} \right) \quad (VI-18)$$

où :

$$\begin{aligned} B_C &= \exp(-2j\eta_0(kC)), \quad B_E = \exp(-2j\eta_0(kE)) \\ B_D &= \exp(-2j\eta_0(kD)), \quad B_C^* = \exp(2j\eta_0(kC)) \end{aligned} \quad (VI-19)$$

La Figure VI-13 donne  $|r|$  et  $|t|$  obtenus avec la présente méthode pour  $C=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$  et  $a=1\text{mm}$  ( $a/P_t \approx 5\%$ ). Nous remarquons que l'allure de ces courbes est la même que pour le cas planaire.

Réécrivons le coefficient  $T_i$  (coefficient de transmission total pour une onde sortante) pour  $r_c=1$  (pas d'objet au centre) :

$$T_i = \frac{t}{1 - r \cdot \exp(-j2\eta_0(kC))} \quad (VI-20)$$

Les résonances de  $T_i$  sont données par la relation suivante :

$$\varphi_r = 2\eta_0(kC) - 2n\pi, n = 0, 1, \dots \quad (VI-21)$$

Les points d'intersections de  $\varphi_r$  et  $2\eta_0(kC)$  correspondent aux résonances de  $T_i$  (Figure VI-14).

*Remarque :*

$T_i$  s'écrit de la même manière que  $T_2$ , coefficient de transmission pour une source à l'intérieur d'une cavité Fabry-Pérot (cf. chapitre III). La différence est que dans  $T_i$ , on a  $2\eta_0(kC)$  à la place de  $2kD$  dans  $T_2$ .

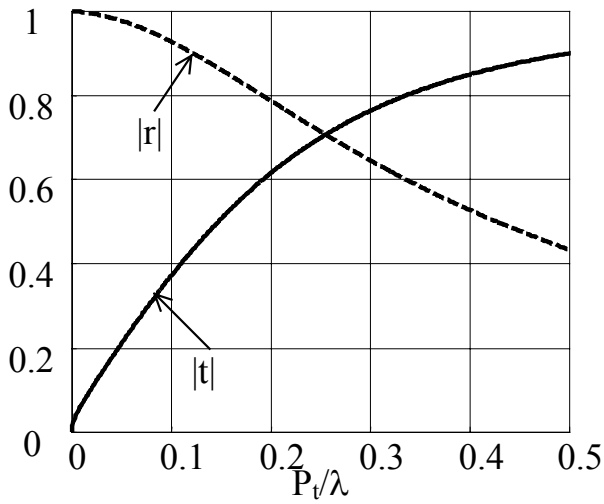


Figure VI-13 –  $|r|$ ,  $|t|$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $P_\theta=30^\circ$ ,  $P_t=40\text{mm} \cdot \pi/6$

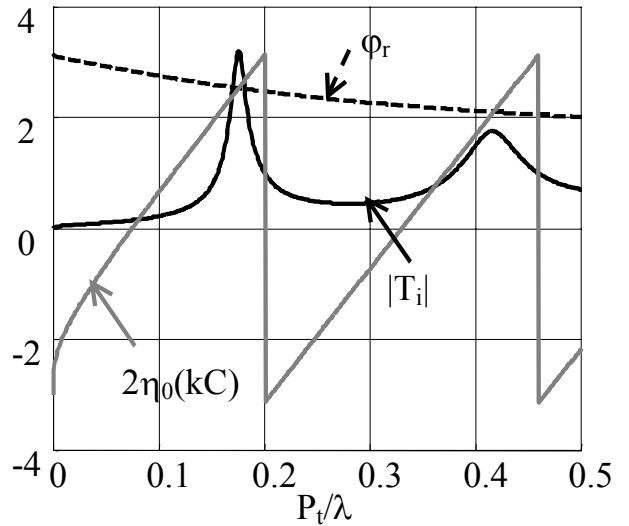


Figure VI-14 – Les points d'intersections de  $\varphi_r$  et  $2\eta_0(kC)$  correspondent aux pics de  $|T_i|$

### VI.2.3 Etude paramétrique

Maintenant qu'il est possible de caractériser une surface sélective en fréquence cylindrique, il s'agit d'étudier les effets de la période angulaire  $P_\theta$  et du rayon  $C$  sur  $(r, t, r', t')$ .

Dans un premier temps  $C$  est gardé constant ( $C=40\text{mm}$ ) et on considère deux périodes angulaires différentes :  $P_\theta = \pi/3$  (Figure VI-15) et  $P_\theta = \pi/6$  (Figure VI-16).

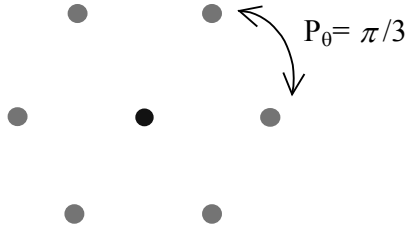


Figure VI-15 –  $P_\theta = \pi/3$  ( $60^\circ$ ),  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

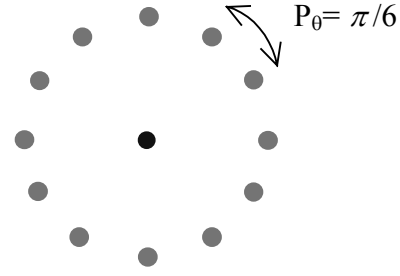


Figure VI-16 –  $P_\theta = \pi/6$  ( $30^\circ$ ),  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

La Figure VI-17 et la Figure VI-18 donnent les caractéristiques ( $|r|$ ,  $|t|$ ,  $|r'|$ ,  $|t'|$ ,  $\varphi_r$  et  $\varphi_r'$ ) de la structure pour  $P_\theta = \pi/3$ . les coefficients ( $r$ ,  $t$ ) et ( $r'$ ,  $t'$ ) sont proches mais ne coïncident pas tout à fait pour  $P_t/\lambda > 0,4$ . La Figure VI-19 et la Figure VI-20 donnent les caractéristiques de la structure pour  $P_\theta = \pi/6$ . Pour ce cas, ( $r$ ,  $t$ ) et ( $r'$ ,  $t'$ ) coïncident bien.

Ceci montre que lorsque  $P_\theta < \pi/3$  alors ( $r$ ,  $t$ )  $\approx$  ( $r'$ ,  $t'$ ).

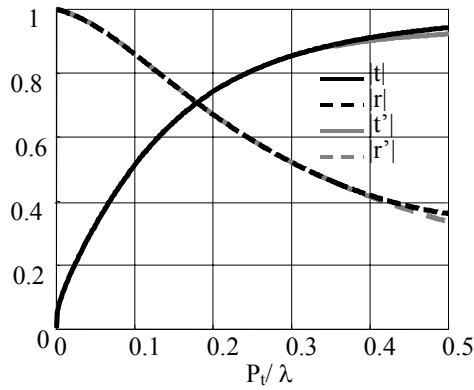


Figure VI-17 –  $|t|$ ,  $|r|$ ,  $|t'|$  et  $|r'|$  pour  $P_\theta = \pi/3$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

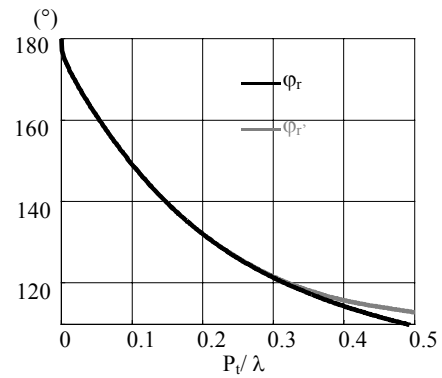


Figure VI-18 –  $\varphi_r$  et  $\varphi_r'$  pour  $P_\theta = \pi/3$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

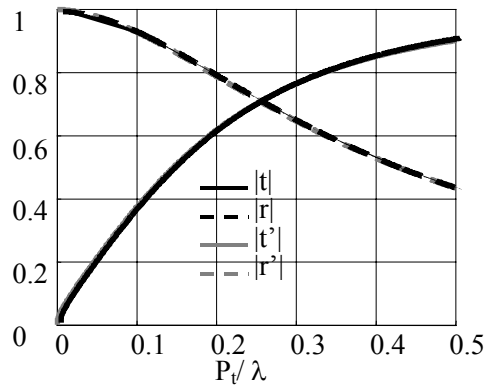


Figure VI-19 –  $|t|$ ,  $|r|$ ,  $|t'|$  et  $|r'|$  pour  $P_\theta = \pi/6$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

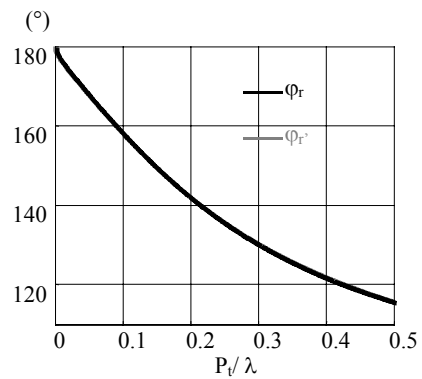


Figure VI-20 –  $\varphi_r$  et  $\varphi_r'$  pour  $P_\theta = \pi/6$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$

Maintenant c'est la période transversale qui est gardée constante (la période angulaire change).

Deux valeurs de  $C$  sont considérées :  $C_1=40\text{mm}$  et  $C_2=80\text{mm}$  pour  $P_t=\pi/6*40\text{mm}$  (Figure VI-21).

Les courbes de transmission et de réflexion de la Figure VI-21 montrent que deux structures ayant la même période transversale  $P_t$  (mais pas le même rayon  $C$ ) ont les mêmes caractéristiques.

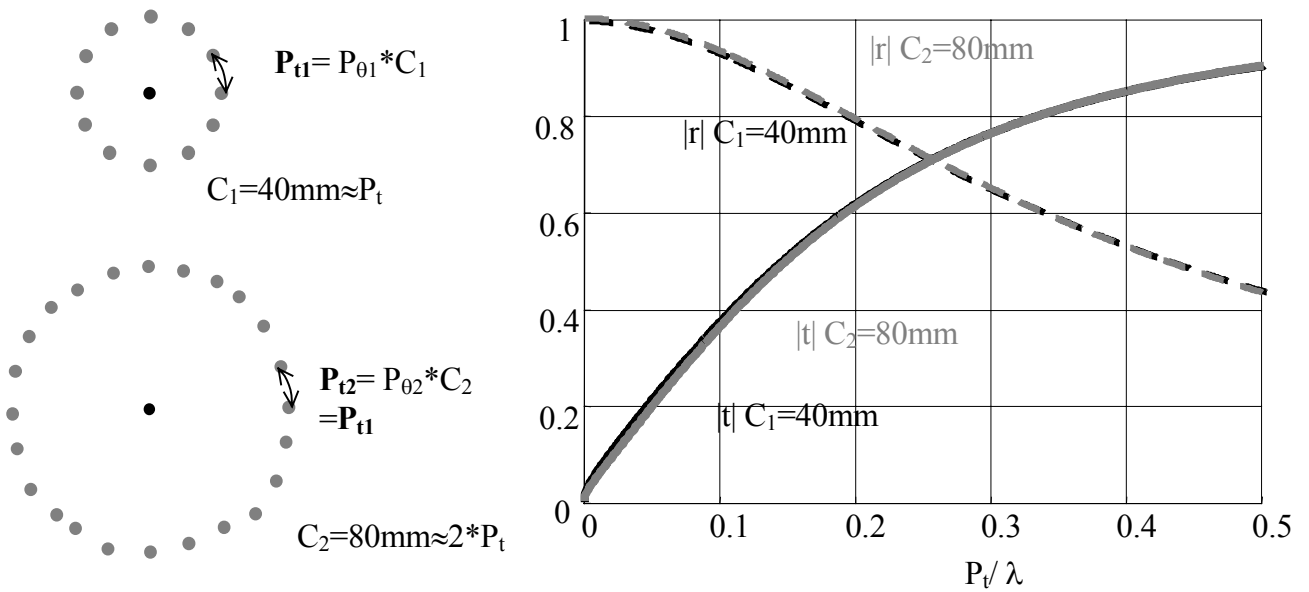


Figure VI-21 – Caractéristiques de deux surfaces à  $P_t=\pi/6*40\text{mm}$  fixe,  $a=1\text{mm}$ ,  $C_1=40\text{mm}$  et  $C_2=40\text{mm}$

### VI.3 Etude des structures multicouches

Les caractéristiques de la structure cylindrique à une seule couche étant obtenues, l'analyse de la structure à plusieurs couches est maintenant possible. Pour cela, on utilise la même méthode que pour la structure plane.

Considérons la structure de la Figure VI-22 dans laquelle les surfaces cylindriques sont espacées de la période  $P_r$ .

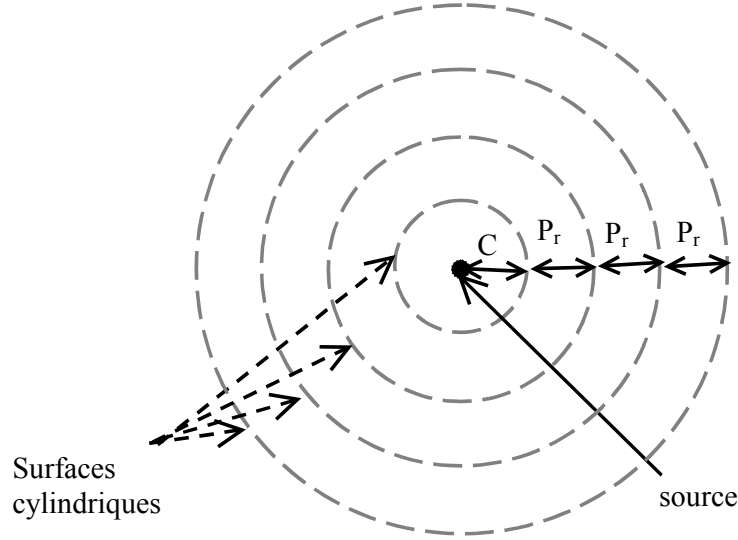


Figure VI-22 – Structure périodique cylindrique multicouche

L'exposant  $n$  caractérise la  $n^{\text{ième}}$  couche, tandis que l'indice  $n$  caractérise la structure totale de  $n$  couches. Ayant obtenu les quatre coefficients de chacune des couches ( $t^{(n)}$ ,  $r^{(n)}$ ,  $t'^{(n)}$ ,  $r'^{(n)}$ ), les coefficients de la structure multicouche sont déterminés de la manière suivante :

- Pour  $n=2$  :

$$t_2 = \frac{t^{(1)} t^{(2)}}{1 - r'^{(1)} r^{(2)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))} \quad (VI-22)$$

$$r_2 = r^{(1)} + \frac{t'^{(1)} t^{(1)} r^{(2)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))}{1 - r'^{(1)} r^{(2)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))} \quad (VI-23)$$

$$t'_2 = \frac{t'^{(1)} t'^{(2)}}{1 - r'^{(1)} r^{(2)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))} \quad (VI-24)$$

$$r'_2 = r'^{(2)} + \frac{t'^{(2)} t^{(2)} r'^{(1)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))}{1 - r'^{(1)} r^{(2)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + P_r)) + 2j\eta_0(kC))} \quad (VI-25)$$

- Pour  $n>2$  :

$$t_n = \frac{t_{n-1} t^{(n)}}{1 - r_{n-1}' r^{(n)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(k(C + (n-2)P_r)))} \quad (VI-26)$$

$$r_n = r_{n-1} + \frac{t_{n-1}' t_{n-1} r^{(n)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(kC))}{1 - r_{n-1}' r^{(n)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(k(C + (n-2)P_r)))} \quad (VI-27)$$

$$t'_n = \frac{t_{n-1}' t'^{(n)}}{1 - r_{n-1}' r^{(n)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(k(C + (n-2)P_r)))} \quad (VI-28)$$

$$r'_n = r'^{(n)} + \frac{t'^{(n)} t^{(n)} r'_{n-1} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(k(C + (n-2)P_r)))}{1 - r'_{n-1} r'^{(n)} \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C + (n-1)P_r)) + 2j\eta_0(k(C + (n-2)P_r)))} \quad (VI-29)$$

Il est à noter que les équations précédentes sont générales et peuvent s'appliquer à tout type de structures ayant une périodicité radiale.

On considère une structure périodique cylindrique de tiges métalliques ayant pour paramètres  $C=P_r=40\text{mm}$ ,  $P_t=\pi/6*40\text{mm}$  et  $a=1\text{mm}$  (Figure VI-23a). La Figure VI-23b donne les coefficients  $|t_n|$  de cette structure pour  $n$  allant de 1 à 5, obtenus avec notre méthode. Ces coefficients ainsi que les caractéristiques de chacune des couches sont entièrement déterminées avec le logiciel MATLAB.

On remarque que les courbes de transmission d'une structure périodique cylindrique ont un comportement similaire à celui des structures périodiques planaires (chapitre III) (succession de bandes passantes et de bandes interdites,  $n-1$  pics de transmission pour structure à  $n$  couches, niveau maximum de 1, niveau dans les bandes interdites qui diminue quand  $n$  augmente etc.).

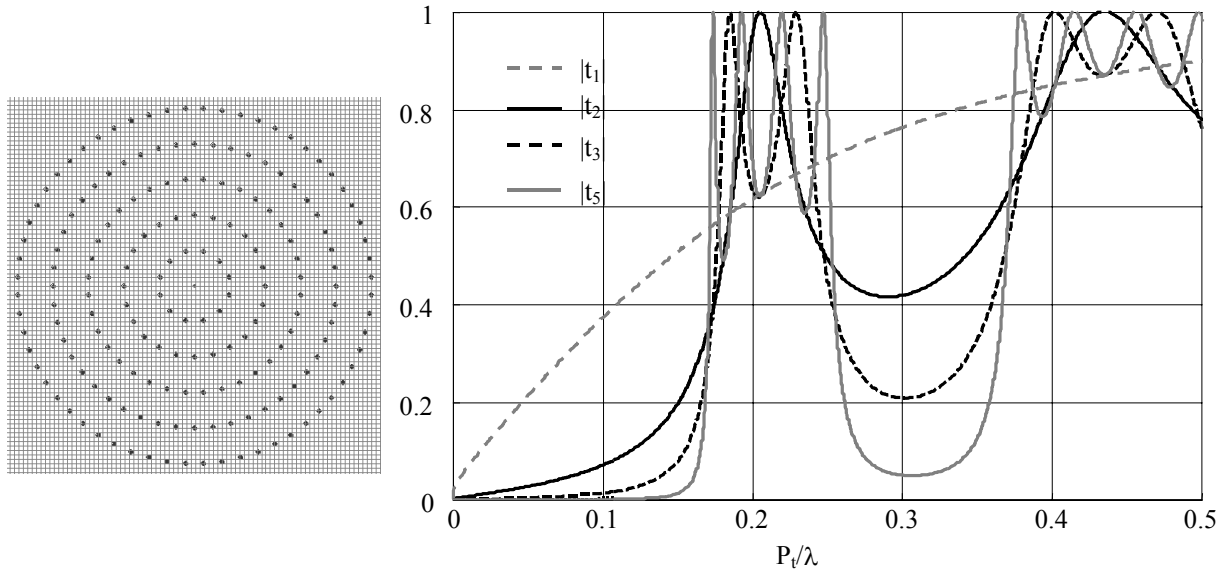


Figure VI-23 – (a) Structure périodique cylindrique de tiges métalliques  $C=P_r=40\text{mm}$ ,  $P_t=\pi/6*40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$  (b) Coefficients de transmission  $|t_n|$  pour  $n$  allant de 1 à 5.

Dans la réf. [87], nous avons montré l'équation de dispersion du cas planaire est une bonne approximation, pour déterminer les *bandes interdites et propagées* de la structure cylindrique multicouches :

$$\cos(\beta P_r) = \cos(kP_r) + j\frac{y}{2}\sin(kP_r) \quad (VI-30)$$

La Figure VI-24 compare le coefficient d'une structure à six couches  $|t_6|$  et le coefficient  $|M| = \left| \cos(kP_r) + j\frac{y}{2}\sin(kP_r) \right|$ . Les *bandes interdites et propagées* de la structure cylindrique sont bien déterminées par  $|M|$  (bande interdite pour  $|M| > 1$ , et bande propagée pour  $|M| < 1$ ).

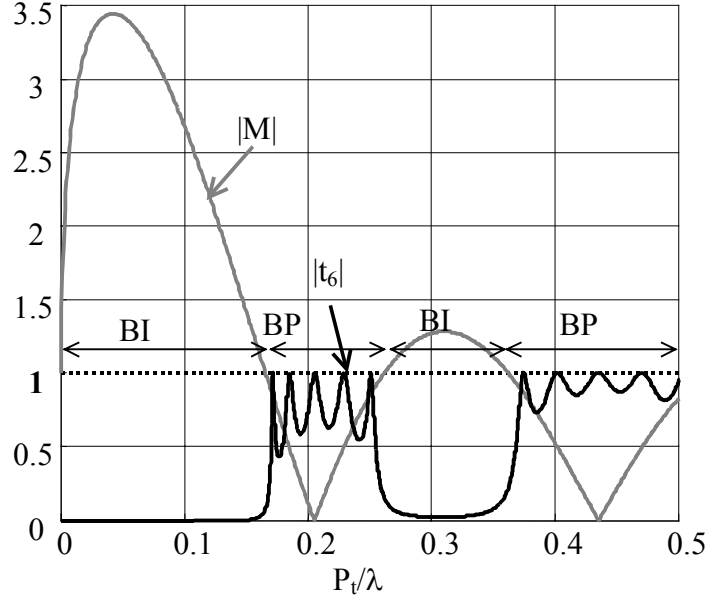


Figure VI-24 –  $|M|$  et  $|t_6|$ ,  $P_t = \pi/6 * 40\text{mm}$ ,  $a = 1\text{mm}$

Dans les équations (V-22) à (V-29), les réflexions sur le centre n'ont pas été prises en compte. En prenant en compte ces réflexions, on obtient le coefficient  $T_{in}$  qui s'écrit (avec  $r_c=1$ ) :

$$T_{in} = \frac{t_n}{1 - r_n \cdot \exp(-2j\eta_0(k(C)))} \quad (VI-31)$$

La Figure VI-25 donne  $|T_{in}|$  pour  $n$  allant de 1 à 3 pour la structure de la Figure VI-23a.  $|T_{in}|$  possède une résonance de plus que  $|t_n|$  (sans réflexion au centre), à cause de la cavité centrale.

On remarque également que les niveaux élevés de  $|T_{in}|$  restent dans les *bandes interdites et propagées* obtenus avec  $|M|$ .

Si  $C$  est pris deux fois plus grand que  $P_r$ , un ‘pic de défaut’ apparaît dans la bande interdite dans le coefficient  $|T_{in}|$ . Ceci est illustré par la Figure VI-26 pour  $C=2*P_r=80\text{mm}$ ,  $P_t=\pi/6*40\text{mm}$ ,  $a=1\text{mm}$ .

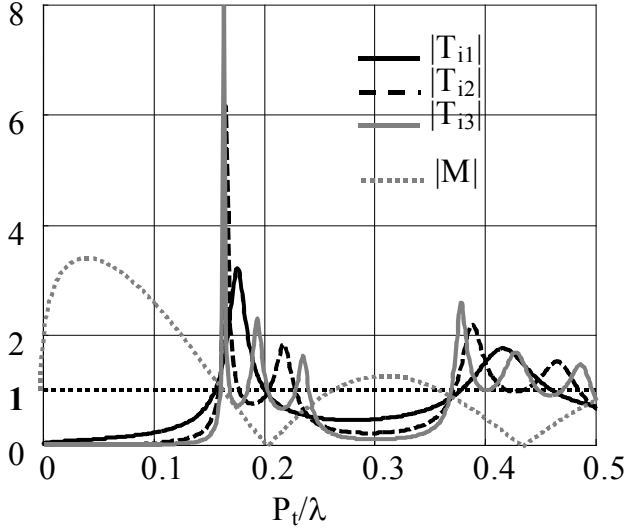


Figure VI-25 –  $|T_{in}|$ ,  $n=1$  à 3 couches,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $C=P_r=40\text{mm}$

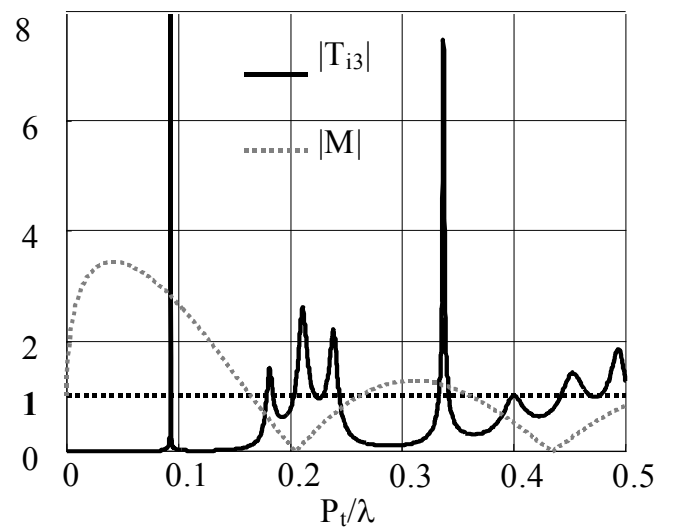


Figure VI-26 –  $|T_{i3}|$  et  $|M|$ ,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=1\text{mm}$ ,  $C=2*P_r=80\text{mm}$

#### VI.4 Influence des défauts sur le diagramme de rayonnement

Le diagramme de rayonnement de la structure périodique cylindrique, illuminée par une source au centre, est omnidirectionnel jusqu’à  $P_t/\lambda=0,5$  (apparition des modes supérieurs pour  $P_t/\lambda>0,5$ ).

Pour modifier son diagramme de rayonnement il faut appliquer un changement dans la structure. Le ‘défaut’ considéré ici consiste à retirer une ou plusieurs tiges et à étudier les diagrammes obtenus en fonction de la fréquence. En pratique, le défaut sera réalisé en rendant la ou les tige(s) manquante(s) discontinue(s). La symétrie de révolution de la structure cylindrique permet de créer un faisceau tournant sur  $360^\circ$ .

Dans la référence [46], Vaughan utilise une structure cylindrique mono-couche active (tiges avec des composants actifs), mais il ne fait pas une étude systématique du nombre de défauts et du diagramme de rayonnement en fonction de la fréquence.



## VI.4.1 Variation du nombre de couches

### VI.4.1.1 Structure à une couche

La Figure VI-27 donne le coefficient  $|T_{il}|$  de la structure mono-couche sans défaut, en fonction de la fréquence. Sont également représentés les points de fréquence où seront calculés les diagrammes de rayonnement de la structure avec défaut.

Sans défaut, le diagramme de rayonnement est omnidirectionnel dans la bande de fréquence considéré (où  $P_t/\lambda < 0,5$ ).

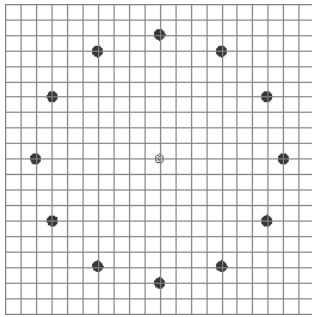


Figure VI-27 – Structure cylindrique à une couche,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .

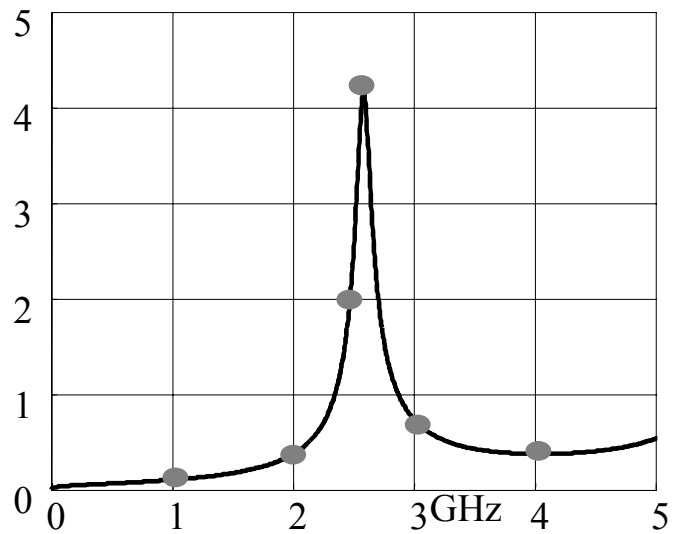


Figure VI-28 –  $|T_{il}|$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ . (a) en fonction de la fréquence (b) en fonction de la fréquence normalisée.

La structure à un défaut (une tige retirée) n'offre pas d'intérêt non plus (le diagramme reste quasi-omnidirectionnel)

La Figure VI-29 et la Figure VI-30 concernent la structure avec deux défauts (2 tiges adjacentes retirées). Le rayonnement est favorisé dans la direction du défaut, mais le rayonnement arrière reste fort.

Certains diagrammes sont plus directifs que les autres (à 2GHz, 2,5GHz et 3GHz). Ces diagrammes directifs sont essentiellement obtenus aux alentours de la première résonance de  $|T_{il}|$ .

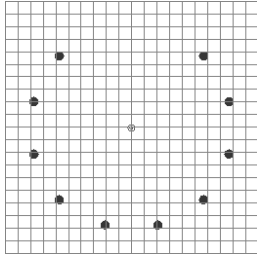


Figure VI-29 –  
Structure cylindrique à  
une couche. **Défaut n°2.**

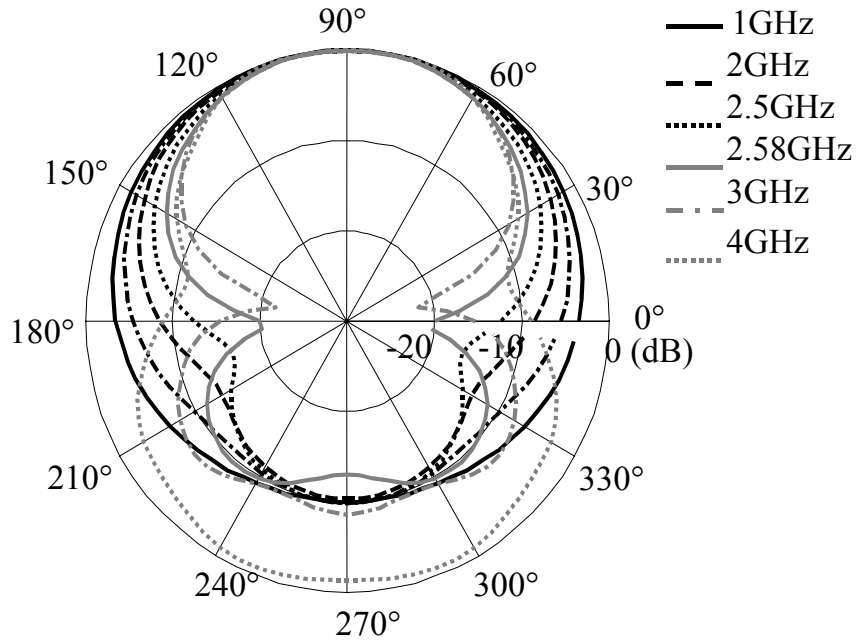


Figure VI-30 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de  
fréquence de la structure **Défaut n°2.**

Cette étude se poursuit jusqu'à six défauts (Figure VI-31 à Figure VI-38).

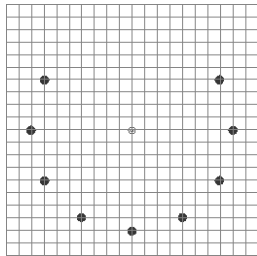


Figure VI-31 –  
Structure cylindrique à  
une couche. **Défaut n°3.**

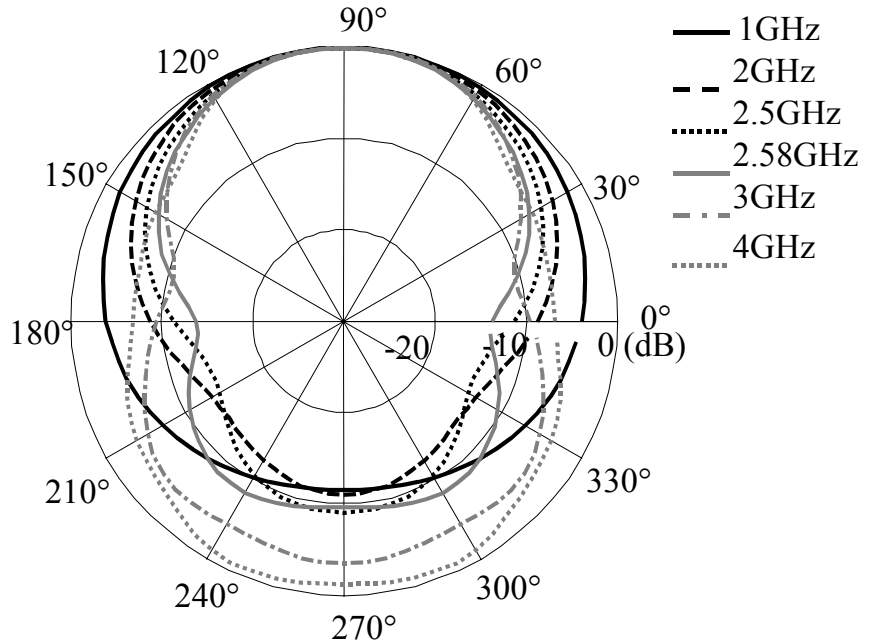


Figure VI-32 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de  
fréquence de la structure **Défaut n°3.**

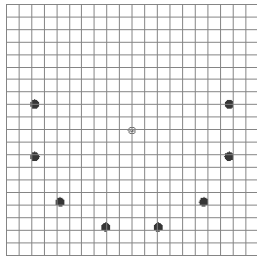


Figure VI-33 –  
Structure cylindrique à  
une couche. **Défaut n°4.**

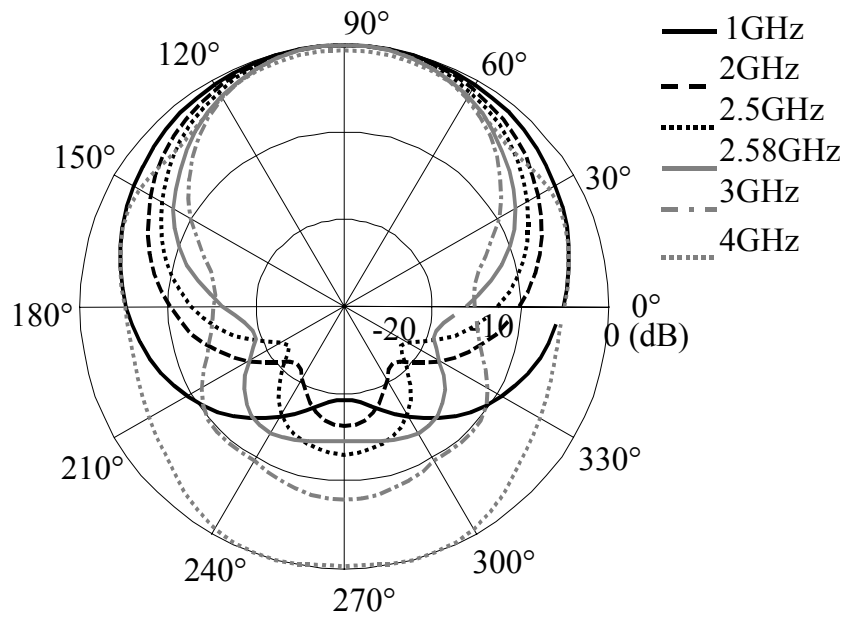


Figure VI-34 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de  
fréquence de la structure **Défaut n°4.**

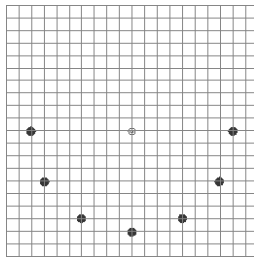


Figure VI-35 –  
Structure  
cylindrique à une  
couche. **Défaut n°5.**

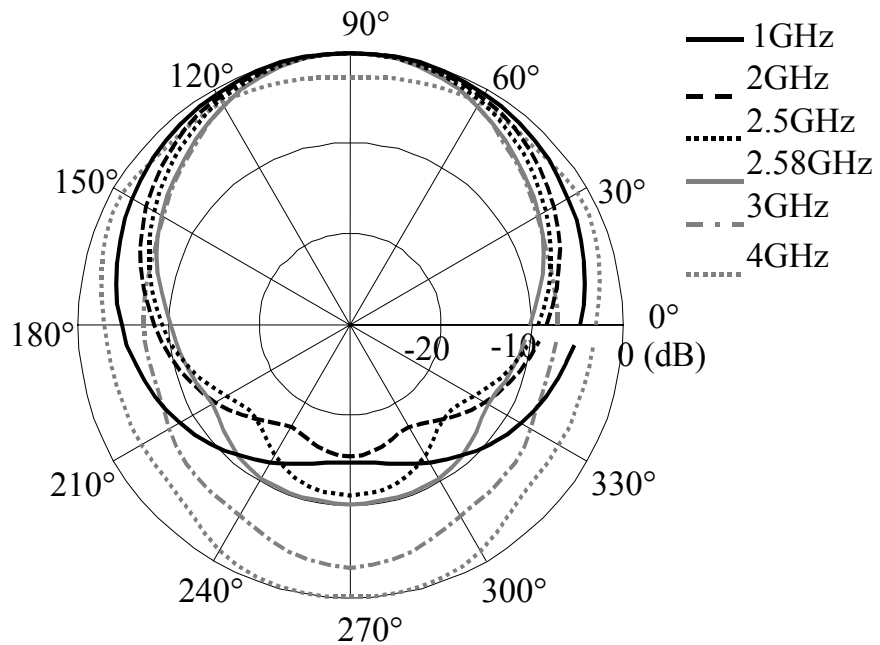


Figure VI-36 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de  
fréquence de la structure **Défaut n°5.**

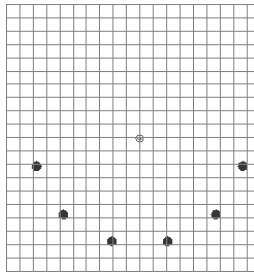


Figure VI-37 – Structure cylindrique à une couche. **Défaut n°6.**

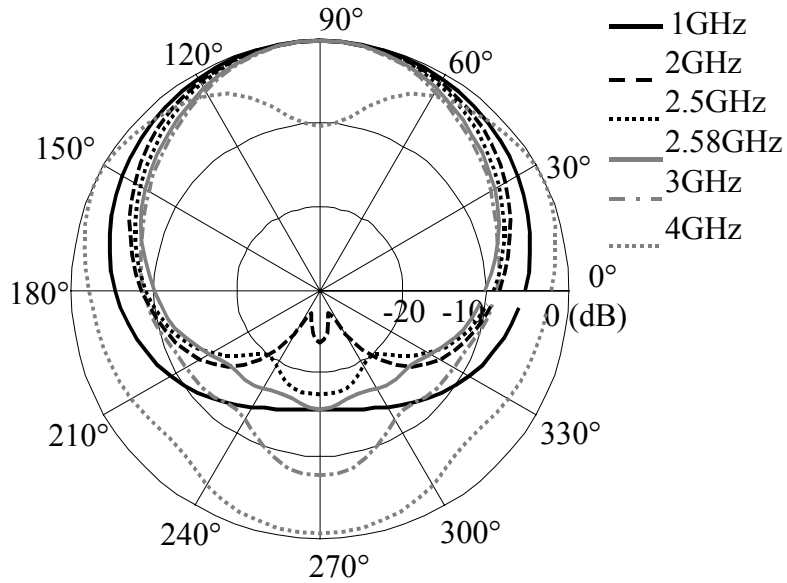


Figure VI-38 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°6.**

Pour chacune des structures à défaut, le diagramme de rayonnement le plus directif est obtenu à la fréquence de résonance de  $|T_i|$  (2,58GHz). Pour cette fréquence, la Figure VI-39 donne les différents diagrammes de rayonnement obtenus pour les différentes structures avec défaut. C'est la structure défaut n°4 (quatre tiges retirées) qui donne le diagramme le plus directif. La géométrie et le diagramme de rayonnement de cette structure sont redonnés sur la Figure VI-40 et la Figure VI-41.

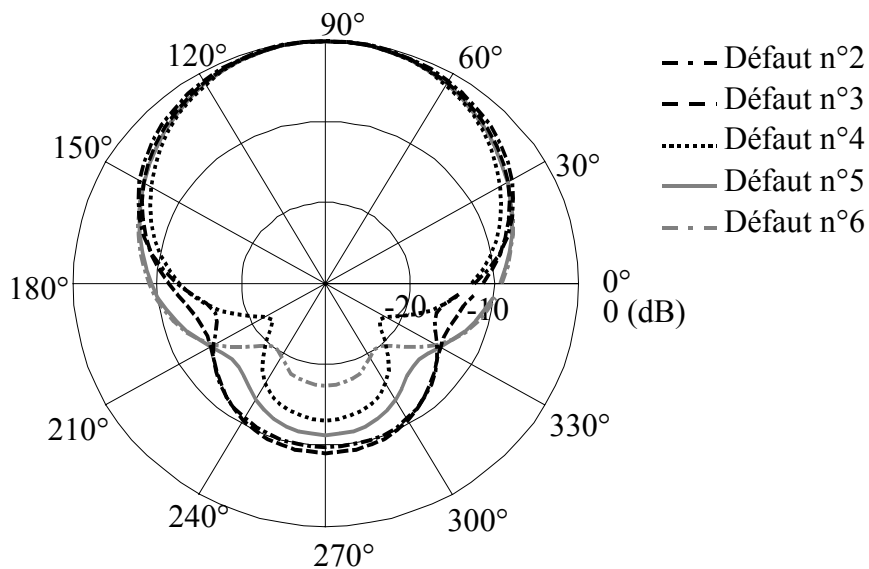


Figure VI-39 – Diagrammes de rayonnement à 2.58GHz pour les différentes structures à défaut.

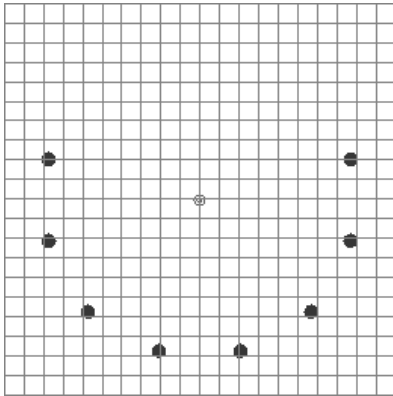


Figure VI-40 – Structure cylindrique à une couche. Défaut n°4.

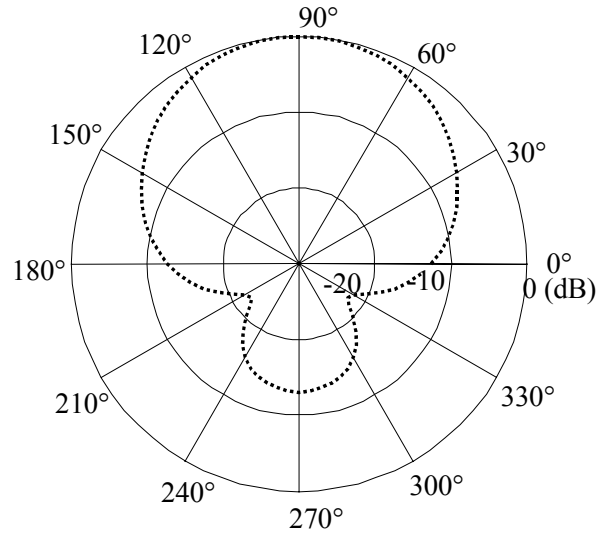


Figure VI-41 – Diagramme de rayonnement de la structure Défaut n°4 à 2.58GHz.

#### VI.4.1.2 Structure à deux couches

On considère maintenant la structure périodique cylindrique à deux couches de la Figure VI-42.

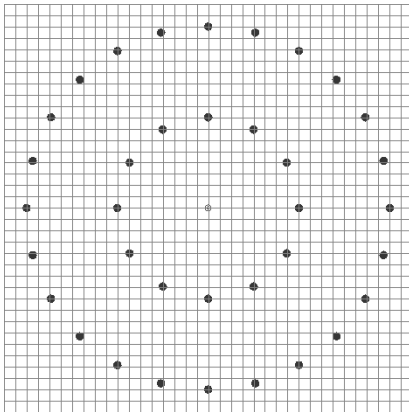


Figure VI-42 – Structure cylindrique à deux couches,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$ .

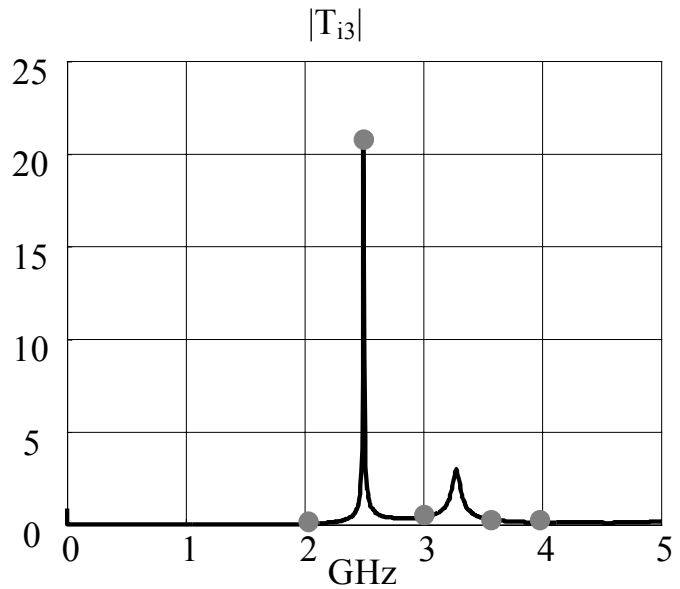


Figure VI-43 –  $|T_{i2}|$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$ .

Les paramètres de la structure sont  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$ . La Figure VI-43 donne le coefficient de transmission  $|T_{i2}|$  de la structure avec les différents points de fréquence où sont calculés les diagrammes de rayonnement des structures avec défaut. La première

résonance de  $|T_{12}|$  est aux alentours de 2,5GHz. Dans la structure à deux couches les combinaisons de défauts sont en nombre très grand.

On propose de retirer  $n$  tiges dans la première couche et  $2n-1$  dans la seconde et on s'intéresse aux six cas précédents.

La Figure VI-44 donne la géométrie de la structure *Défaut n°1*: une tige est retirée dans chacune des couches. La Figure VI-45 donne les diagrammes de rayonnement de cette structure. A l'avant, un seul lobe apparaît jusqu'à la fréquence de résonance 2,5GHz. Après cette fréquence, le diagramme comporte des lobes secondaires importants.

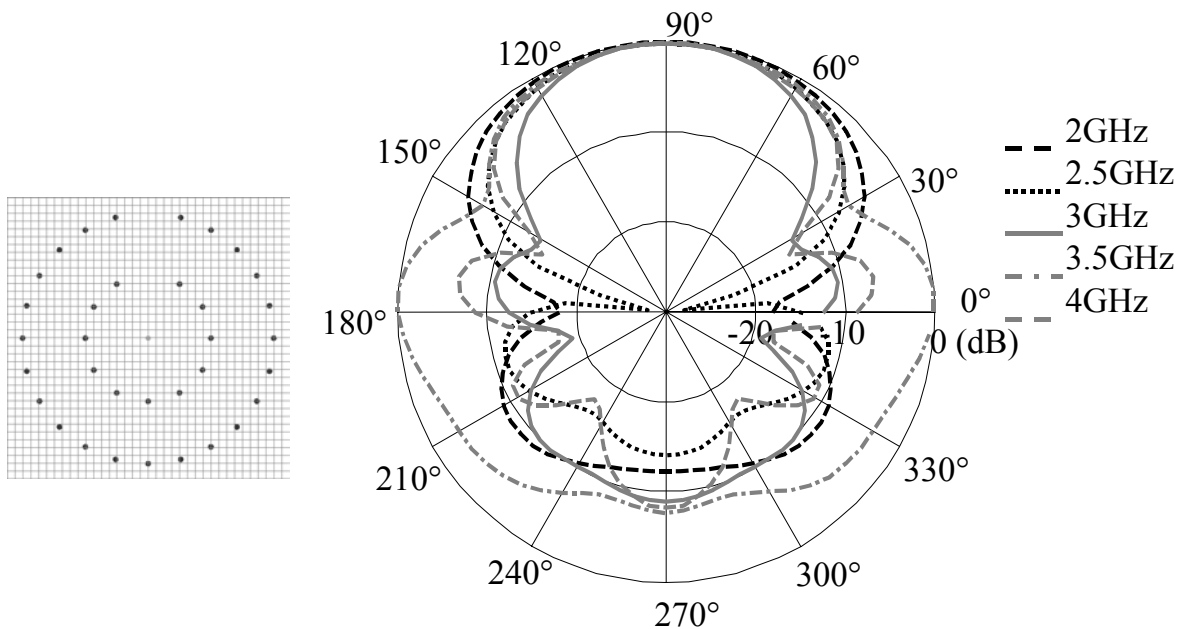


Figure VI-44 – Structure cylindrique à deux couches. *Défaut n°1*.

Figure VI-45 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure *Défaut n°1*.

La structure *Défaut n°2* (Figure VI-46) donne des diagrammes plus directifs que ceux de la structure précédente (Figure VI-47).

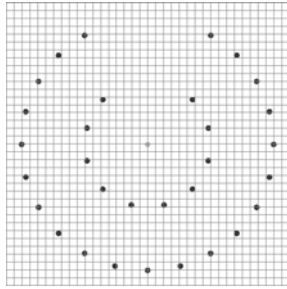


Figure VI-46 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°2.**

(2 et 3 tiges retirées)

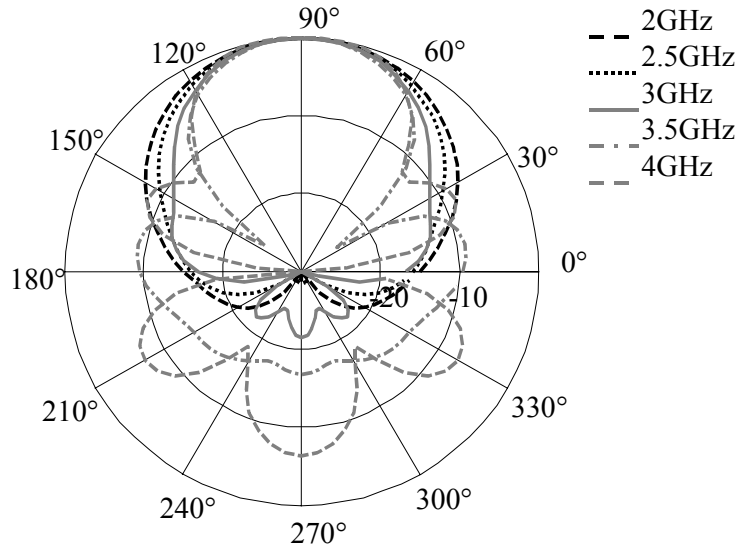


Figure VI-47 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°2.**

Cette étude se poursuit jusqu'à six défauts (Figure VI-48 à Figure VI-55).

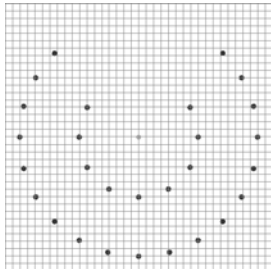


Figure VI-48 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°3.**

(3 et 5 tiges retirées)

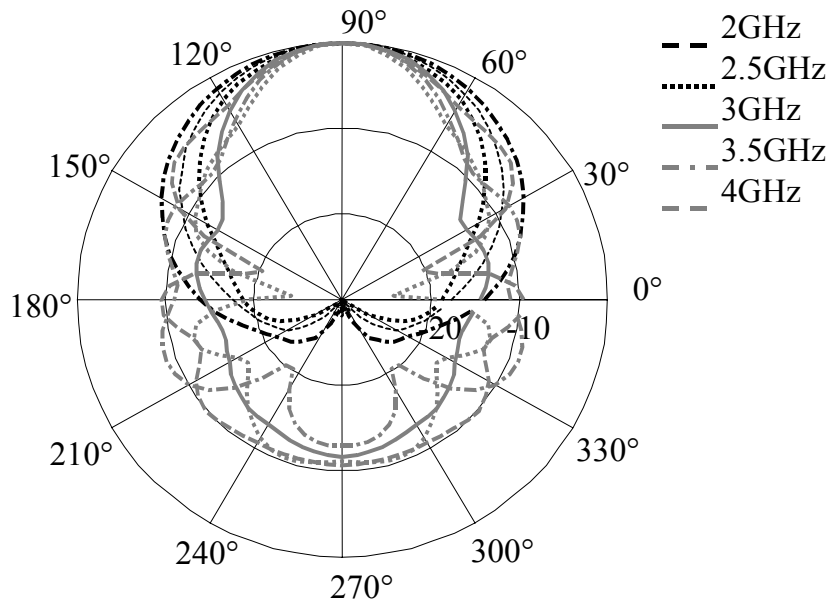


Figure VI-49 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°3.**

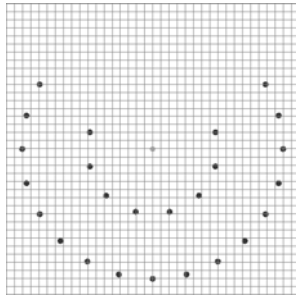


Figure VI-50 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°4.**  
(4 et 7 tiges retirées)

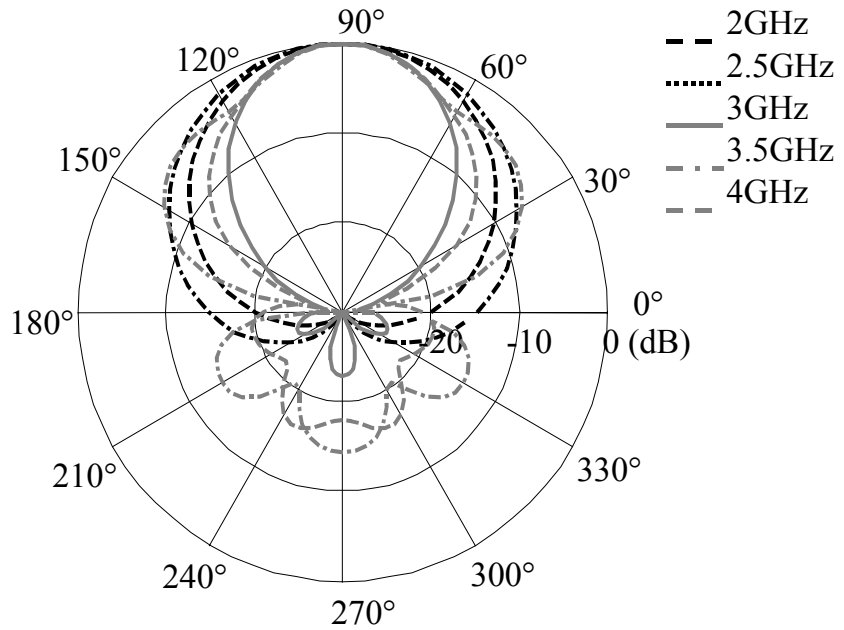


Figure VI-51 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°4.**

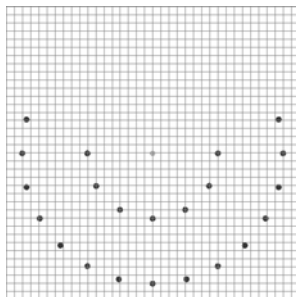


Figure VI-52 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°5.**  
(5 et 9 tiges retirées)

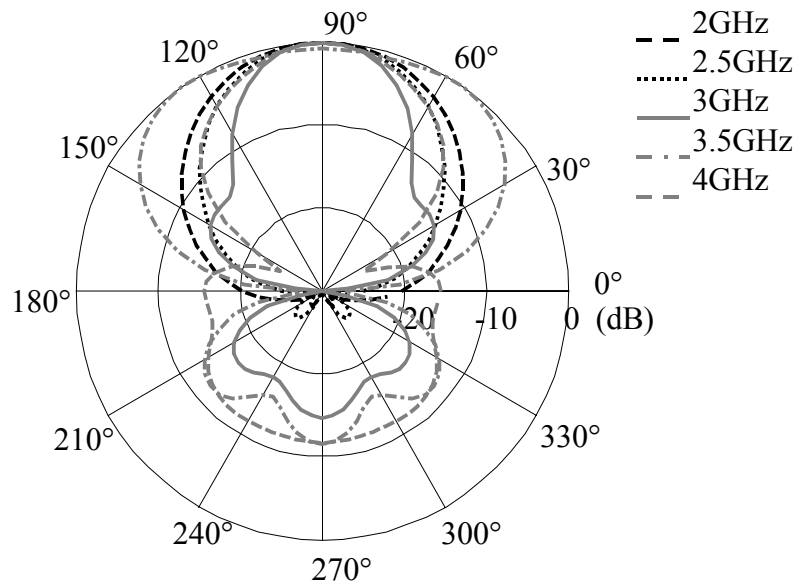


Figure VI-53 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°5.**



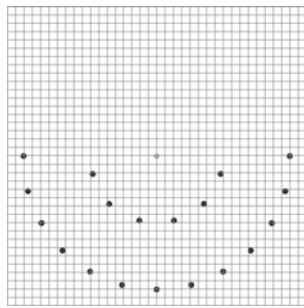


Figure VI-54 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°6.**  
(6 et 11 tiges retirées)

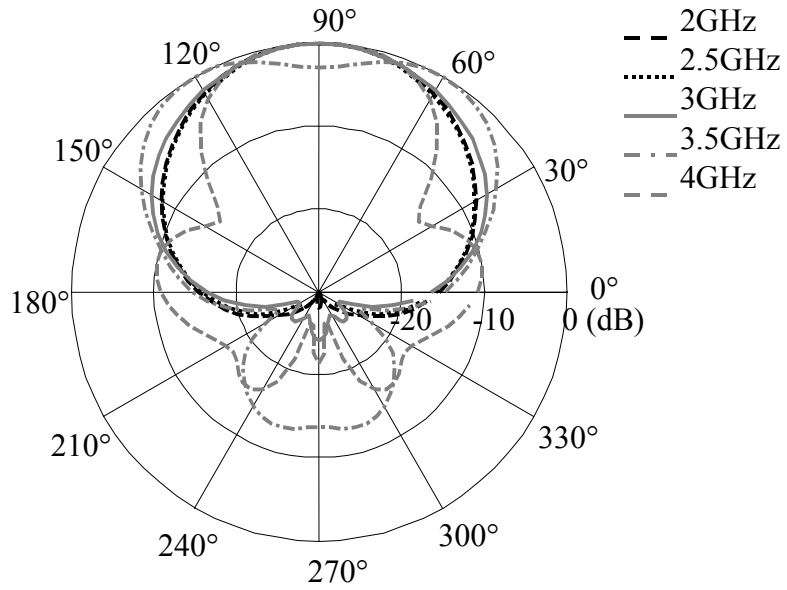


Figure VI-55 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°6.**

Le diagramme le plus directif est également obtenu à la fréquence de résonance de  $|T_{12}|$  (2,5GHz). Pour cette fréquence, la Figure VI-56 donne les différents diagrammes obtenus avec les différentes structures. C'est la structure *Défaut n°4* qui donne le diagramme le plus directif. La géométrie et le diagramme de cette structure sont redonnés par la Figure VI-57 et la Figure VI-58.

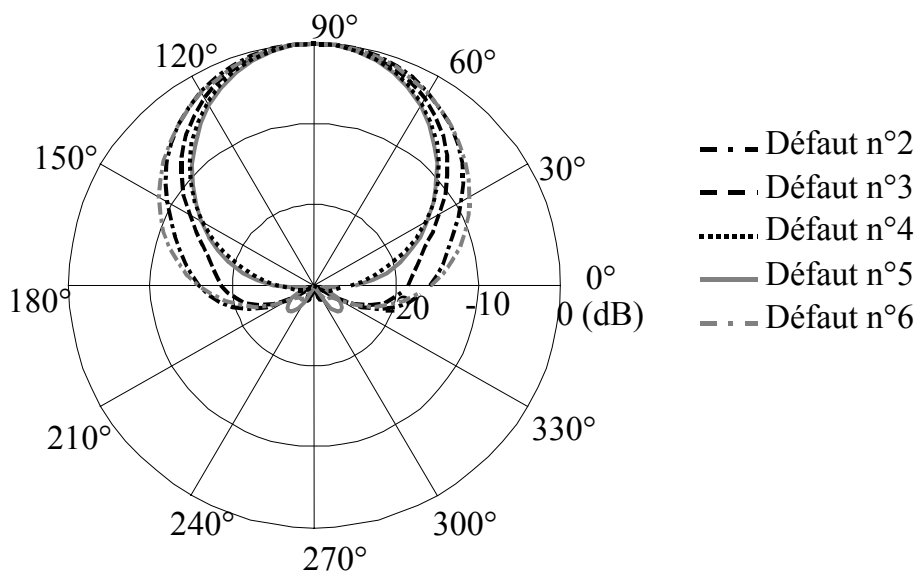


Figure VI-56 – Diagrammes de rayonnement à 2,5GHz pour les différentes structures à défaut.

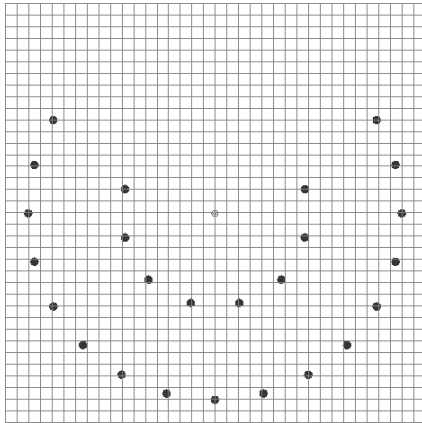


Figure VI-57 – Structure cylindrique à deux couches. **Défaut n°4.**(4 et 7 tiges retirées)

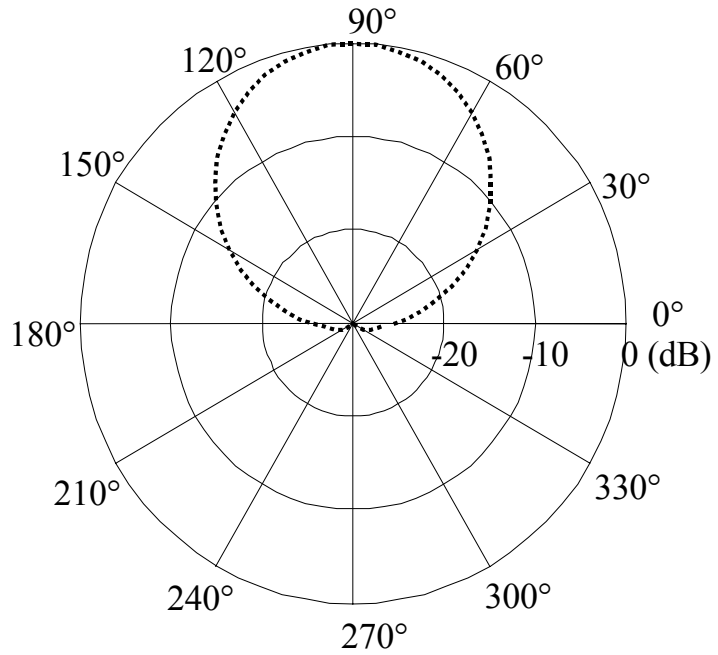


Figure VI-58 – Diagramme de rayonnement de la structure **Défaut n°4** à 2,5GHz.

Si on compare les diagrammes de rayonnement des structures à défaut n°4, à une couche (Figure VI-41) ou deux couches (Figure VI-57), on constate une nette augmentation de la directivité et aussi une importante réduction du rayonnement arrière. Intéressons-nous maintenant à une structure à trois couches.

#### VI.4.1.3 Structure à trois couches

Nous étudions la structure cylindrique comportant trois couches (Figure VI-59) de paramètres :  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{01}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$  et  $P_r=40\text{mm}$ .

Le coefficient  $|T_{i3}|$  de cette structure est donné par la Figure VI-60. La première résonance a lieu à environ 2,5GHz. Par rapport à la structure à deux couches la fréquence de résonance n'a pas beaucoup changé. Sont donnés également les points de fréquence où sont calculés les diagrammes de rayonnement des structures à défaut.

Les défauts sont appliqués de la manière suivante : lorsque  $n$  tiges sont retirées sur la première couche,  $2n-1$  sont retirées sur la deuxième couche et  $3n-2$  sont retirées sur la troisième. Comme précédemment, les diagrammes de rayonnement de six structures avec défaut sont étudiés.

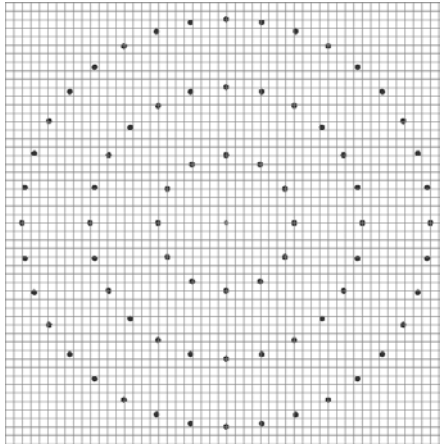


Figure VI-59 – Structure cylindrique à trois couches,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ .

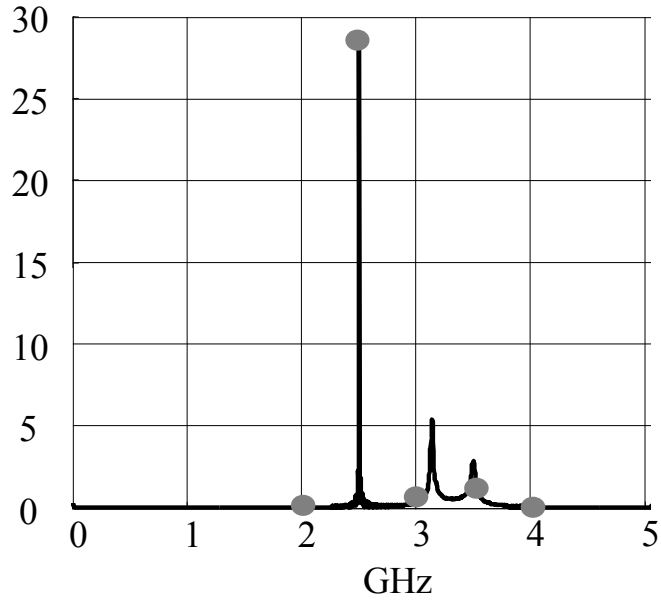


Figure VI-60 –  $|T_{13}|$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ .

La Figure VI-61 représente la structure *Défaut n°1* et la Figure VI-62 les diagrammes de rayonnement aux différentes fréquences. Par rapport aux structures à une et deux couches, la réduction du rayonnement arrière jusqu'à la fréquence 2,5GHz est due à l'accentuation de l'effet de la *bande interdite*.

L'augmentation de la directivité montre que ce n'est pas seulement la première couche qui joue un rôle mais les trois couches participent à la distribution du champ et donc à la formation du diagramme de rayonnement.

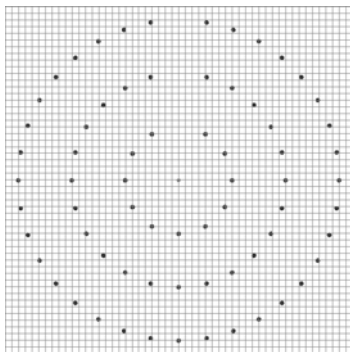


Figure VI-61 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°1.**

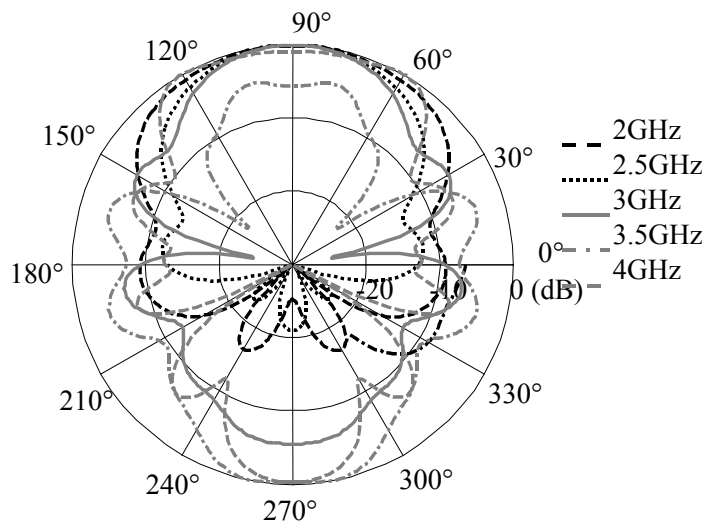


Figure VI-62 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°1.**

La structure *Défaut n°2* donne des diagrammes plus directifs que la structure *Défaut n°1* comme le montre la Figure VI-64.

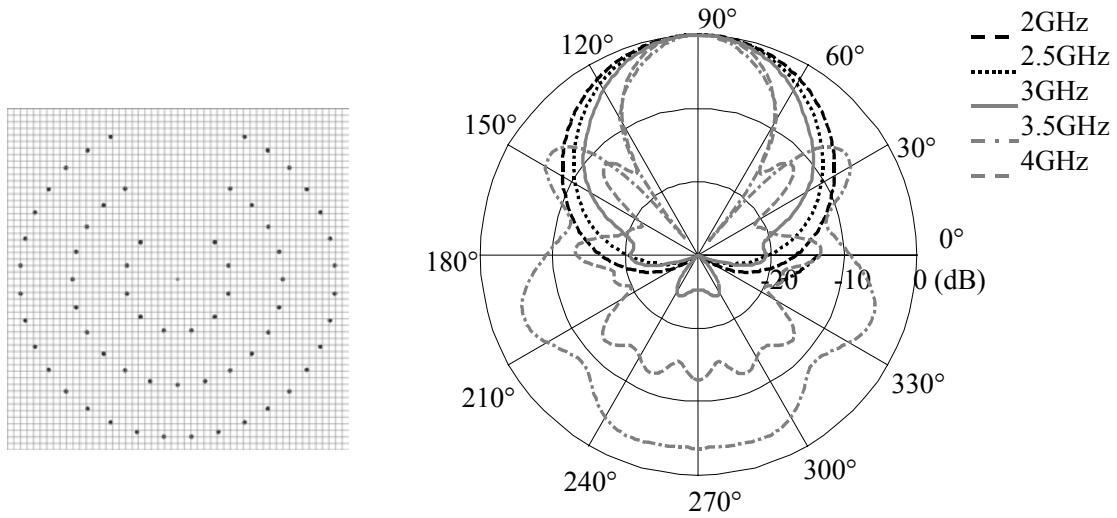


Figure VI-63 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°2.** (2, 3 et 4 tiges retirées).

Figure VI-64 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°2.**

En continuant à augmenter le nombre de défaut les diagrammes deviennent de plus en plus directifs jusqu'à la structure *Défaut n°4* (Figure VI-68).

Ensuite les diagrammes deviennent moins directifs si l'on continue à augmenter le nombre de défaut.

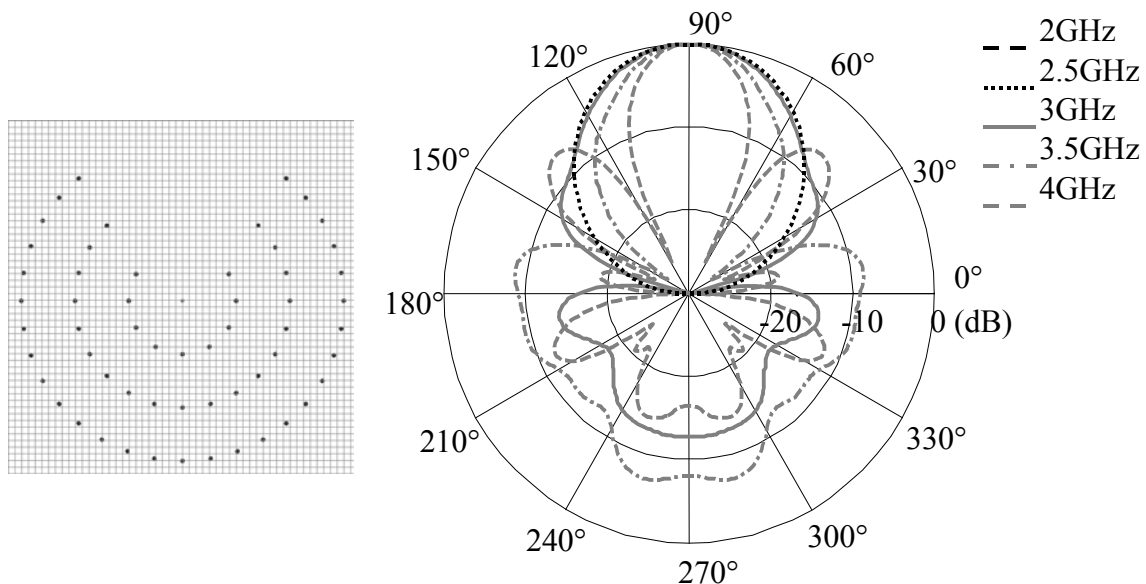


Figure VI-65 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°3**(3,5 et 7 tiges retirées).

Figure VI-66 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°3.**

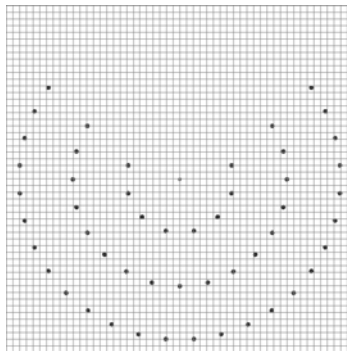


Figure VI-67 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°4** (4, 7 et 10 tiges retirées).

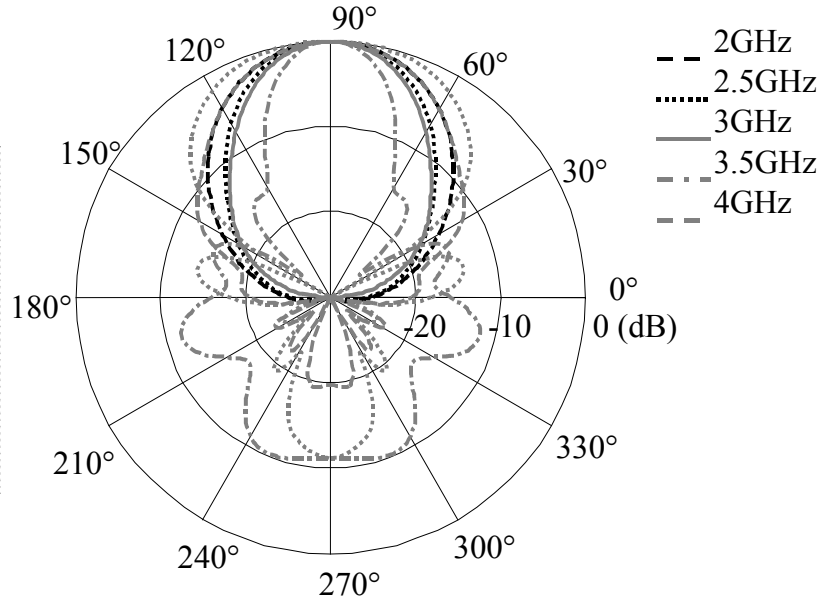


Figure VI-68 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°4**.

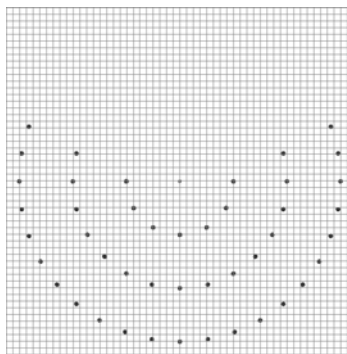


Figure VI-69 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°5** (5, 9 et 13 tiges retirées).

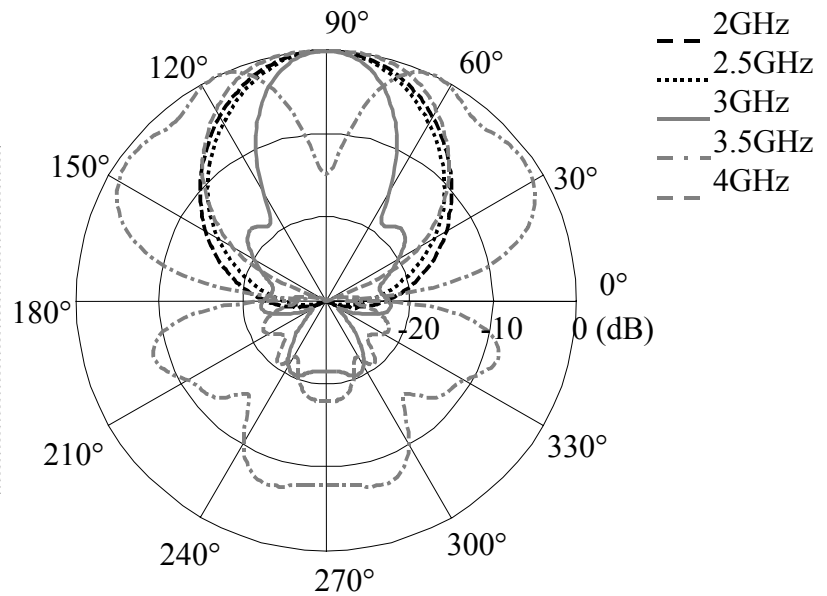


Figure VI-70 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°5**.

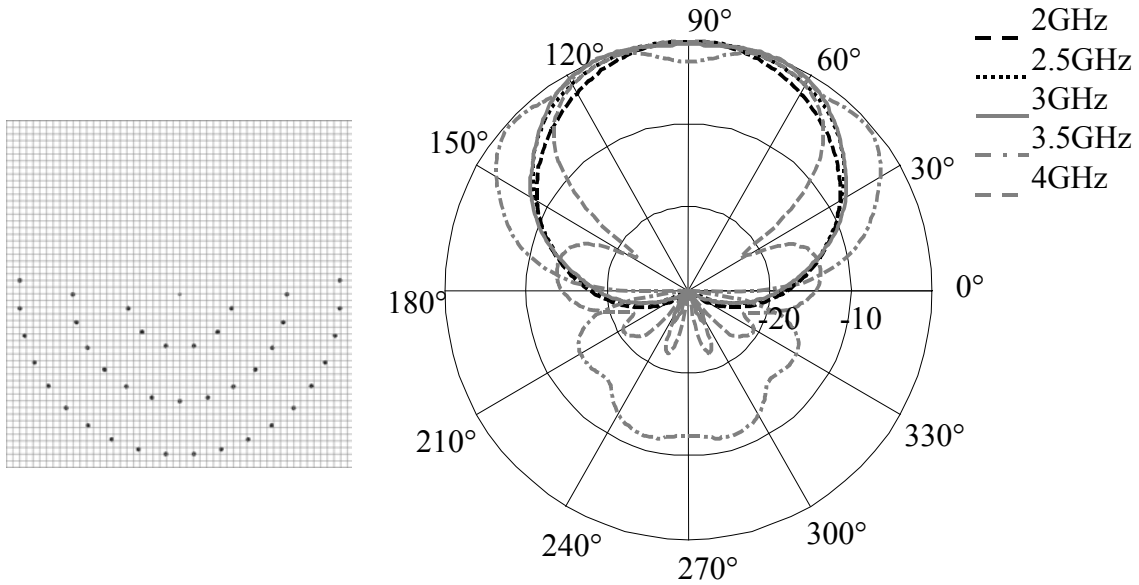


Figure VI-71 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°6**(6, 11 et 16 tiges retirées).

Figure VI-72 – Diagrammes de rayonnement aux différents points de fréquence de la structure **Défaut n°6**.

Le diagramme le plus directif est obtenu à la résonance de  $|T_{13}|$  (2,5Ghz). La Figure VI-73 redonne les diagrammes obtenus à cette fréquence pour les différentes structures. La structure *Défaut n°4* (Figure VI-74) donne le diagramme le plus directif. Celui-ci est rappelé sur la Figure VI-75. Il est à noter que les structures *Défaut n°4* et *Défaut n°3* donnent des diagrammes peu différents. La structure *Défaut n°3* (Figure VI-65) peut donc être préférée parce qu'elle nécessite moins de défaut.

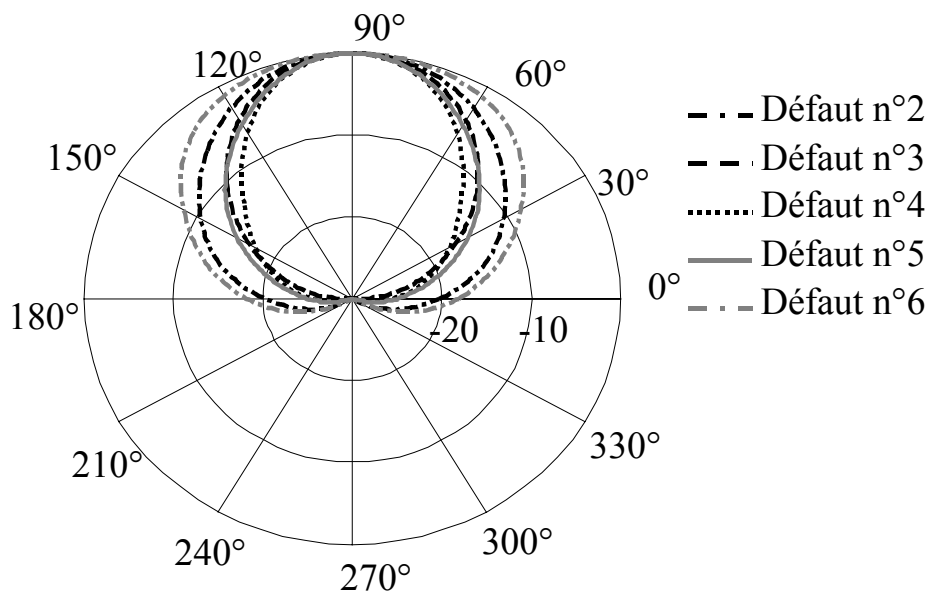


Figure VI-73 – Diagrammes de rayonnement à 2,5GHz pour les différentes structures à défaut

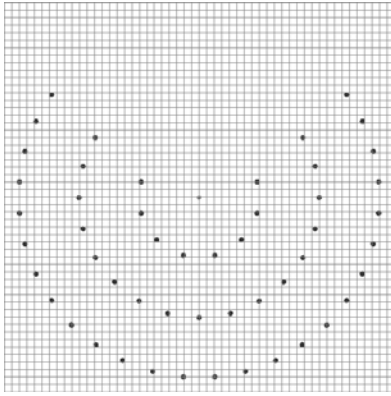


Figure VI-74 – Structure cylindrique à trois couches. **Défaut n°4**

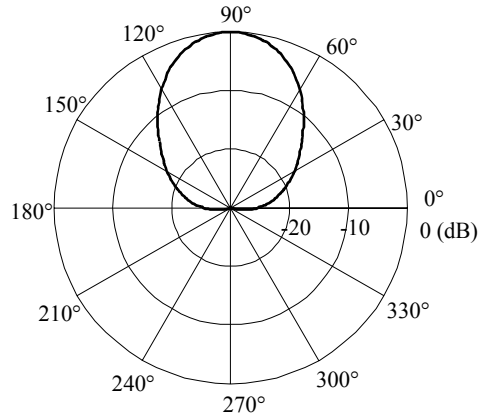


Figure VI-75 – Diagramme de rayonnement de la structure **Défaut n°4** à 2.5GHz

Nous avons poursuivi cette étude des structures à défaut jusqu'à six couches. Pour la structure à quatre couches lorsqu'on retire  $n$  couches dans la première on en retire  $2n-1$  dans la seconde,  $3n-2$  dans la troisième et  $4n-3$  dans la quatrième. On continue le même procédé pour les structures à cinq et six couches. On considère les structures où trois tiges sont retirées dans la première couche.

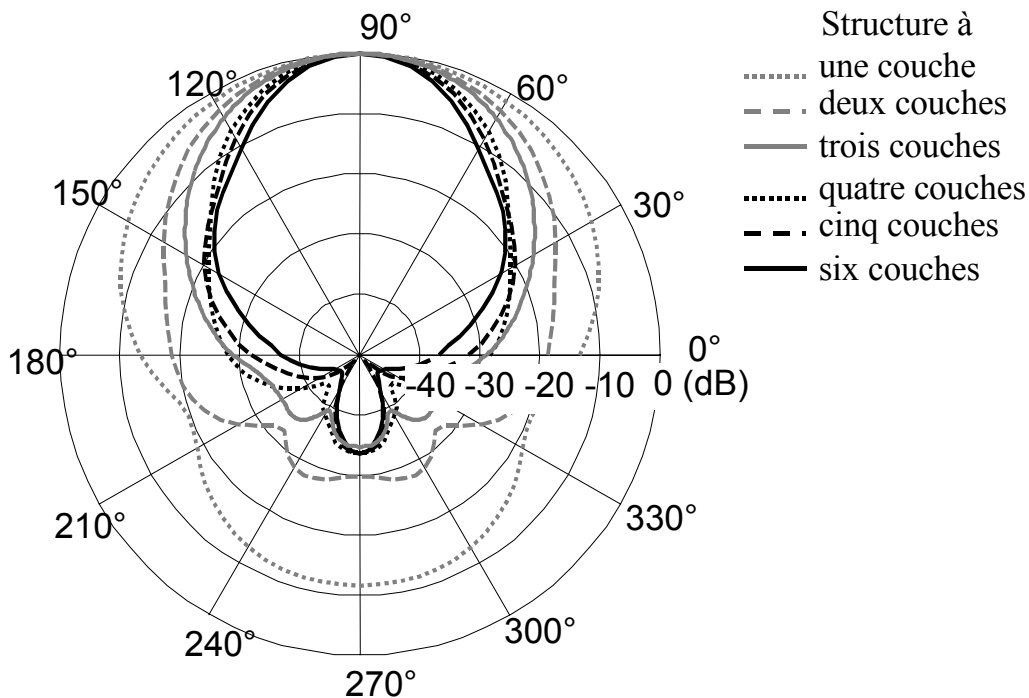


Figure VI-76 – Diagrammes de rayonnement optimaux à 2.5GHz en fonction du nombre de couches

La Figure VI-76 donne les diagrammes obtenus avec les structures allant de une à six couches à 2.5Ghz (Pour la structure à une couche les diagrammes de rayonnement à 2,5GHz et

2,58GHz sont quasiment identiques). Cette courbe met en évidence l'effet du nombre de couches.

Plus on augmente le nombre de couche et plus la structure sera directive. Par contre cette augmentation n'est pas proportionnelle au nombre de couche. Elle est nettement moindre quand on passe de 5 couches à 6 couches.

#### VI.4.2 Variation de la période transversale

Dans l'étude précédente (VI.4.1), nous avons gardé la période transversale  $P_t$  constante (Figure VI-77). On s'intéresse maintenant à la structure ayant la période angulaire  $P_\theta$  constante (Figure VI-78).

Le coefficient de transmission de cette structure (Figure VI-78b) montre qu'il n'y a pas d'effet de bande interdite. Le filtrage fréquentiel est essentiellement dû à la première couche.

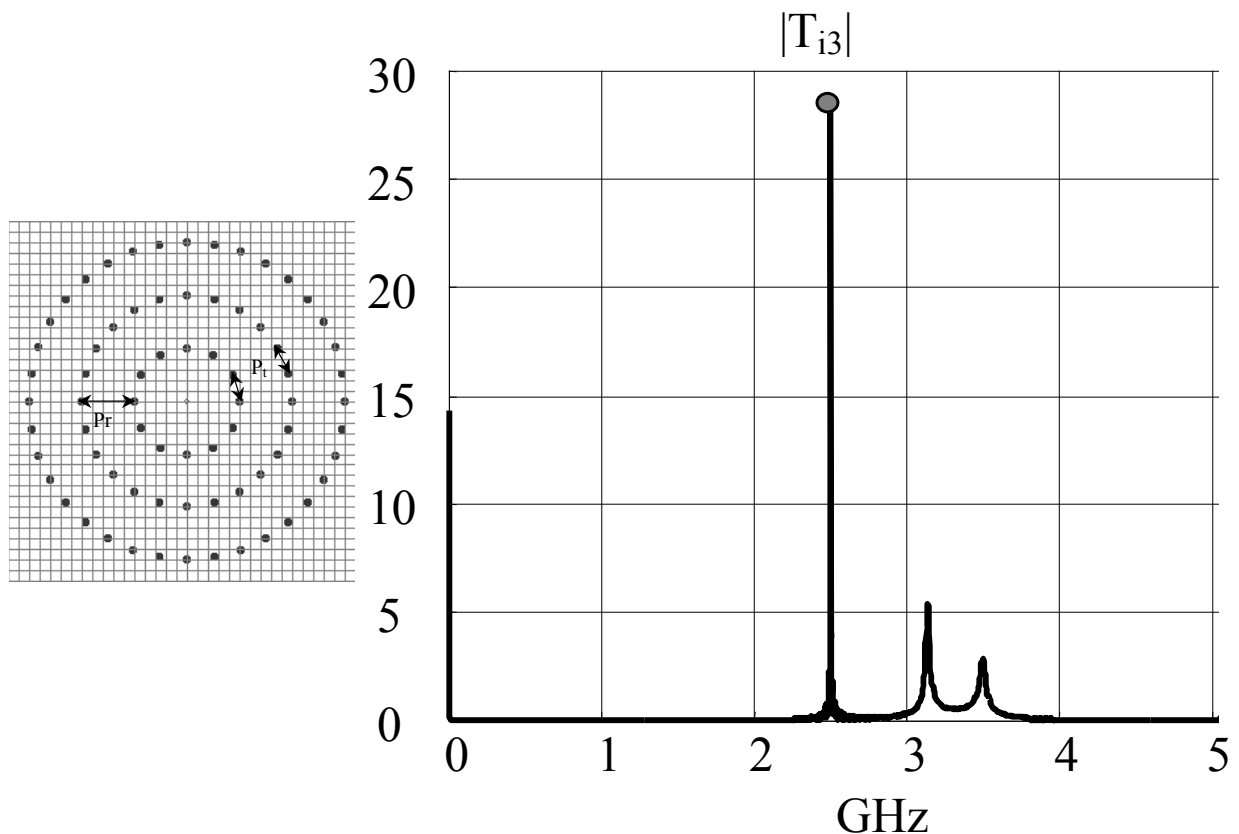


Figure VI-77 – Structure cylindrique à trois couches,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$   
 $P_t=\pi/6*40\text{mm}$  (constant) (a) Géométrie (b) Coefficient de transmission  $|T_{i3}|$ .



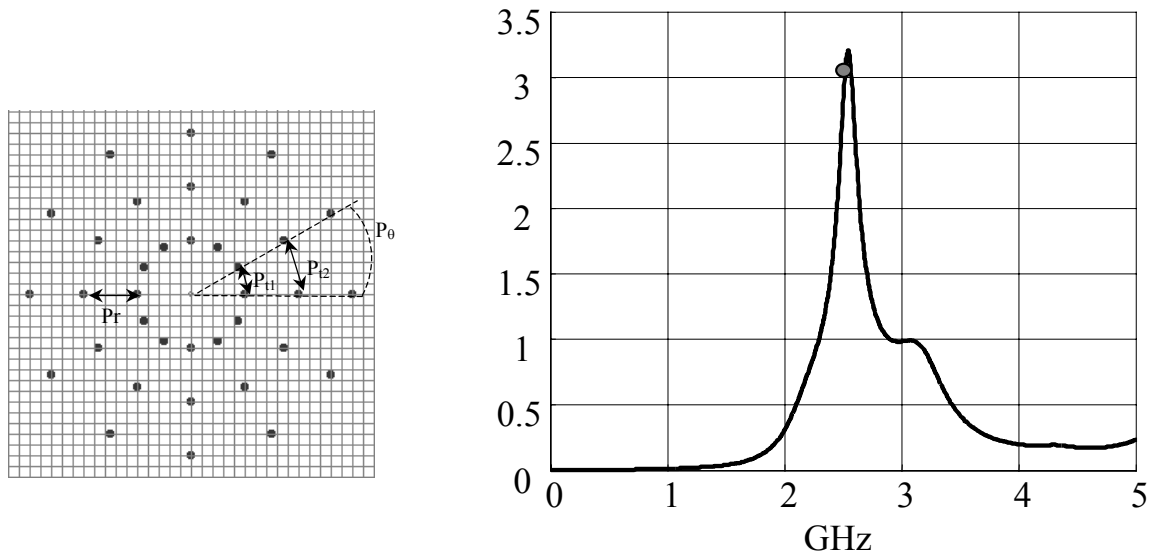


Figure VI-78 – Structure cylindrique à trois couches,  $C=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ ,  $P_\theta=\pi/6$  (constant).  
(a) Géométrie (b) Coefficient de transmission.

La Figure VI-79 compare les diagrammes obtenus avec les deux types de structures avec défaut. En plus de sa directivité plus faible, la structure à période angulaire constante possède un rayonnement arrière non négligeable. Ce rayonnement arrière est impossible à réduire même en augmentant le nombre de couches à cause des caractéristiques différentes de chacune des couches.

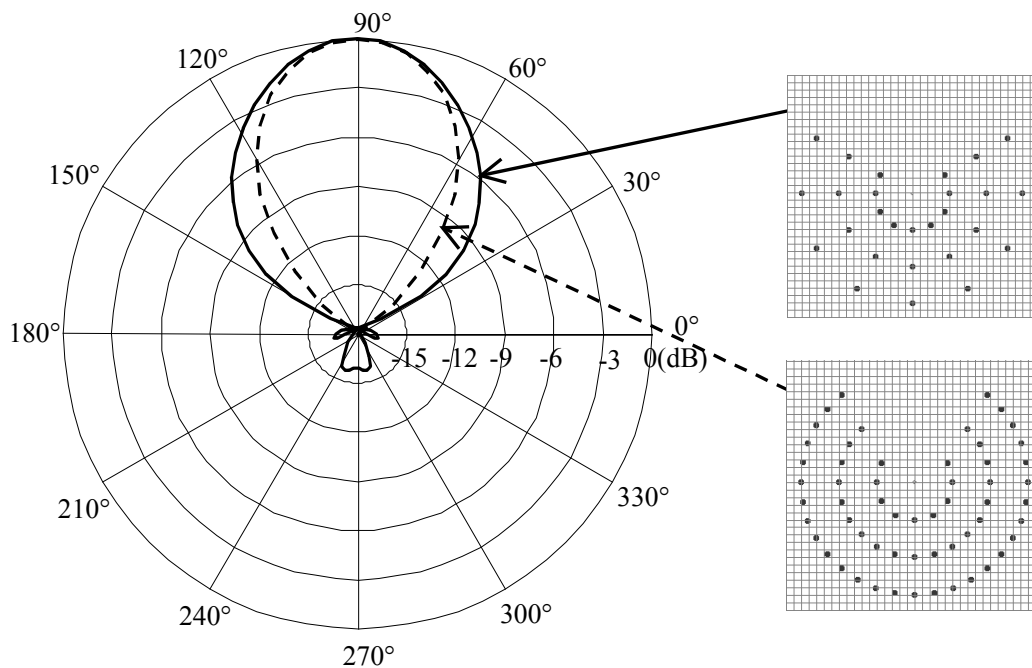


Figure VI-79 – diagrammes de rayonnement obtenus pour les deux structures avec défaut à 2,5 GHz.

### VI.4.3 Mesure

Nous avons effectué des mesures afin de valider l'augmentation de directivité obtenue avec une structure cylindrique mono-couche avec défaut. La Figure VI-80 représente la structure mesurée. La structure cylindrique est excitée par un monopôle.

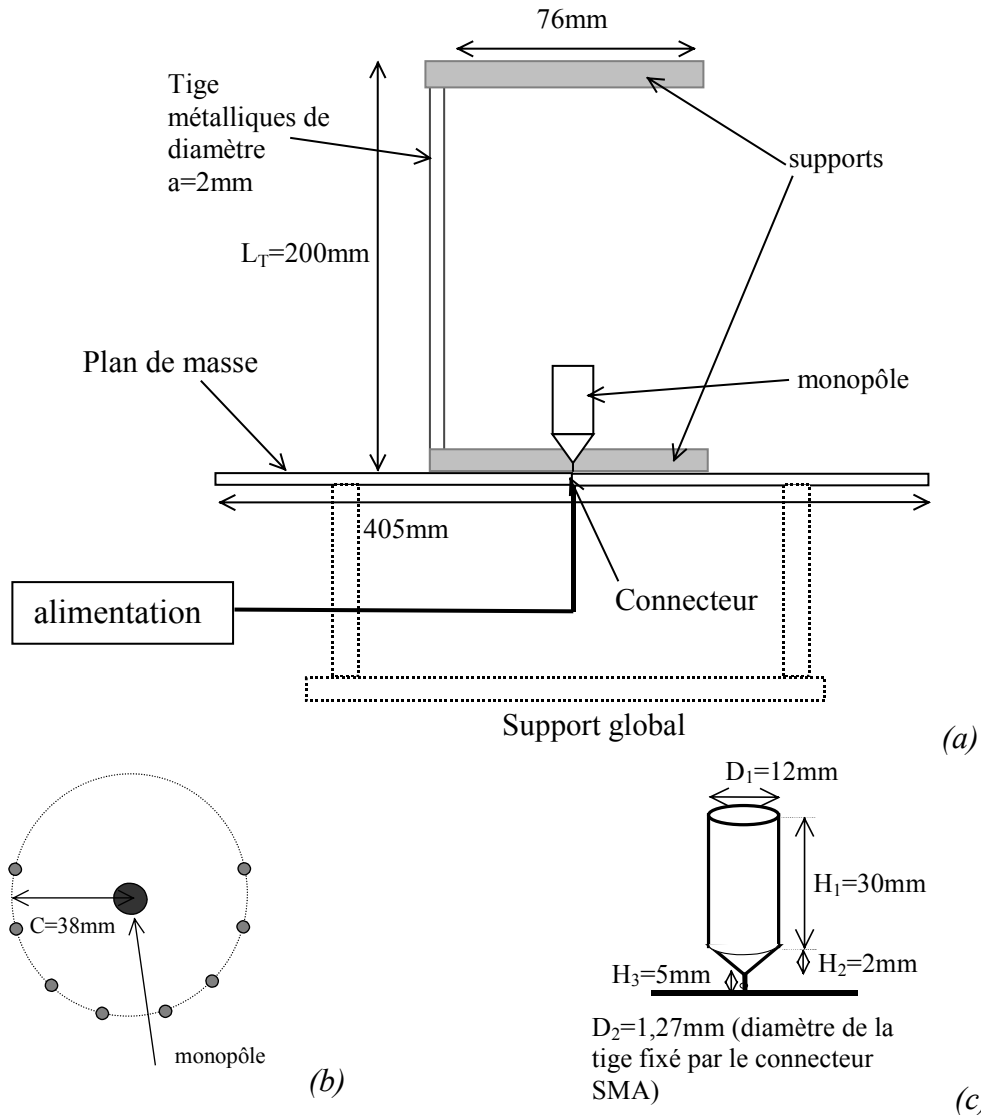


Figure VI-80 – Surface cylindrique de tiges métalliques avec 4 tiges retirées (a) Schéma de la structure totale (b) Vue en coupe montrant le défaut appliqué à la structure cylindrique (c) Dimensions du monopôle.

Les tiges métalliques sont de longueur  $L_T=200\text{mm}$  et le rayon  $C$  est de  $38\text{mm}$ . Le défaut est appliqué en retirant quatre tiges de la structure cylindrique (Figure VI-80b). Les dimensions du monopôle sont donnés sur la Figure VI-80c.

La Figure VI-81 représente des photographies de la structure sans défaut et avec défaut.

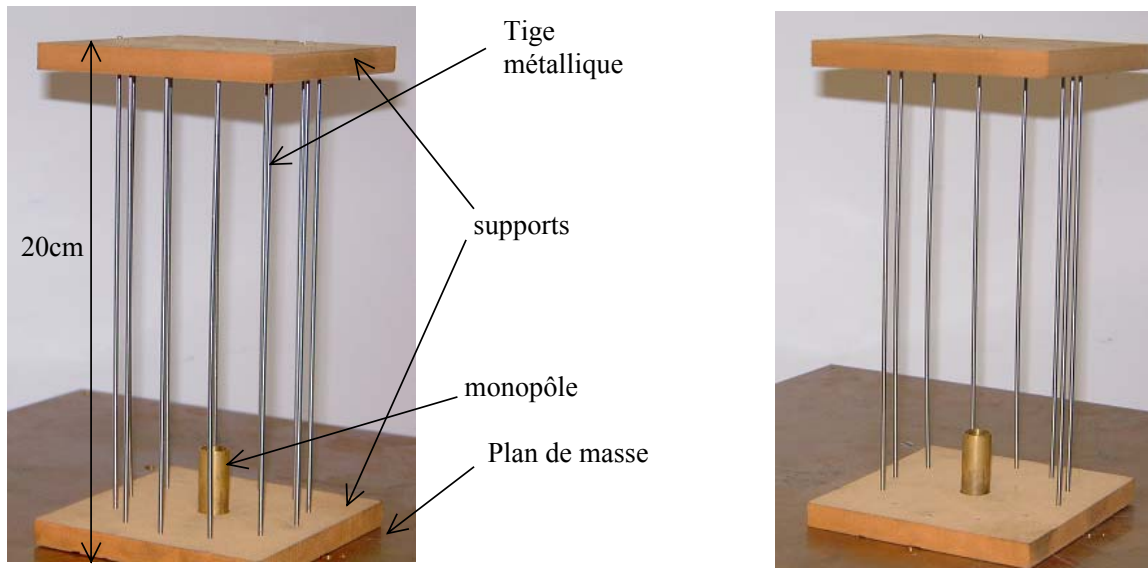


Figure VI-81 – Structure cylindrique mono-couche avec monopôle (a) Sans défaut (b) Avec défaut (quatre tiges retirées).

Le diagramme de rayonnement dans le plan H est donné sur la Figure VI-82. Il y a une légère asymétrie due au circuit d'alimentation du monopôle. L'ouverture angulaire à  $-3\text{dB}$  est de  $93^\circ$ . On peut comparer ce diagramme à celui obtenu pour le cas idéal avec  $C=38\text{mm}$  (Figure VI-82).

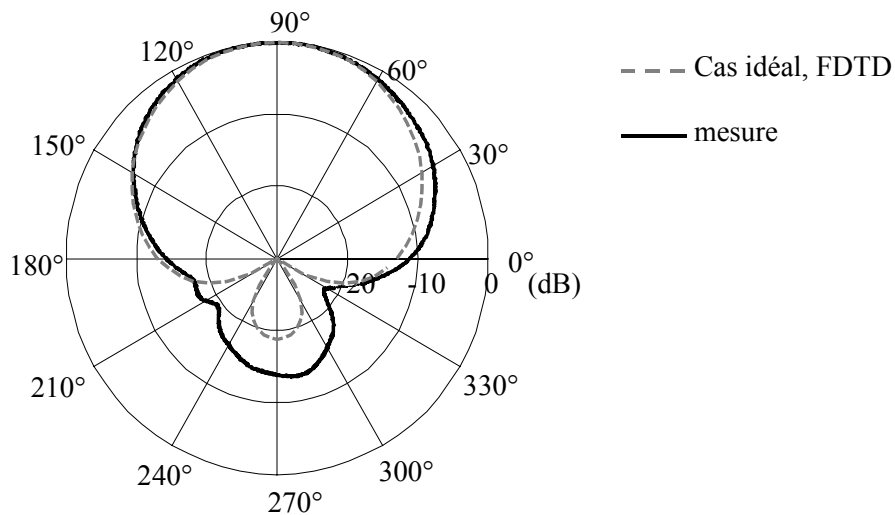


Figure VI-82 – Diagramme de rayonnement dans le plan H à 2,5GHz.

Du point de vue de l'ouverture angulaire, les diagrammes sont très proches. La mesure donne un rayonnement arrière légèrement supérieure au cas idéal.

La mesure valide donc notre étude.

## **VI.5 Conclusion**

Ce chapitre avait pour objectif l'analyse du comportement fréquentiel des structures périodiques cylindriques et l'étude des diagrammes de rayonnement de ces structures avec défaut.

Nous avons développé des formules nouvelles permettant d'obtenir la caractérisation des surfaces périodiques angulairement et des structures ayant une périodicité radiale.

L'introduction de défauts a permis d'obtenir des structures pouvant augmenter la directivité d'une antenne placée au centre. La mesure a confirmé la théorie pour une structure à une couche.

Nous utiliserons ces nouvelles structures périodiques pour des applications en antennes, dans le chapitre suivant.



## **CHAPITRE VII :**

# **Structures périodiques cylindriques appliquées aux antennes**

---

### **VII.1 Introduction**

Dans ce chapitre, nous présentons deux applications des structures périodiques cylindriques.

La première application est la diversité de faisceau. Elle est obtenue en décentrant la source, ce qui permet de créer des diagrammes différents à différentes fréquences.

La seconde application, qui constitue l'application principale de la thèse, concerne le projet RNRT dont le but est de réaliser une antenne permettant de créer un faisceau directif contrôlable tournant sur  $360^\circ$  à l'aide d'un matériau à BIP.

La structure qui a été retenue n'appartient pas aux réseaux de Bravais [49] (en d'autres termes il n'y a pas de cellule élémentaire dans la structure) parce qu'aucun de ces réseaux n'aurait permis d'obtenir un faisceau identique tournant sur  $360^\circ$  avec le pas angulaire quelconque. Les structures périodiques cylindriques multicouches étudiées dans le chapitre précédent, par contre, ont l'avantage de la symétrie de révolution et peuvent être utilisées pour le projet.

### **VII.2 Diversité de faisceau (source décentrée)**

Le but de la diversité de faisceau est de créer des diagrammes de rayonnement non corrélés afin de réduire le problème du fading de Rayleigh. La diversité de faisceau peut être obtenue avec une structure périodique cylindrique si la source est décentrée.

On considère la structure représentée par la Figure VII-1. Rappelons les paramètres de la structure :  $P_\theta$  : période angulaire (en radian) ;  $C$  : rayon de la couronne ;  $P_t$  : période

transversale (en mm),  $P_t = P_0 * R$ . La distance de la source par rapport au centre est appelée  $d$ . Un point d'observation est positionné comme le montre la Figure VII-1. Le rapport du champ total sur le champ incident  $E_{tot}/E_{inc}$  est calculé au niveau de ce point d'observation.

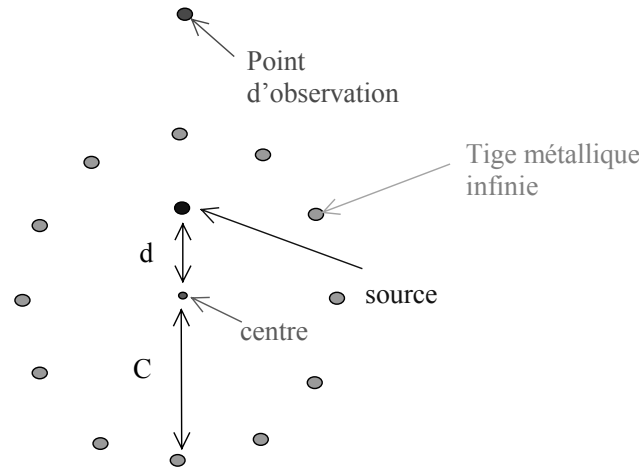


Figure VII-1 – Source dans une cavité cylindrique. La source est décalée d'une distance  $d$  du centre de la cavité.

On considère les caractéristiques suivantes :  $C=100\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_0 = \pi/6$ ,  $d=76\text{mm}$ .

La Figure VII-2 donne le coefficient de transmission  $|T_i|$  lorsque la source est centrée. La Figure VII-3 donne le coefficient  $|E_{tot}/E_{inc}|$  en fonction de la fréquence. Le premier lieu de résonance est commun aux deux cas.

La Figure VII-4 représente les diagrammes de rayonnement de la structure obtenus aux fréquences correspondant aux maxima de  $|E_{tot}/E_{inc}|$  ( $F_1$ ,  $F_3$  et  $F_5$ , cf. Figure VII-2). La Figure VII-5 donne les diagrammes de rayonnement aux minima  $|E_{tot}/E_{inc}|$  ( $F_2$ , et  $F_4$ , cf. Figure VII-2).

A ces différentes fréquences les diagrammes de rayonnement sont différents. Le diagramme à  $F_1$  est quasiment omnidirectionnel. A  $F_3$ , il y a deux lobes et à  $F_5$ , il y en a quatre. A  $F_2$  il y a un seul lobe et à  $F_4$  il y en a trois. Le nombre de lobes est donc égale à  $n-1$ ,  $n$  (allant de 1 à 5) étant l'indice de la fréquence  $F_n$ .

En décalant la source par rapport au centre il est donc possible de créer des diagrammes différents pour différentes fréquences.

**Pour réaliser la diversité de faisceau à fréquence fixe**, on déplace la source. Par exemple si on est à la fréquence  $F_3$ , lorsque la source est au centre le diagramme est omnidirectionnel, en décalant la source on obtient deux lobes qui peuvent tourner sur  $360^\circ$ , en faisant tourner (ou commuter) la source sur un cercle autour du centre.

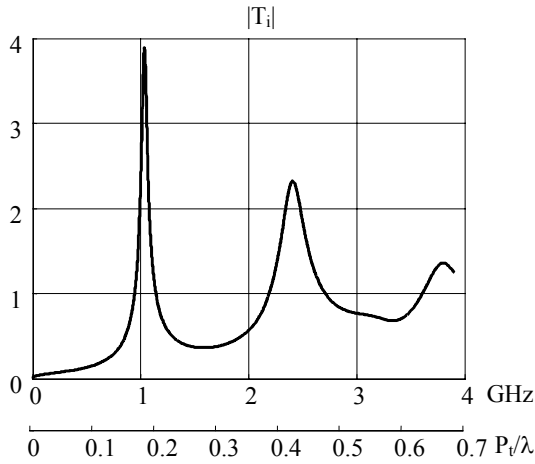


Figure VII-2 – Coefficient de transmission  $|T_i|$ , la source est centrée.

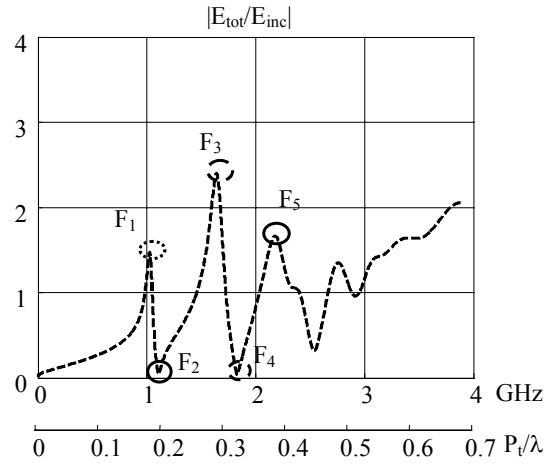


Figure VII-3 –  $|E_{tot}/E_{inc}|$ , la source est décentrée de  $d=76\text{mm}$ .

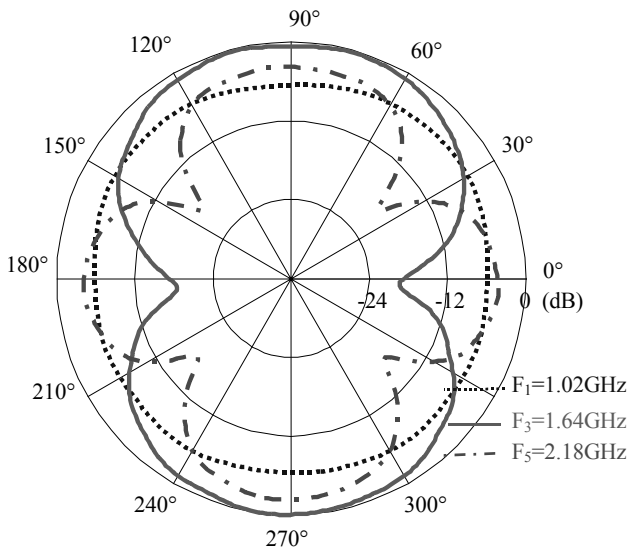


Figure VII-4 – Diagrammes de rayonnement pour les fréquences correspondant aux maxima.

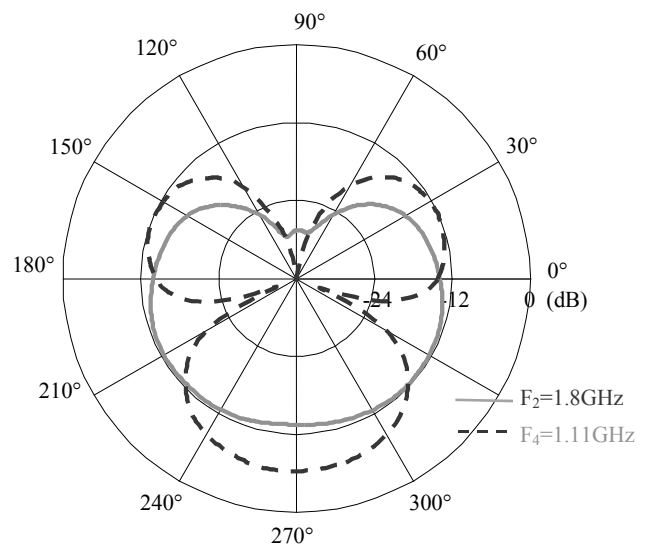


Figure VII-5 – Diagrammes de rayonnement pour les fréquences correspondant aux minima.

### VII.3 Application UMTS

En augmentant le nombre de couches, nous avons pu obtenir pour des applications pratiques en station de base, un niveau de rayonnement arrière inférieur à  $-30\text{dB}$  et une ouverture angulaire inférieure à  $30^\circ$  avec une structure cylindrique.



La Figure VII-6 présente la structure complète à six couches sans défaut permettant de fixer la fréquence de travail (structure cylindrique à 6 couches,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$  et  $P_r=40\text{mm}$ ) et la Figure VII-8, la structure avec défaut. Le coefficient  $|T_{i6}|$  de la structure sans défaut est donné sur la Figure VII-7. Il existe une bande interdite en basse fréquence jusqu'à  $2,5\text{GHz}$ .

La Figure VII-9a donne le coefficient de transmission de la structure avec défaut pour un point se trouvant face au défaut. On voit que la transmission est maintenant autorisée dans une bande en basse fréquence.

Les diagrammes de rayonnement en limite de bande de l'UMTS ( $1.8\text{GHz}$  et  $2.17\text{GHz}$ ) de la structure avec défaut sont donnés sur la Figure VII-9b.

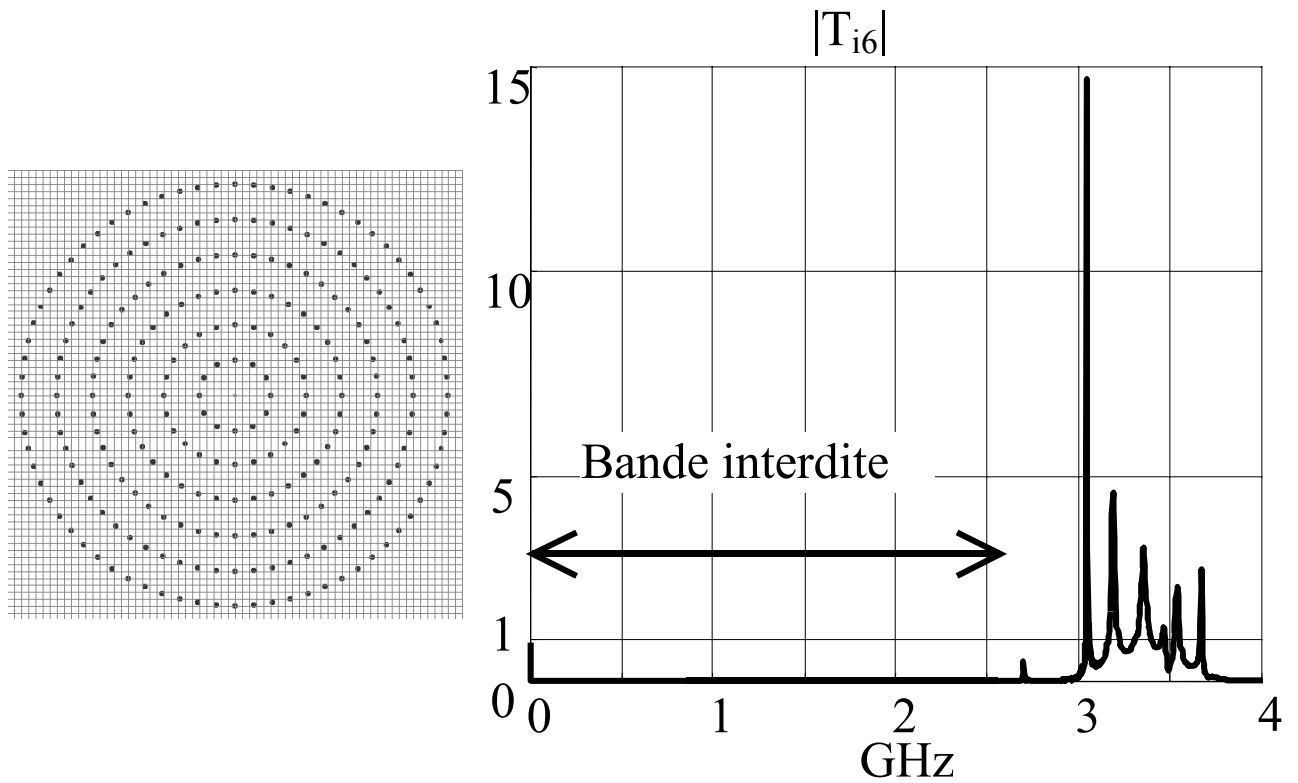


Figure VII-6 – Structure cylindrique à 6 couches  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ .

Figure VII-7 –  $|T_{i6}|$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta 1}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ .

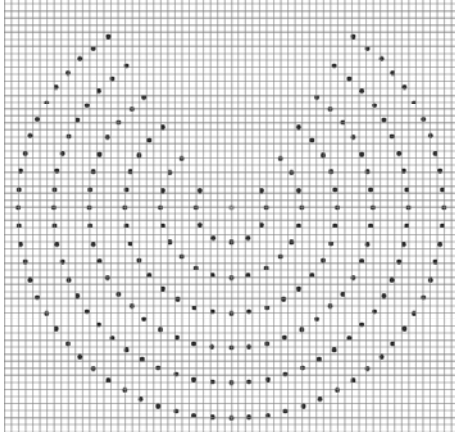


Figure VII-8 – Structure cylindrique à défaut  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/6$ ,  $a=2\text{mm}$ .  
 $P_r=40\text{mm}$ .

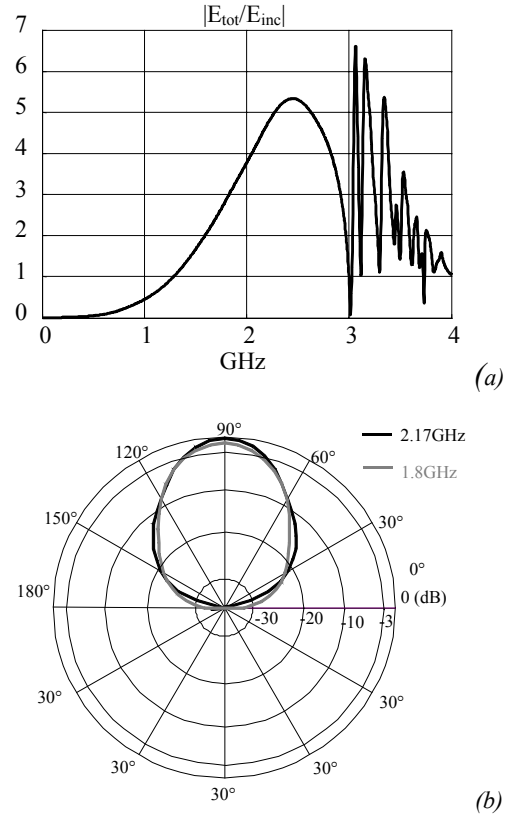


Figure VII-9 – Diagramme de rayonnement de la structure de la figure précédente à 1,8 et 2,17GHz.

Pour réduire la complexité et le coût éventuel de réalisation, nous avons souhaité réduire le nombre de tiges. On considère maintenant la structure à six couches avec la période angulaire de  $\pi/3$  pour la première couche (Figure VII-10). Le coefficient de transmission de cette structure est donné par la Figure VII-11.

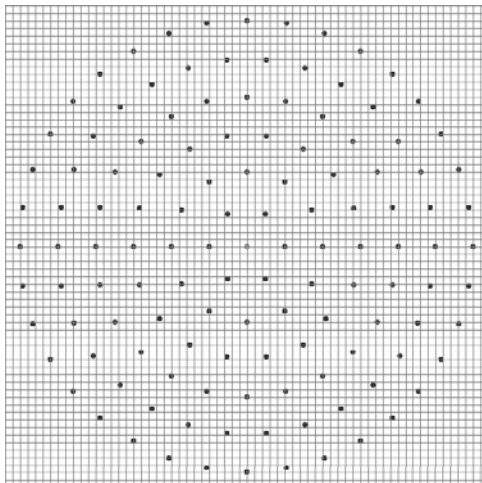


Figure VII-10 – Structure cylindrique à 6 couches  
 $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/3$ ,  $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$ .

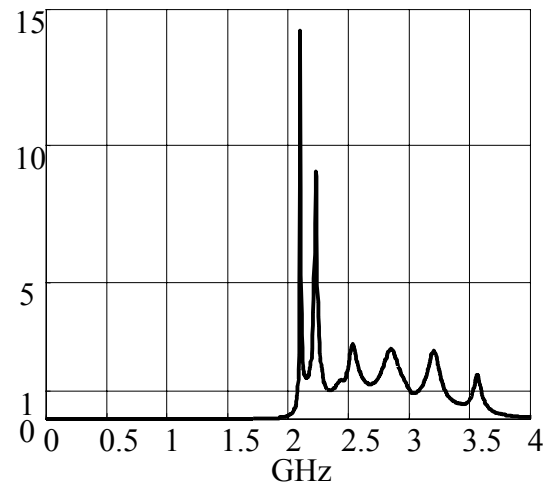


Figure VII-11 –  $|T_{i6}|$ ,  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/3$ ,  
 $a=2\text{mm}$ .  $P_r=40\text{mm}$ .

Le diagramme de rayonnement (Figure VII-13) de la structure optimale (Figure VII-12), est moins directif que celui de la structure précédente (Figure VII-9).

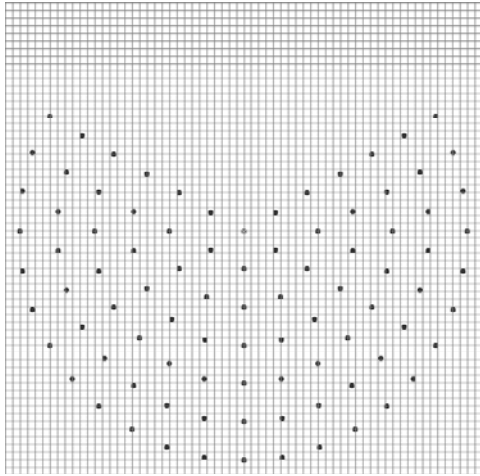


Figure VII-12 – Structure cylindrique à 6 couches avec défaut  $C=40\text{mm}$ ,  $P_{\theta l}=\pi/3$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ .

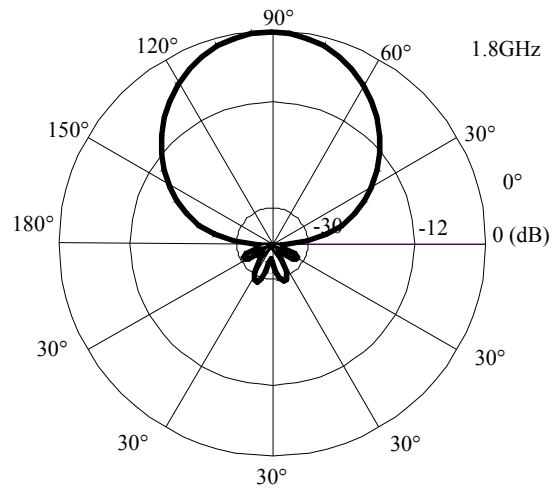


Figure VII-13 – Diagramme de rayonnement de la structure de la figure précédente à 1,8GHz.

## VII.4 Projet RNRT : “Réalisation d’un matériau à BIP multibande actif, pour les fréquences correspondant aux bandes occupées par le GSM et l’UMTS”

### VII.4.1 Présentation du projet RNRT

Le projet RNRT s’intitule “Réalisation d’un matériau à BIP multibande actif, pour les fréquences correspondant aux bandes occupées par le GSM et l’UMTS”. Ce projet est une collaboration entre l’IETR, FRANCE TELECOM, l’IEF d’Orsay et la société ADVENTEN (qui chargée de la fabrication). L’objectif est de réaliser une antenne permettant de créer un faisceau directif contrôlable pouvant tourner sur  $360^\circ$  à l’aide d’une seule source primaire hyperfréquence et d’une commande par tension continue. L’antenne doit fonctionner dans les bandes GSM et UMTS (0,89GHz-0,96GHz, 1,77GHz-1,98GHz et 2,11GHz-2,17GHz).

Les antennes à balayage électronique utilisent en général un réseau d’alimentation à phase prédéfinie qui fournit plusieurs ports de sortie, correspondant chacun, à un faisceau de direction fixée. Des BTS de ce type ont été expérimentées aux Etats-Unis et en Europe. L’inconvénient principal de cette méthode est le nombre élevé d’éléments rayonnants et donc son coût élevé.

La solution proposée par l’IETR pour réaliser ces antennes à commutation de faisceau est d’utiliser un élément rayonnant placé au cœur d’une structure périodique passive rendue

reconfigurable par l'insertion de composants actifs (diode, transistor, MEMS...) [28][29]. Cette solution alternative n'implique pas le circuit d'excitation de l'antenne, mais seulement son environnement proche pour réaliser la commutation, limitant ainsi les pertes. Dans les références [28][29], les auteurs proposent des structures périodiques à mailles cartésiennes pour créer la commutation de faisceau. L'inconvénient de ces structures est que, du fait qu'elles ne possèdent pas de symétrie de révolution, les choix du pas angulaire et de l'angle de dépointage étaient limités. La structure cylindrique proposée ici permet de remédier à ce problème (Figure VII-14).

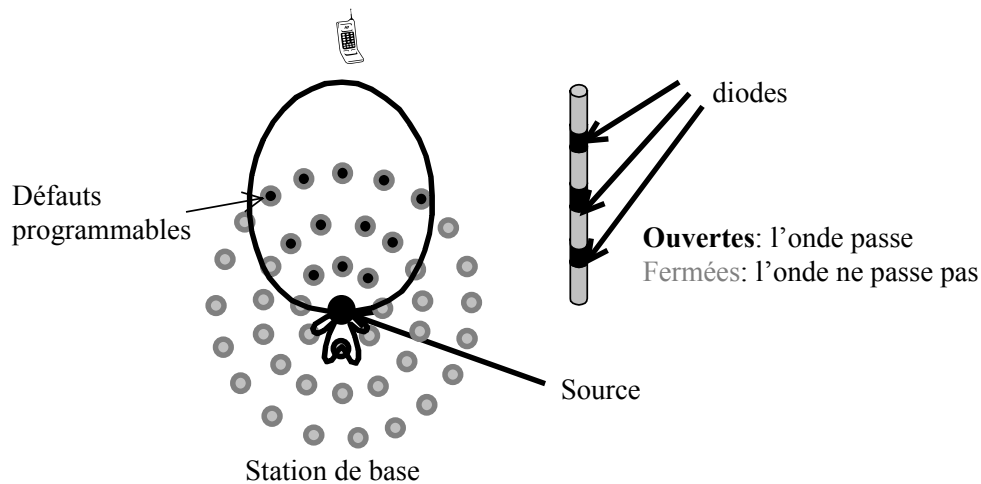


Figure VII-14 – Principe de la commutation de faisceau avec la structure cylindrique.

Dans le cadre du projet, il s'agissait dans un premier temps de déterminer l'antenne centrale large bande GSM-UMTS à utiliser. Ensuite, la “ bande interdite ” d'une structure périodique cylindrique de tiges métalliques continues a été calée avec la bande de fréquence qui nous intéresse. L'insertion de défaut en retirant dans un premier temps des tiges, puis en rendant les tiges discontinues, nous a permis de créer des modes de “défauts” c'est à dire des bandes de propagation dans la bande interdite [3].

#### VII.4.2 Choix de l'antenne

Pour répondre au cahier des charges, l'antenne doit posséder une bande passante d'une octave (pour couvrir les bandes GSM et UMTS) et une symétrie de révolution (pour créer un faisceau contrôlable sur 360°).

Compte tenu de sa simplicité de réalisation et d'utilisation, nous avons choisi un monopôle épais (qui ne nécessite pas de symétriseur).

La Figure VII-15 présente la géométrie de l'antenne monopôle à embase conique.

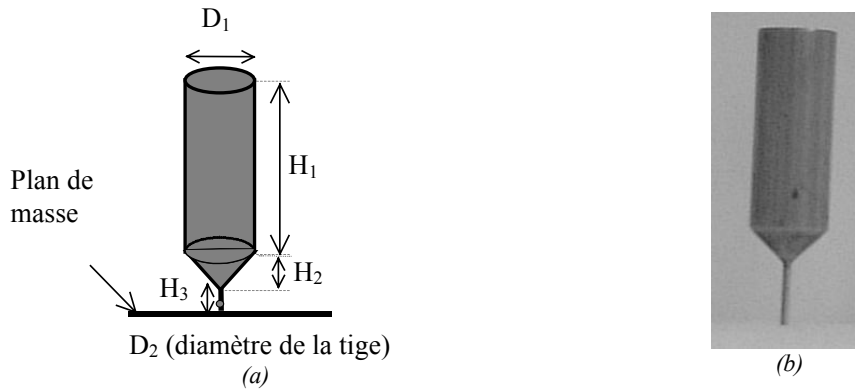


Figure VII-15 – Antenne monopôle épais. (a) Paramètres de l'antenne (b) Photo.

Les paramètres suivants permettent de régler le comportement fréquentiel de l'antenne :

- Le rapport  $D_1/H_1$  règle principalement la largeur de bande
- La hauteur totale  $H_1 + H_2 + H_3$  fixe la fréquence centrale
- $H_2$  et  $D_1$  permettent la transition ligne-cylindre et contribuent à l'adaptation de l'antenne
- $H_3$  contribue à l'adaptation de l'antenne
- $D_2$  est fixé par la ligne coaxiale à 1.27mm

Ces paramètres ont été optimisés pour obtenir une bande passante de plus d'une octave nécessaire pour un fonctionnement simultané sur les bandes GSM-GPRS (0,89GHz-0,96GHz), DCS (1,77GHz-1,98GHz) et UMTS (2,11GHz-2,17GHz). La Figure VII-16 montre que l'antenne est adaptée de 850 à 2200 MHz. Les paramètres optimisés sont les suivants :  **$D_1=22.8\text{mm}$ ,  $H_1=57\text{mm}$ ,  $H_2=7.6\text{mm}$ ,  $D_2=1.27\text{mm}$ ,  $H_3=3.8\text{mm}$ .**

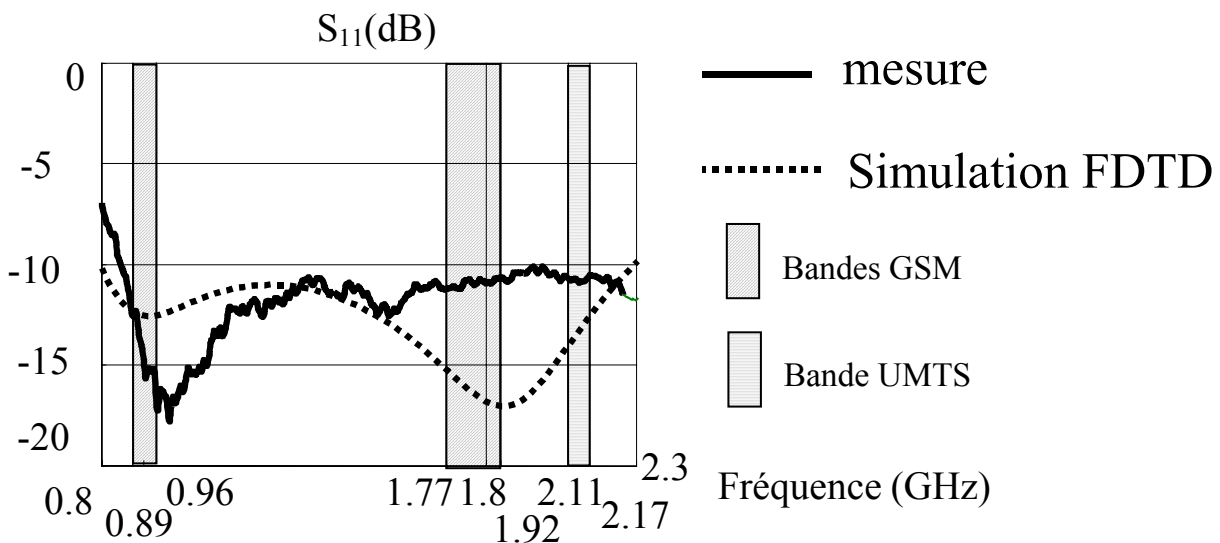


Figure VII-16 – Coefficient de réflexion (adaptation) de l'antenne.

La Figure VII-17 présente le diagramme de rayonnement dans le plan E (simulation FDTD) pour les fréquences limites 0.89GHz et 2.17GHz et la fréquence centrale 1.535GHz.

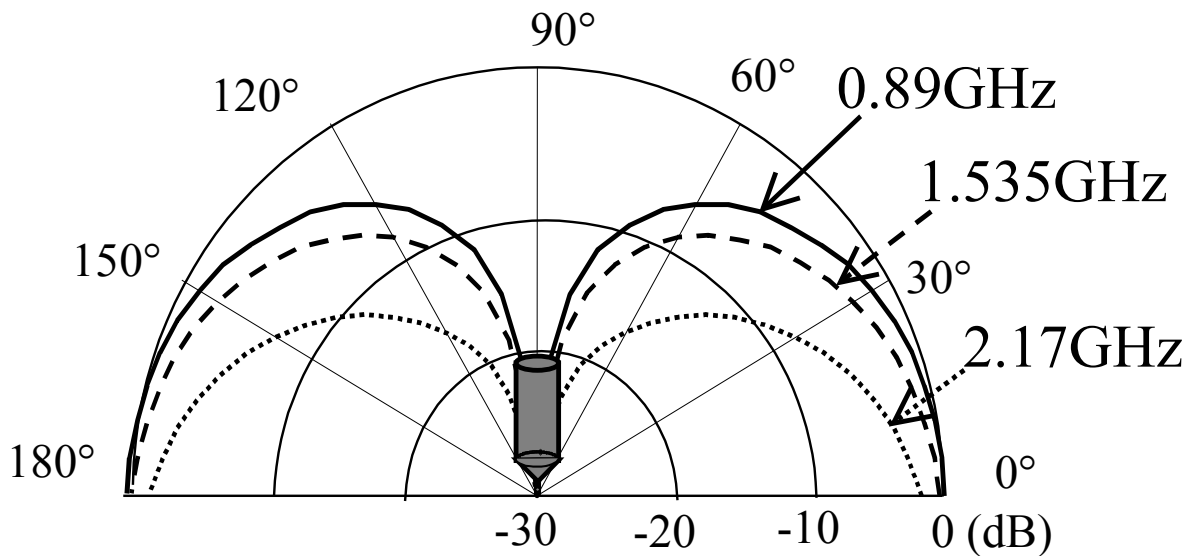


Figure VII-17 – Diagramme dans le plan E.

#### VII.4.3 Monopôle et structure cylindrique mono-couche (premier prototype)

La structure étant complexe, un premier prototype simple doit être réalisé. Ce projet de réalisation concerne une structure cylindrique avec une seule couche. Il est donc plus simple que le projet final mais il doit permettre de valider le procédé de fabrication.

- *Etude de la structure cylindrique à une couche immergée dans un diélectrique*

La structure cylindrique avec une couche est immergée dans une mousse de permittivité 1,2 (cf. Figure VII-18a).

Les paramètres de la structure sont  $C=100\text{mm}$ ,  $P_0=15^\circ$  (soit 24 tiges),  $a=2\text{mm}$ .

La Figure VII-18b donne le coefficient de transmission  $|T_i|$  de la structure et donne également le coefficient de transmission obtenu sans le diélectrique.

On constate que le diélectrique fait baisser les fréquences de résonance.

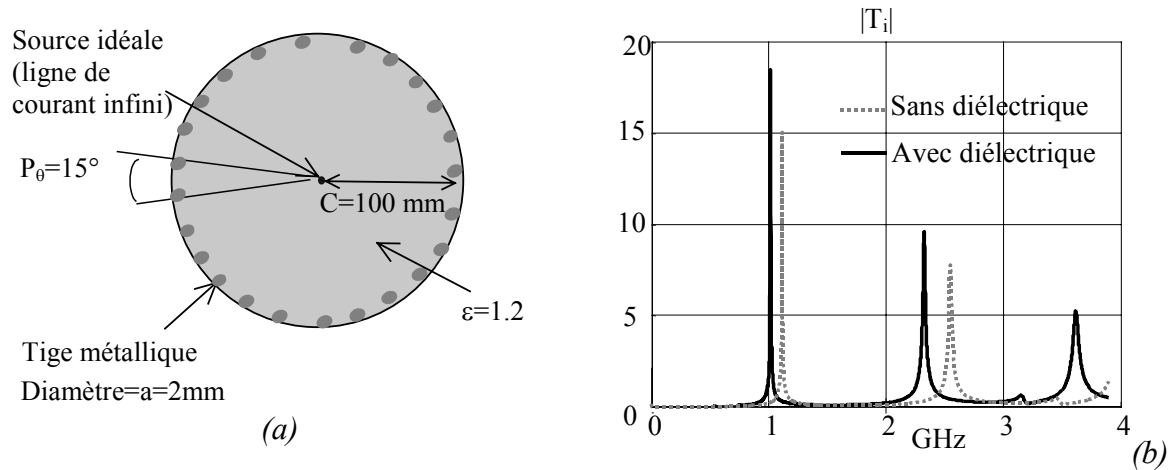


Figure VII-18 – (a) Géométrie de la structure périodique cylindrique immergée dans une mousse de permittivité 1,2. (b) Coefficient de transmission  $|T_i|$  avec et sans le diélectrique.

La Figure VII-19 et la Figure VII-20 donnent les digrammes de rayonnement à 0,89GHz et 2,17GHz pour les différentes structures avec défaut, avec une excitation par source idéale. Les structures allant de une à quinze défauts sont considérées (une à 15 tiges retirées).

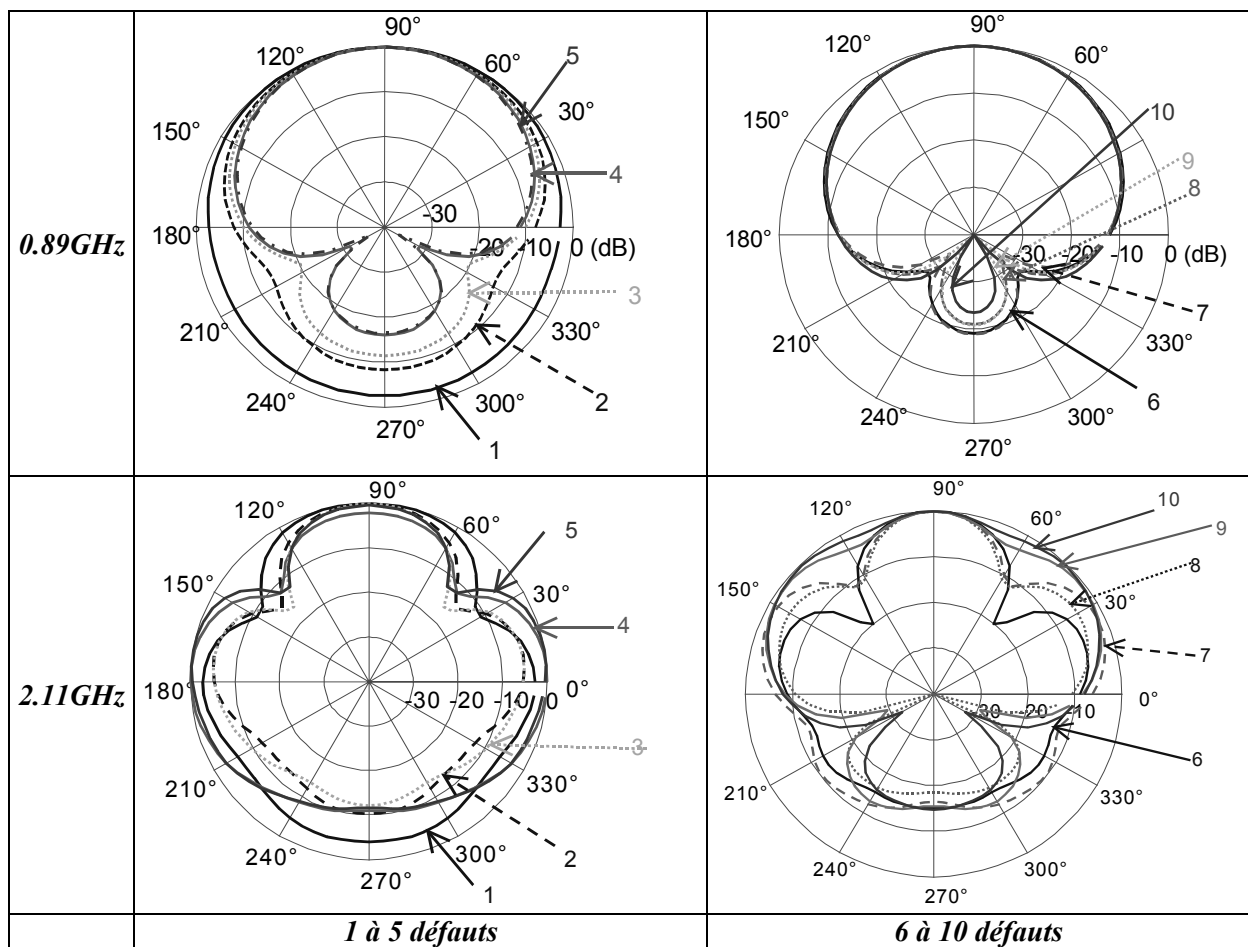


Figure VII-19 – Diagrammes de rayonnement simulés (FDTD) à  $F=0,89\text{ GHz}$  et  $F= 2,11\text{ GHz}$ , pour un nombre de tiges retirées variant de 1 à 10.

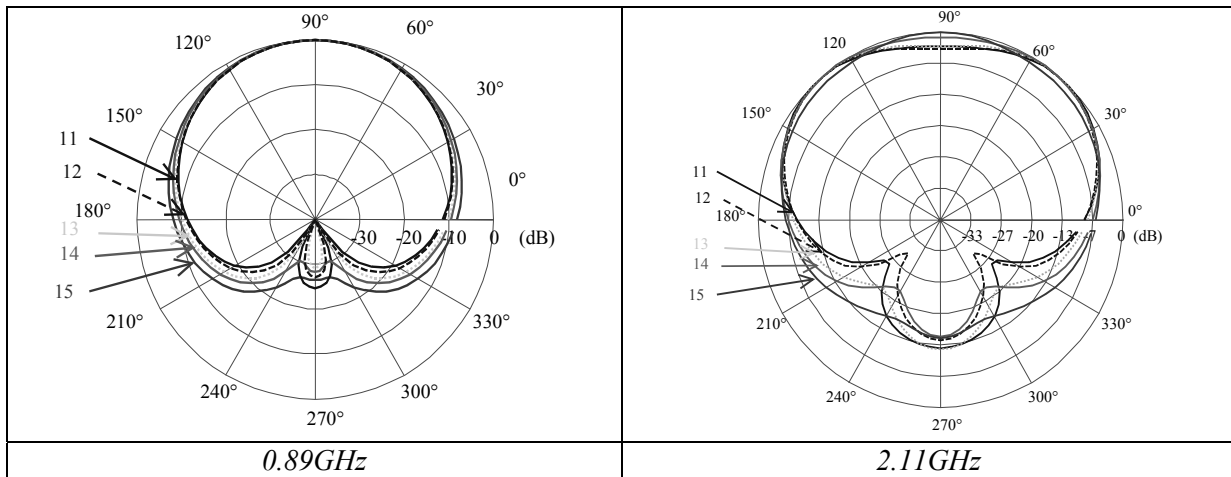


Figure VII-20 – 11 à 15 défauts.

La structure donnant les meilleurs diagrammes de rayonnement à 0,89GHz est la structure avec six défauts, représenté sur la Figure VII-21. La Figure VII-22 rappelle les diagrammes obtenus avec cette structure.

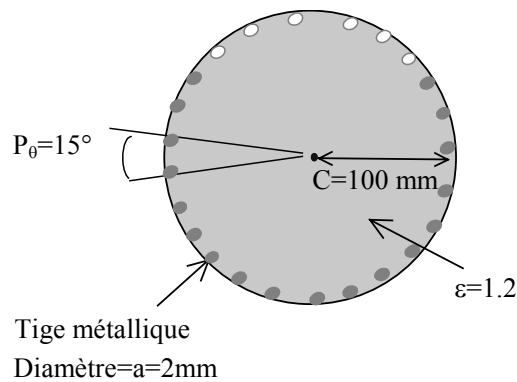


Figure VII-21 – Structure périodique cylindrique immergée dans une mousse de permittivité 1,2 avec 6 défauts.

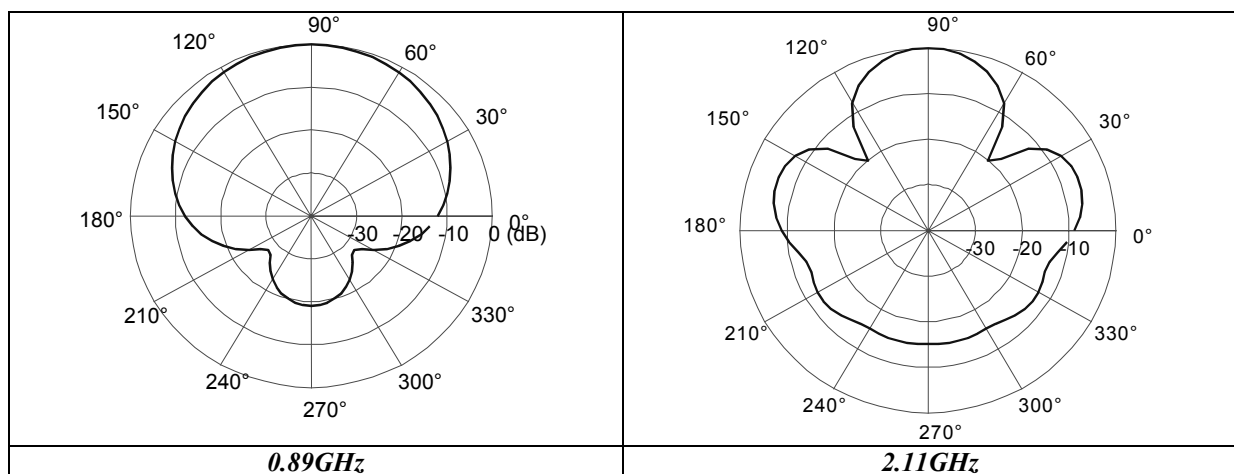


Figure VII-22 – Diagrammes à 0.89GHz et 2.11GHz de la structures à 6 défauts.



• **Monopôle seul**

A cause du diélectrique et de l'interaction avec la couche cylindrique, ces dimensions ont été retouchées pour que la structure cylindrique mono-couche avec le monopôle soit adaptée au moins dans la bande GSM. L'adaptation dans la bande UMTS n'a pu être obtenue avec cette structure simple à une seule couche.

La Figure VII-23a donne les nouvelles dimension du monopôle et la Figure VII-23b représente le monopôle avec la mousse de permittivité  $\epsilon=1,2$ , un plan de masse rallongé (permettant de corriger un dépointage vers le bas) et un plan réflecteur supérieur (pour éviter le rayonnement vers le haut de la structure complète). L'adaptation de l'antenne est donné sur la Figure VII-24. Le monopôle seul n'est pas adapté en bande GSM. Mais son optimisation à été réalisée pour que l'adaptation ait lieu pour la structure complète avec défaut.

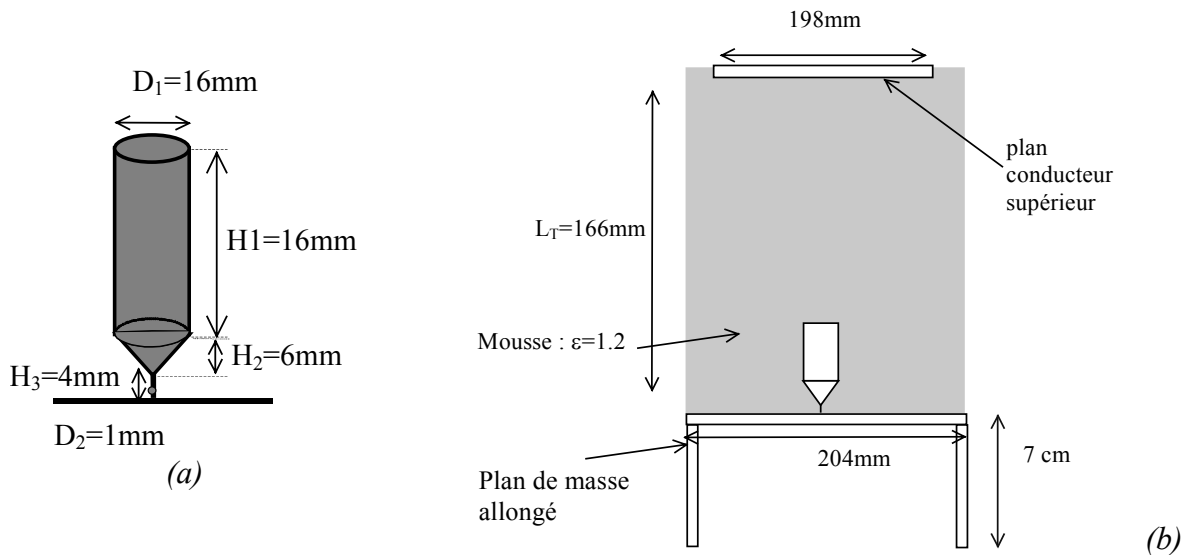


Figure VII-23 – Monopôle retouché (seul) (a) Géométrie (b) Avec mousse, plan de masse et plan réflecteur supérieur.

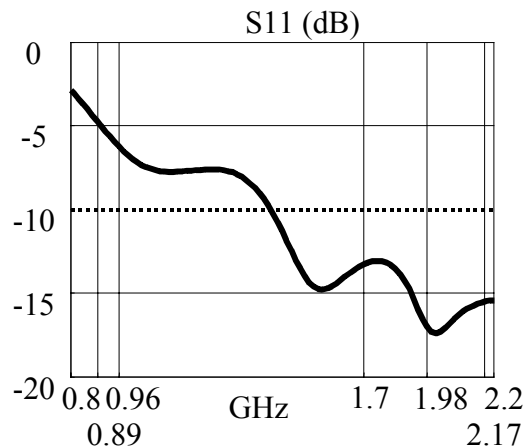


Figure VII-24 – Coefficient de réflexion simulé(FDTD) (avec mousse, plan de masse et plan réflecteur).

• **Monopôle et structure cylindrique**

Le monopôle est inséré dans la structure mono-couche (Figure VII-25). Les tiges sont maintenant de longueur finie ( $L_T$ ). Les défauts sont réalisés à l'aide de tiges discontinues avec la période  $P_z$  selon l'axe vertical et l'espace 'e' entre les segments (Figure VII-25).

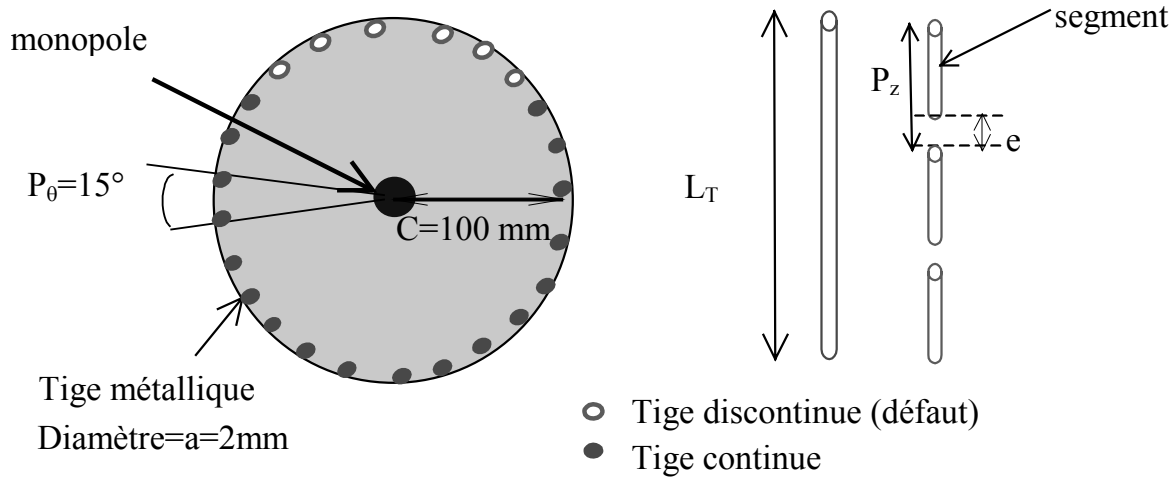


Figure VII-25 – Géométrie de la structure avec des tiges discontinues.

Les valeurs de ces paramètres sont :  $L_T=166\text{mm}$ ,  $P_z=24\text{mm}$ ,  $e=2\text{mm}$ . La longueur  $L_T$  doit être suffisamment grande pour garder les mêmes caractéristiques que celles de la structure infinie.  $P_z$  est de l'ordre de  $P_t=\pi/12*100\text{mm}=26,2\text{mm}$  et  $e/P_z\approx 8\%$ . L'espacement 'e' est fixé par les caractéristiques de la diode qui sera insérée dans les discontinuités. Les valeurs de 'e' et de  $P_z$  vérifient les conditions permettant d'obtenir la dualité des bandes dans la première bande interdite (c'est à dire pour  $P_z\approx P_t$ ,  $e/P_z>1,25\%$ , cf. Chapitre III).

Une vue en coupe de la structure complète est représentée sur la Figure VII-26.

Nous avons effectué une étude sur le nombre le nombre de segments de la tige discontinue afin que celui-ci soit réduit au maximum pour que le nombre de diodes soit le moins élevé possible.

Il y a 6 coupures par tige, il faut donc  $6*24=144$  diodes pour réaliser la structure.

Deux configurations sont envisagées pour alimenter les diodes nécessaires à la commutation :

- L'alimentation se fait à l'extérieure (Figure VII-26). L'adaptation de la structure est donnée sur la Figure VII-28.
- L'alimentation se fait à l'intérieur par l'intermédiaire d'un fil placé au centre (Figure VII-27a). Malheureusement, la présence du fil 'parasite' l'antenne (Figure VII-28). Pour remédier à ce problème, nous avons proposé d'insérer des selfs (de l'ordre de

1μH) tout au long de la tige centrale rendant la tige discontinue en haute fréquence (Figure VII-27b). Dans ce cas l'adaptation est similaire à celle obtenue dans le cas de l'alimentation extérieure (Figure VII-28).

L'alimentation à l'extérieur a l'avantage de ne pas nécessiter de selfs de choc, mais perturbe le diagramme de la structure dans la direction du fil d'alimentation. C'est cette solution plus simple a néanmoins été retenue pour la réalisation du prototype de validation. La solution à self de choc peut cependant être utilisée dans la structure finale.

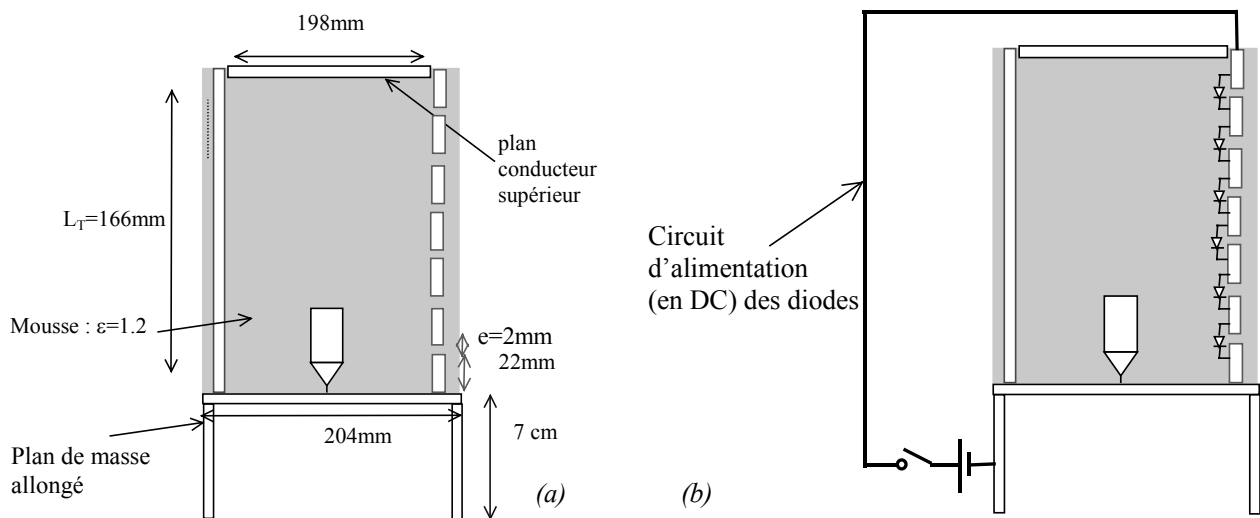


Figure VII-26 – (a) Structure complète. (b) Alimentation extérieure.

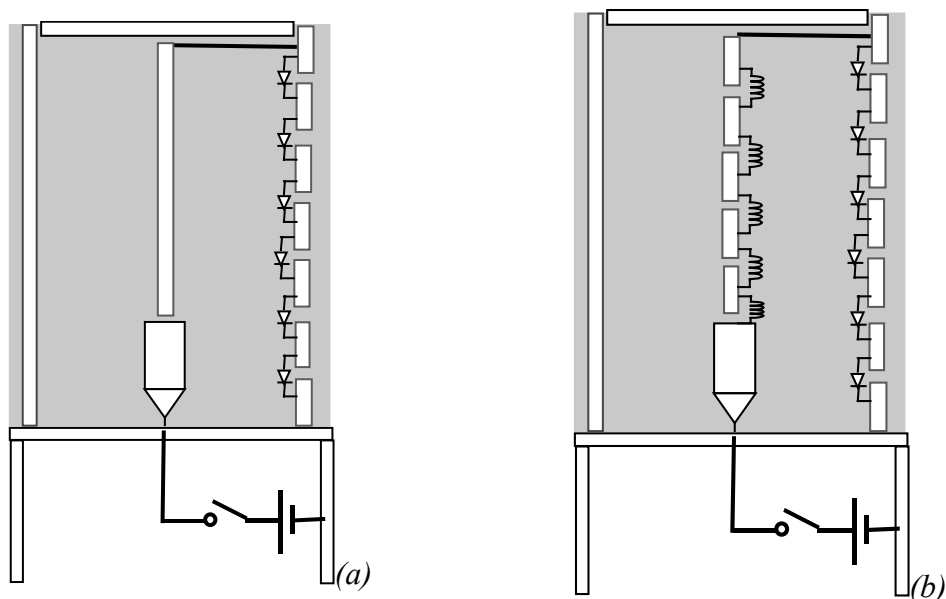


Figure VII-27 –Alimentation intégrée avec (a) tige centrale continue et (b) tige centrale discontinue.

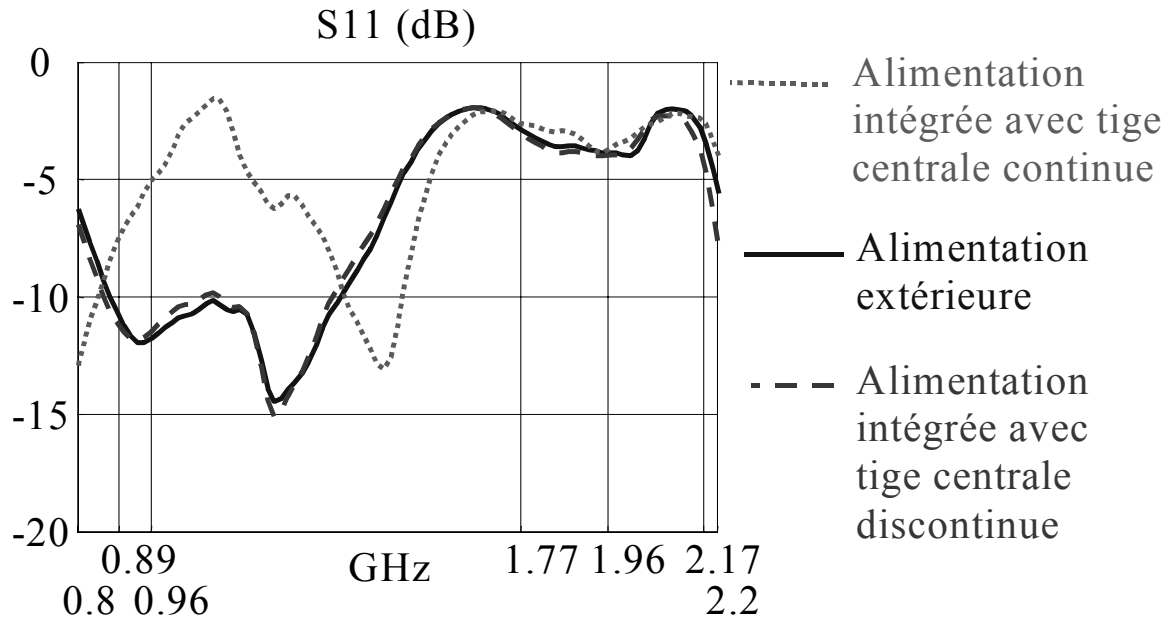


Figure VII-28 – Adaptation de la structure cylindrique avec monopôle. Effet de l'alimentation des diodes à l'intérieur et alimentation avec tige centrale discontinue (résultats FDTD).

La Figure VII-26 donne les diagrammes de rayonnement, obtenus par FDTD, dans les deux plans (E et H) aux fréquences limites de la bande d'adaptation.

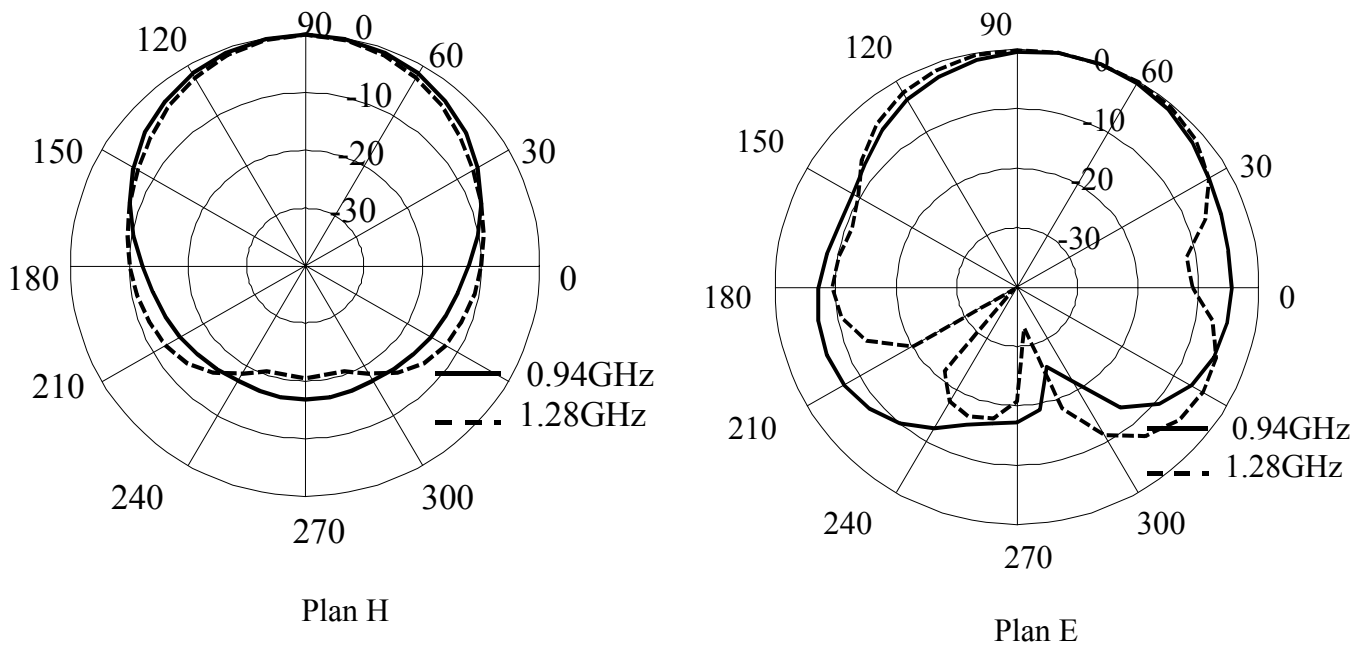


Figure VII-29 – Diagrammes de rayonnement dans les plan H et E à 0.94GHz et 1.28GHz..

La Figure VII-30 représente la structure cylindrique mono-couche avec monopôle réalisée par la société ADVENTEN d'après les paramètres que nous avons proposés.

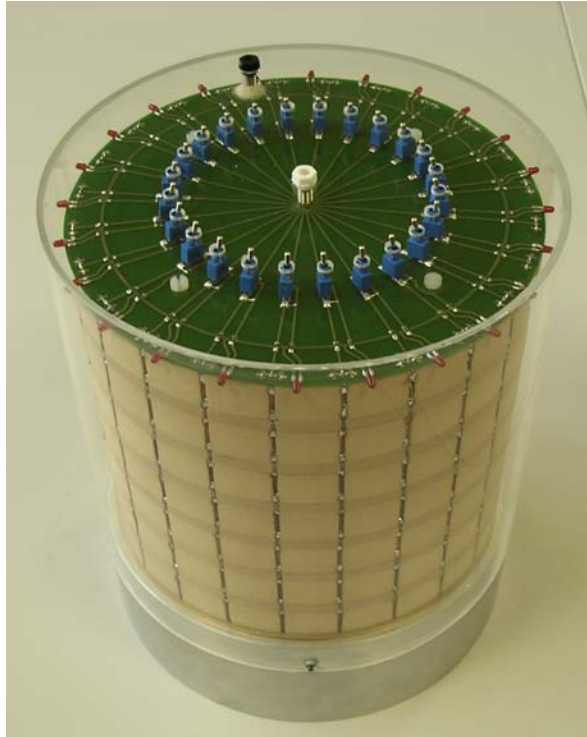


Figure VII-30 – Structure cylindrique monocouche avec monopôle épais (intérieur, invisible sur la photo). Le jeu de commutateurs supérieurs permet de sélectionner les alignements de diodes PIN qui seront alimentées. Un second jeu de diodes LED situées à la périphérie supérieure permet d'identifier les alignements actifs. Structure réalisée par la société ADVENTEN.

#### VII.4.4 Monopôle à l'intérieur d'une structure cylindrique multicouche

L'antenne prototype du paragraphe précédent couvre que la bande basse du GSM et son diagramme n'est pas assez directif (ouverture à  $-3\text{dB}$  d'environ  $90^\circ$ )

Il s'agit maintenant d'augmenter le nombre de couche pour obtenir un diagramme directif dans toutes les bandes GSM-UMTS.

Dans le paragraphe VII.3, nous avons pu obtenir une structure multicouche permettant de créer un faisceau d'ouverture inférieur à  $30^\circ$  et dont le niveau du rayonnement arrière était inférieur à  $-30\text{dB}$ . La structure sans défaut excitée par une ligne infinie de sources de courant est donnée sur la Figure VII-6. Les bandes de fréquences GSM et UMTS appartiennent à la première bande interdite du coefficient  $|T_{i6}|$  de la structure (Figure VII-7). La Figure VII-31 représente la structure avec défaut et la Figure VII-32 donne les diagrammes de rayonnement pour quelques fréquences dans les bandes GSM et UMTS. Bien que l'excitation soit une ligne de sources de courant, le niveau des diagrammes de rayonnement est un bon indicateur pour obtenir l'adaptation de la structure complète. Ces diagrammes montrent qu'en basse fréquence le niveau de rayonnement est faible. La structure ne peut donc pas fonctionner dans la bande GSM.

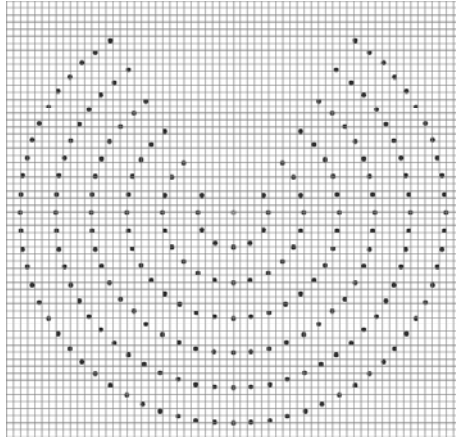


Figure VII-31 – Structure cylindrique à défaut ( $Pr=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ).

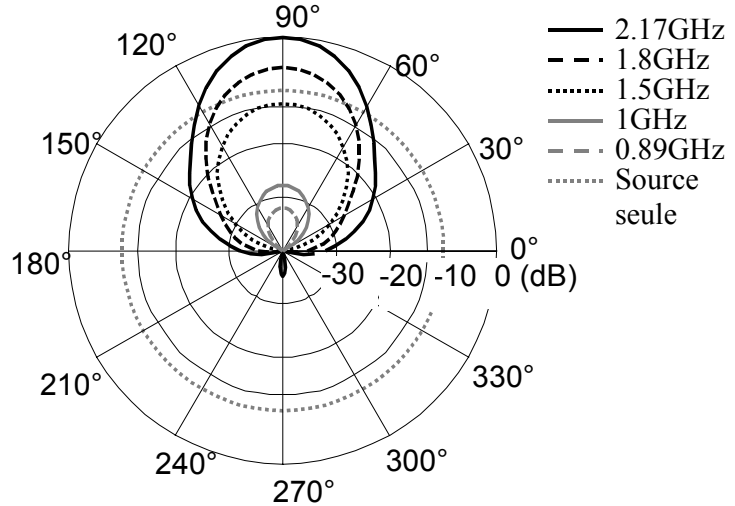


Figure VII-32 – Diagramme de rayonnement aux différentes fréquences.

Afin de remédier à ce problème, nous avons retiré les deux premières couches pour atténuer l'interaction entre la structure BIP et la source. La nouvelle structure est donnée sur la Figure VII-33. La Figure VII-34 montre qu'avec cette structure le niveau de rayonnement en basse fréquence est amélioré mais les diagrammes sont un peu moins directifs que précédemment.

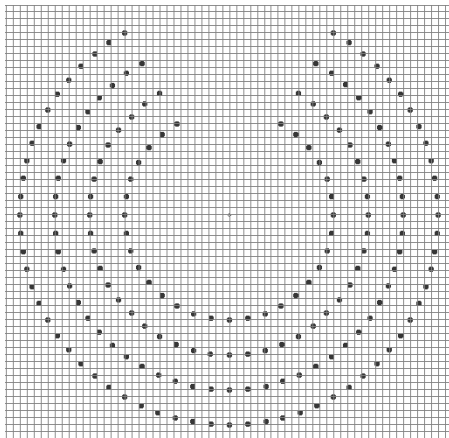


Figure VII-33 – Structure cylindrique à défaut ( $Pr=40\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ).

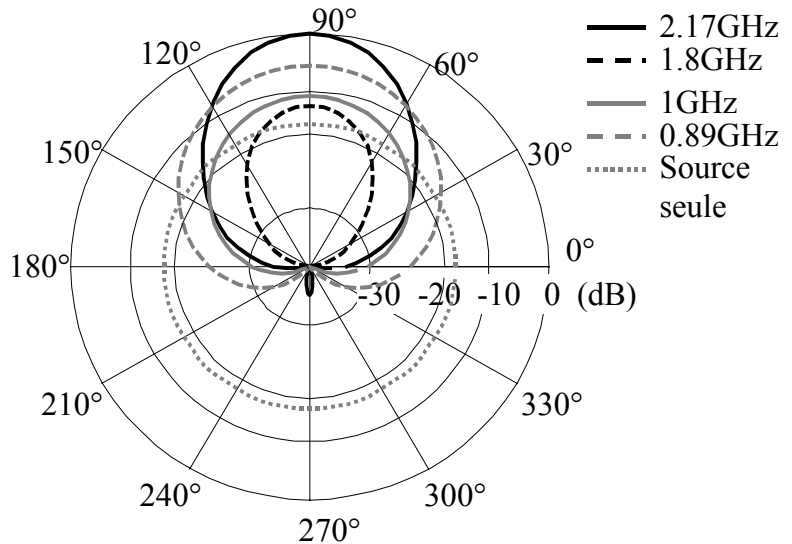


Figure VII-34 – Diagramme de rayonnement aux différentes fréquences.

Le monopôle, qui, en dehors de la structure, est adapté dans la bande GSM-UMTS, va maintenant remplacer la source de courant. Les tiges sont également rendues finies et de longueur  $L_T$ . Le monopôle n'étant plus adapté sur toutes les bandes, l'adaptation a pu être

obtenue en enlevant à nouveau quelques tiges de la première couche. La nouvelle structure ainsi que les dimensions du monopôle et des tiges continues et discontinues sont donnés sur la Figure VII-35.

Le nombre total de tiges est de 216 et de longueur  $L_T=200\text{mm}$ . La période vertical est de  $P_z=20\text{mm}$  est l'espacement entre les segments est de  $e=2\text{mm}$ . Il y a 10 coupures par tiges : 1944 ( $216 \times 9$ ) diodes sont donc nécessaires pour réaliser la structure complète. Le plan de masse est fini de diamètre  $D=540\text{mm}$ . Il y a également un plan réflecteur supérieur comme pour le prototype.

La Figure VII-36 montre que la structure est adaptée ( $S_{11} < -10\text{dB}$ ) dans toutes les bandes GSM et UMTS. Dans la bande GSM et presque toute la première bande UMTS le coefficient de réflexion est même inférieur à  $-15\text{dB}$ .

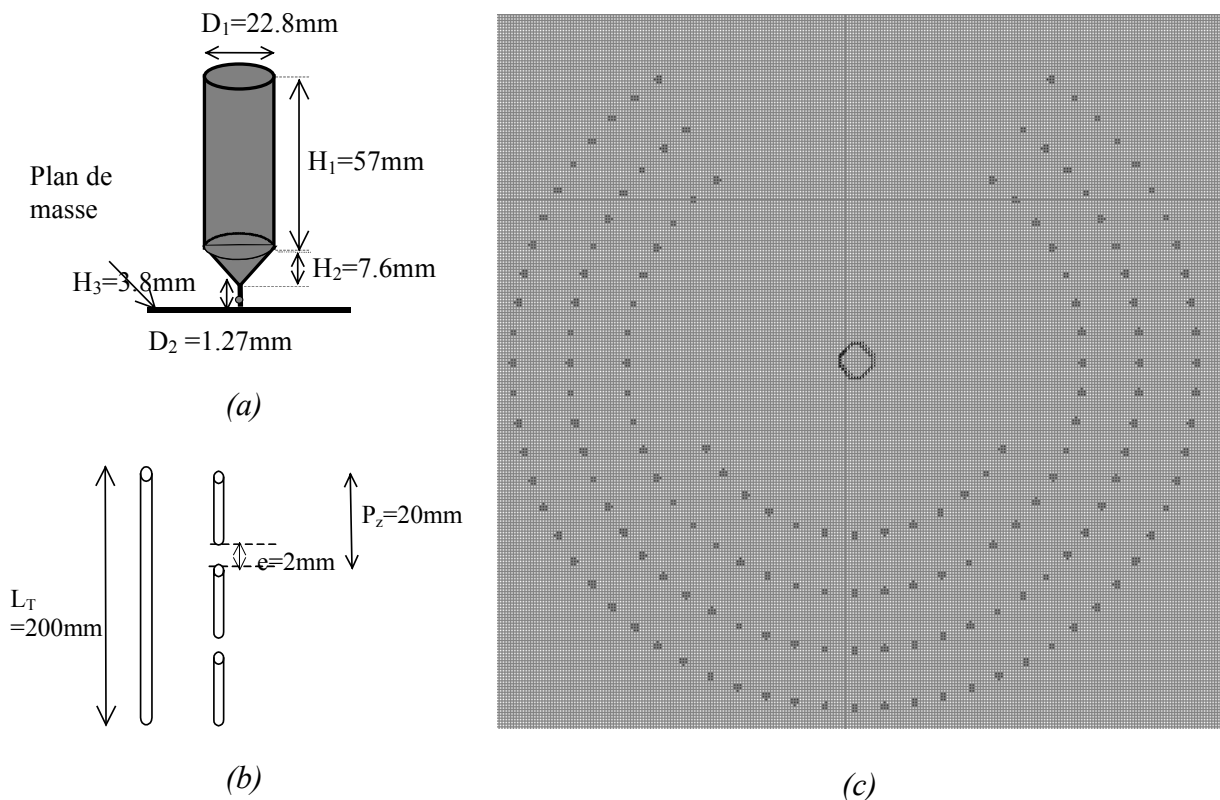


Figure VII-35 – (a) Dimensions du monopôle (b) Longueur des tiges et configuration des tiges discontinues (c) Structure cylindrique à défaut avec monopôle au centre  $C_1=120\text{mm}$ ,  $P_r=40\text{mm}$ , ;  $P_{\theta 1}=10^\circ$  ;  $P_{\theta 2}=7.5^\circ$  ;  $P_{\theta 3}=6^\circ$  ;  $P_{\theta 4}=5^\circ$ , 216 tiges métalliques (continues ou discontinues). Plan de masse fini de diamètre  $D=540\text{mm}$ . Plan réflecteur au dessus de la structure de même diamètre. A la place des 'tiges manquantes,' il faut imaginer des tiges discontinues.

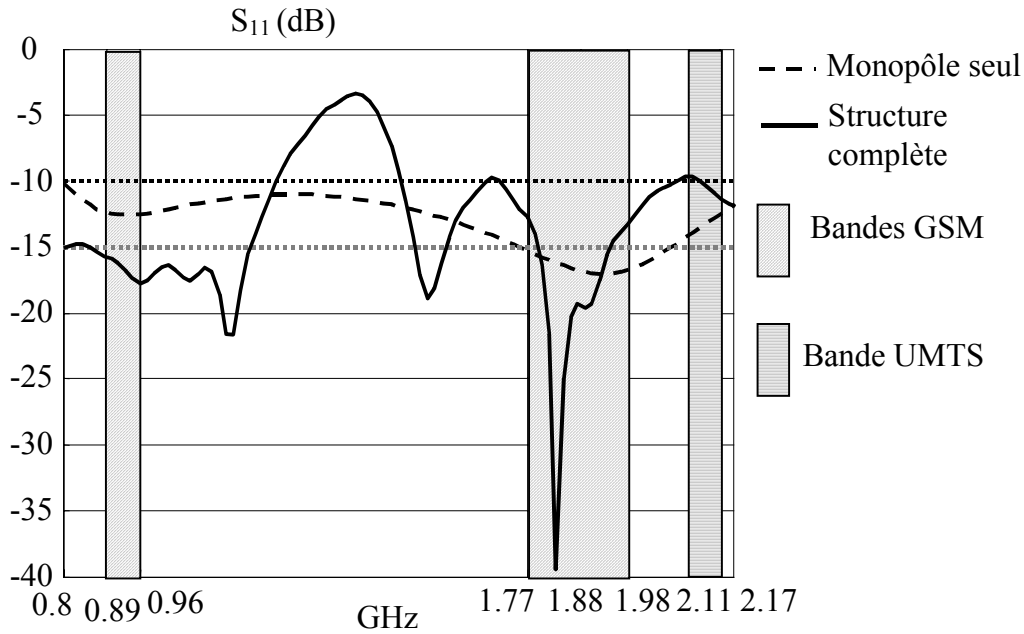


Figure VII-36 – Adaptation de la structure.

Les figures VII-37 et VII-38 donnent les diagrammes de rayonnement dans le plan H de la structure aux fréquences appartenant aux bandes GSM et UMTS. Le Tableau VII-1 donne les ouvertures angulaires ( $\Delta\theta_{H3dB}$ ) dans le plan H obtenues aux différents fréquences. Le diamètre totale de la structure est de  $L=80 \times 6=480\text{mm}$ . Le Tableau VII-1 donne également une approximation de la directivité ( $2\pi/\Delta\theta_{H3dB}$ ) à comparer (à titre indicatif) avec les valeurs de  $4L/\lambda$  qui représentent une approximation du double (puisque'il y a un seul lobe) de la directivité d'un réseau linéaire d'antennes de longueur  $L$  avec une distribution uniforme. En moyenne sur toutes les fréquences, la structure donne des directivités de l'ordre de  $4L/\lambda$ .

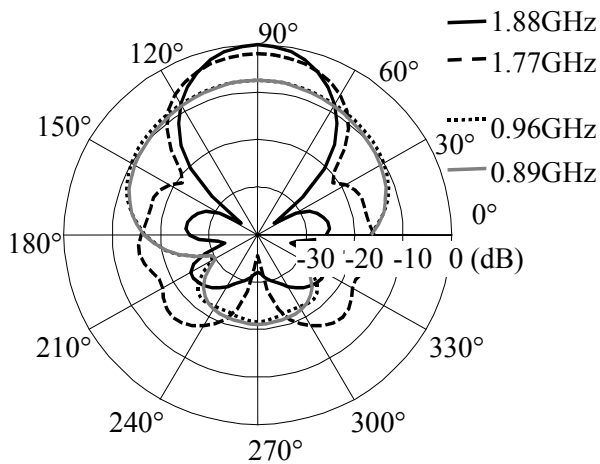


Figure VII-37 – Diagrammes de rayonnement dans le plan H de 0.89GHz à 1.88GHz.

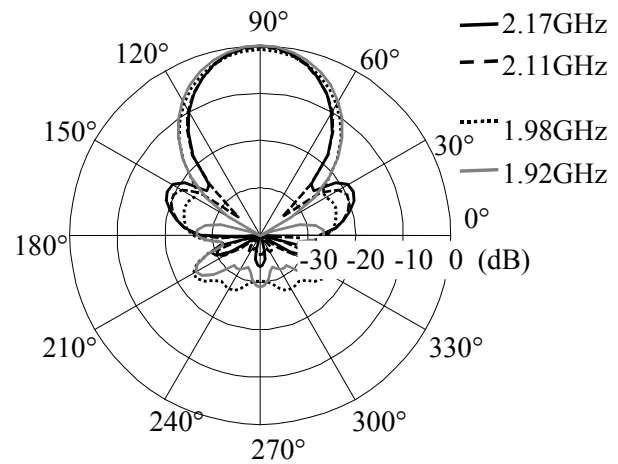


Figure VII-38 – Diagrammes de rayonnement dans le plan H de 1.92GHz à 2.17GHz.



fréquence	$\Delta\theta_{H3dB}$	$2\pi/\Delta\theta_{H3dB}$	$4L/\lambda$
0,89GHz	115,9°	3,1	5.8
0,96 GHz	131,4°	2,7	6
1,77 GHz	53,4°	6,7	11,4
1,88 GHz	36,3°	9.9	12
1,92 GHz	38,34°	9.4	12,2
1,98 GHz	38,5°	9.4	12,6
2,11 GHz	32,74°	11	13,6
2,17 GHz	31,99°	11.2	13,8

Tableau VII-1 – Ouverture angulaire à  $-3dB$  dans le plan H, directivité ( $2\pi/\Delta\theta_{3dB}$ ) comparée à  $4L/\lambda$  aux différentes fréquences GSM-UMTS.

Les figures VII-39 et VII-40 donnent les diagrammes de rayonnement dans le plan E de la structure aux fréquences appartenant aux bandes GSM et UMTS. On constate des lobes secondaires de niveau de l'ordre de  $-10dB$  à des directions différentes de l'horizontal. Ces lobes secondaires peuvent être réduit si on augmente la longueur des tiges.

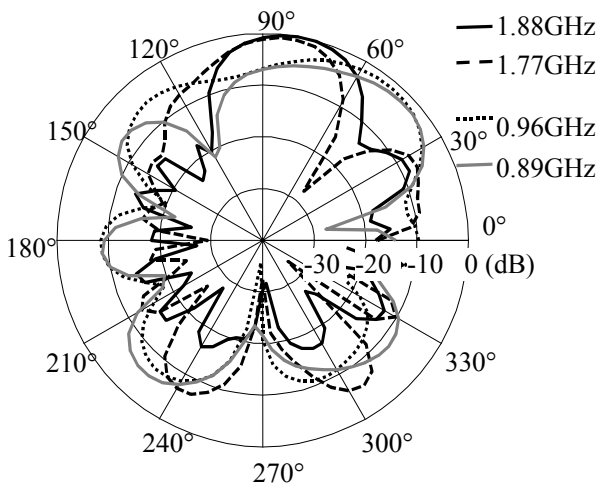


Figure VII-39 – Diagrammes de rayonnement dans le plan E de 0.89GH à 1.88GHz.

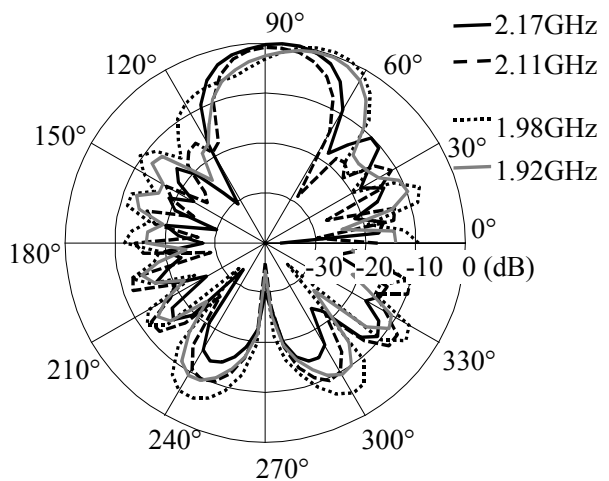


Figure VII-40 – Diagrammes de rayonnement dans le plan E de 1.92GH à 2.17GHz.

Pour obtenir la structure multicouche avec monopôle, adaptée dans les bandes GSM-UMTS et donnant de bons diagrammes dans ces bandes, nous avons travaillé par étapes. Nous avons commencé par étudier les structures les plus simples pour les compliquer de plus en plus au fur et à mesure. Ceci permet d'éviter de faire un nombre important de simulation sur une structure aussi complexe. Les études préliminaires sur les structures périodiques cylindriques peuvent être réutilisées pour concevoir des structures avec un nouveau cahier des charges.

La Figure VII-41 rappelle les étapes qui ont été suivies pour obtenir la structure finale. Dans l'étape 1, l'étude du comportement fréquentiel de la structure cylindrique infinie et sans

défaut permet de repérer les *bandes*. Les fréquences désirées sont placées dans la première bande interdite de la structure. Le but de l'étape 2 est d'analyser les diagrammes de rayonnement des structures avec défaut. Les tiges sont infinies, l'excitation reste la source de courant et les défauts sont appliqués en retirant des tiges. Les études des étapes 1 et 2 permettent de rechercher la structure donnant de bons diagrammes dans les bandes de fréquence de travail à l'étape 3. Ensuite le monopôle, qui seul est adaptée dans toute la bande, est placée à l'intérieur de la structure cylindrique (étape 4). Les tiges sont maintenant finies. L'adaptation est obtenue en retirant à nouveau des tiges. Enfin, à l'étape 5, 'les tiges manquantes' sont remplacées par des tiges discontinues. Les tiges discontinues sont conçues en suivant l'étude que nous avons faite au Chapitre III.

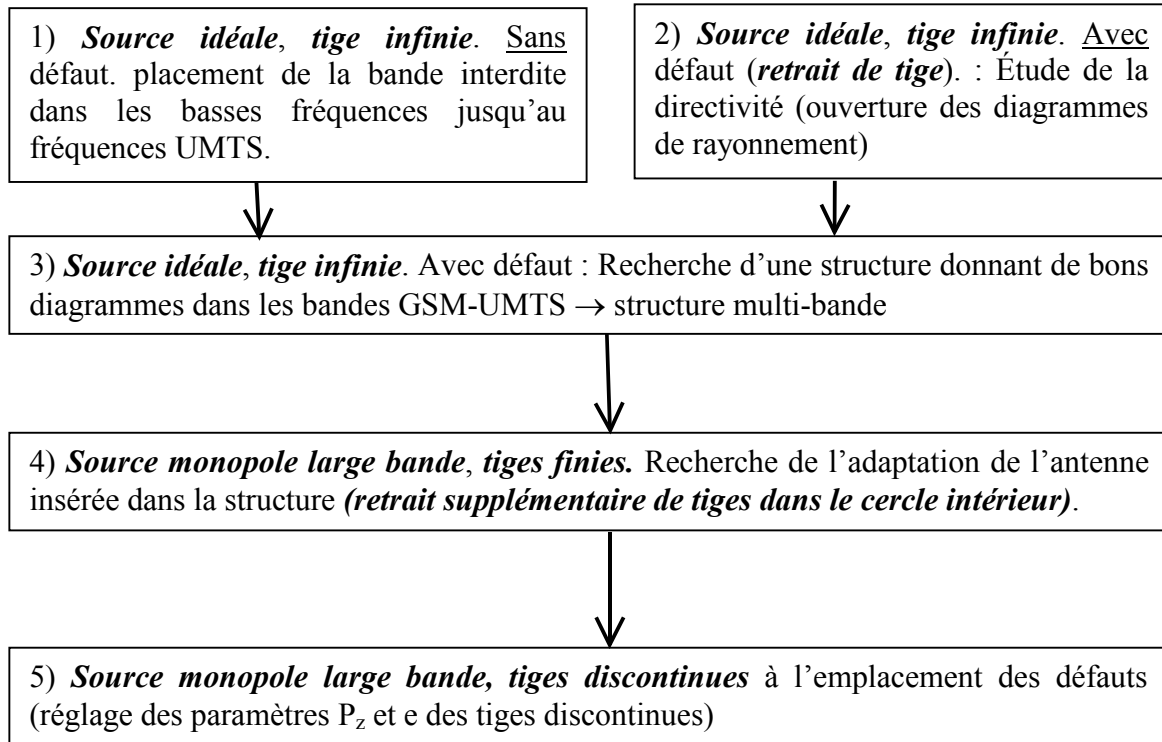


Figure VII-41 – Les différentes étapes qui ont été suivies pour la conception de la structure périodique cylindrique avec monopôle, donnant de bons diagrammes et étant adaptée aux fréquences désirées.

## VII.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objet l'étude de nouveaux types d'antennes composées d'une seule source hyperfréquence.

La première application utilisant la structure cylindrique qui a été proposée est la diversité de faisceau.

Le projet RNRT nous a conduit à proposer de nouvelles structures périodiques. Ces structures cylindriques avec défauts étudiées dans le chapitre précédent ont été associées à un monopôle pour réaliser une antenne répondant au cahier des charges donné par le RNRT.

## CONCLUSION ET PERSPECTIVES

---

**L**es modèles analytiques que nous avons utilisés, associés à des outils numériques, nous ont permis de mieux comprendre le fonctionnement des surfaces et des structures périodiques planaires, constituées par la mise en cascade de surfaces périodiques. En généralisant ces modèles au cas cylindrique nous avons développé de nouvelles formules qui permettent de prévoir le comportement des structures périodiques cylindriques. Pour les deux cas, planaire et cylindrique, nous avons étudié des structures nouvelles qui permettent d'améliorer les performances des antennes.

Après une présentation, dans le **chapitre I**, sur l'intérêt du sujet et un état de l'art des applications potentielles de ces nouvelles structures, nous avons fait, dans le **deuxième chapitre**, une étude des surfaces périodiques de tiges métalliques continues et discontinues. Nous avons établi les conditions pour obtenir une caractérisation correcte (distance minimale du point d'observation, largeur transversale minimale de la structure, longueur minimale des tiges, ...). En outre, nous avons présenté une méthode semi-analytique du calcul des coefficients ( $\mathbf{r}$ ,  $\mathbf{t}$ ), valable pour un diamètre des tiges faible devant la longueur d'onde et un modèle de ligne de transmission général pour la surface périodique. Ces outils et conditions sont appelés à être utilisés dans les chapitres suivants où l'on étudie le comportement et les propriétés des structures multicouches.

Le **chapitre III** utilise la caractérisation de la surface périodique pour étudier les structures périodiques planaires. Le modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot, étendu aux

structures multicouches, nous a permis de mieux comprendre les caractéristiques de ces structures (pics de résonance, enveloppes des minima et des maxima de la courbe de transmission, ...) lorsqu'elles sont excitées par une onde plane venant de l'extérieur. En particulier, nous avons montré l'importance de la *prise en compte de la phase du coefficient* de réflexion  $r$ .

Un des apports importants de notre étude est l'application du modèle de l'interféromètre de Fabry-Pérot quand elle est excitée par une onde plane *venant de l'intérieur*. Cela correspond, en réalité, à la configuration des nouveaux type d'antennes (associées à des structures à BIP) proposés.

Une des particularité de cette étude est de pouvoir exprimer l'impédance vue par la source. Le modèle de ligne nous a permis également d'obtenir l'équation de dispersion donnant le tracé  $\Gamma$ -X du diagramme de dispersion de la structure périodique.

Nous avons montré que si les surfaces périodiques permutaient leurs coefficients de transmission et de réflexion, alors la structure multicouche correspondante verraient ses *bandes propagées et interdites* permutées, elles aussi. Ceci nous a permis de mieux comprendre les caractéristiques des structures à tiges continues et discontinues et de rechercher la géométrie des tiges discontinues permettant d'obtenir un comportement dual de celui des tiges continues.

**Le chapitre IV** concerne les applications des structures périodiques planaires aux antennes : augmentation de la directivité d'une antenne, création de faisceaux multiples et balayage de faisceau. Ces études sont essentiellement basées sur l'utilisation du coefficient de 'transmission' de la structure lorsqu'elle est excitée par une source placée en son sein.

Pour le problème de l'augmentation de la directivité, nous avons étudié dans un premier temps la cavité Fabry-Pérot simple. Nous donnons pour ce cas, le diagramme de rayonnement et une quantification de l'ouverture angulaire à la fréquence de résonance de la cavité. Une étude numérique montre que la longueur minimale donnant de directivité maximale peut être également obtenue en fonction de  $r$ . Nous étudions ensuite les structures composées de plusieurs surfaces (couches) de part et d'autre de la source.

Nous avons trouvé à titre d'exemple, que la cavité centrale doit être de même dimension que les autres cavités pour ne pas détériorer la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité. Nous avons également montré que la relation entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité n'est pas améliorée, ou est améliorée un peu, par rapport à celle de la cavité Fabry-

Pérot seule. Un autre point important concerne l'adaptation du monopôle placé au sein d'une structure périodique.

Nous étudions ensuite les dépendances angulaire et fréquentielle des structures périodiques pour montrer comment obtenir des faisceaux multiples ou comment obtenir un balayage fréquentiel de faisceau.

Dans **le chapitre V**, nous présentons une méthode analogue à la théorie des réseaux d'antennes. Le coefficient de 'transmission' de la structure périodique excitée par une source à l'intérieur joue le rôle de *facteur de réseau* de cette théorie. Cette méthode unifie les dépendances angulaire et fréquentielle en utilisant une seule variable. Elle nous permet de développer de nouvelles formules. Nous déduisons, entre autre, l'ouverture angulaire en fonction de la fréquence ou la fréquence donnant l'ouverture angulaire minimale.

Dans **le chapitre VI** et **le chapitre VII**, nous étudions des structures périodiques nouvelles à symétrie de révolution et leurs applications en antennes.

Cette étude a été menée dans le cadre d'un projet RNRT en collaboration avec FRANCE TELECOM, l'IEF (Université Paris Sud) et la société ADVENTEN. L'objectif de ce projet est la réalisation d'une antenne pour station de base GSM-UMTS. Cette antenne doit permettre de créer un faisceau directif pouvant tourner sur  $360^\circ$  et devant être contrôlable à l'aide d'une tension continue.

Nous avons, dans un premier temps, fait une étude générale des structures périodiques cylindriques. Nous avons montré comment obtenir les coefficients de transmission et de réflexion d'une surface périodique cylindrique. Puis nous avons mis en évidence ces surfaces en développant des formules nouvelles, non présentées dans la littérature.

L'insertion de défaut dans la structure périodique cylindrique nous a permis d'obtenir une structure de rayonnement adéquate satisfaisant le cahier des charges de l'antenne (adaptation dans les bandes GSM-UMTS, diagramme de rayonnement et ouverture de  $30^\circ$ , ...). La structure permet d'obtenir un faisceau directif tournant par pas de  $10^\circ$ .

Dans le prolongement de ce travail de thèse, nous envisageons les perspectives suivantes :

- Compléter notre méthode d'unification des dépendances angulaire et fréquentielle en recherchant les enveloppes des courbes de transmission pour la structure excitée de l'intérieur.

- Rechercher les structures permettant de diminuer l'ouverture angulaire en gardant une même bande passante. Cette étude devrait commencer par un état de l'art des Surfaces Sélectives en Fréquence qui serviront d'éléments de base pour les structures multicouches.
- Réaliser l'antenne finale (à plusieurs couches concentriques) que nous avons optimisé pour le projet RNRT.
- Etudier théoriquement la directivité et la relation bande-passante/directivité des antennes-BIP cylindriques.
- Etudier une antenne-BIP cylindrique permettant de créer des faisceau multiples et permettant de faire de la commutation de bandes de fréquence.

## Annexe A : Théorème de Floquet-Bloch et diagramme de dispersion

En 1883 [50], Floquet détermina la forme générale des solutions des équations différentielles linéaires dont les coefficients sont des fonctions périodiques uniformes. Les équations étudiées par Floquet entrent dans le cadre plus général des équations de Mathieu et de Hills [51].

Si  $g(x)$  et  $h(x)$  sont deux solutions linéairement indépendantes d'une telle équation différentielle du deuxième ordre, la solution générale s'écrit :

$$F(x) = Ag(x) + Bh(x) \quad (A-1)$$

$g(x+P)$  et  $h(x+P)$  sont également solutions.  $P$  étant la période. Ils peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} g(x+P) &= a_1 g(x) + a_2 h(x) \\ h(x+P) &= b_1 g(x) + b_2 h(x) \end{aligned} \quad (A-2)$$

Ce qui nous permet d'écrire  $F(x+P)$  de la façon suivante :

$$F(x+P) = (A.a_1 + B.b_1).g(x) + (A.a_2 + B.b_2).h(x) \quad (A-3)$$

Cette équation peut s'écrire  $F(x+P) = \sigma F(x)$ , avec  $\sigma$  déterminé par le système linéaire homogène :

$$\begin{cases} A.a_1 + B.b_1 = \sigma.A \\ A.a_2 + B.b_2 = \sigma.B \end{cases} \quad (A-4)$$

qui admet des solutions si :

$$\begin{vmatrix} a_1 - \sigma & b_1 \\ a_2 & b_2 - \sigma \end{vmatrix} = 0 \quad (A-5)$$

$\sigma$  est le *nombre caractéristique*. Nous pouvons l'écrire  $\sigma = e^{-\gamma P}$ ,  $\gamma$  étant l'*exposant caractéristique*.

Floquet a proposé alors d'écrire  $\varphi(x) = e^{-\gamma x} F(x)$ . La fonction  $\varphi$  est alors périodique de période  $P$ ,  $\varphi(x+P) = \varphi(x)$ . En prenant  $\varphi(-x)$ , nous obtenons une deuxième solution indépendante de la première (sous certaines conditions)

La solution générale devient donc :



$$F(x) = C_1 \cdot e^{-\gamma x} \varphi(x) + C_2 \cdot e^{\gamma x} \varphi(-x) \quad (A-6)$$

*Conséquences :*

Considérons une onde se propageant dans une structure dans laquelle la permittivité  $\varepsilon$  est périodique de période  $P$  selon l'axe  $x$ .

La composante  $E_z$  du champ électrique vérifie l'équation d'onde :

$$\frac{d^2 E_z(x)}{dx^2} + \varepsilon(x) k^2 E_z(x) = 0 \quad (A-7)$$

avec  $\varepsilon(x+P) = \varepsilon(x)$ . C'est une équation différentielle linéaire du deuxième ordre dont le coefficient  $\varepsilon$  est une fonction périodique uniforme. La forme des solutions est donc donnée par Floquet et s'écrit  $E_z(x) = e^{\pm \gamma x} R(x)$ ,  $R(x)$  étant périodique de période  $P$ .  $\gamma = \alpha + j\beta$  est la *constante de propagation* de l'onde dans la structure. Intéressons-nous uniquement à l'onde qui se propage sans atténuation c'est à dire pour  $\alpha = 0$  :  $E_z(x) = e^{\pm j\beta x} R(x)$

Le diagramme liant  $\beta$  et  $k$  est appelé *diagramme  $k$ - $\beta$* , *diagramme de dispersion* (un milieu dispersif st un milieu dans lequel la constante de propagation n'est pas une fonction linéaire de la fréquence ; plus généralement le diagramme de dispersion est un moyen de représenté la relation entre deux variables) ou *diagramme de Brillouin* (d'après Léon Brillouin, physicien ayant étudié la propagation des ondes dans les cristaux en physique des solides [1]).

En développant  $R(x)$  en série de Fourier, nous obtenons le développement en *harmoniques d'espaces* du champ électrique :

$$E_z(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{j\left(\pm\beta + \frac{2n\pi}{P}\right)x} \quad (A-8)$$

Si nous ajoutons  $2\pi/P$  à  $\beta$  la solution ne change pas, de même que si nous remplaçons  $\beta$  par  $-\beta$ .  $k(\beta)$  sera donc périodique de période  $2\pi/P$  et paire. C'est pourquoi  $\beta$  est limité dans la zone  $[0, \pi/P]$  appelée *zone de Brillouin*.

Bloch (1920) a généralisé le théorème de Floquet à plusieurs dimensions. Dans une structure périodique à trois dimensions, *les ondes de Bloch* s'écrivent :

$$F(\vec{r}) = e^{\pm \vec{\gamma} \cdot \vec{r}} R(\vec{r}) \quad (A-9)$$

avec :

$$R(\vec{r} + \vec{P}) = R(\vec{r}) \quad (A-10)$$

Le tracé du diagramme de dispersion pour les structures périodiques à deux ou trois dimensions s'obtient en décomposant les champs en ondes planes (en d'autres termes en utilisant le développement en série de Fourier des champs et de  $\epsilon$ ) et en résolvant l'équation d'onde dans le cas 2-D ou la totalité des équations de Maxwell dans le cas 3-D. Cette méthode de calcul n'ayant pas fait l'objet de cette thèse, l'auteur renvoie à la référence [52] où la méthode est appliquée pour des structures périodiques diélectriques.



## Annexe B : Etude d'une source dans une cavité Fabry-Pérot avec la théorie des ondes de fuites

Dans la référence [20], Collin présente deux méthodes pour calculer le diagramme de rayonnement d'une antenne à onde de fuite composée d'une surface semi-réfléchissante et d'un plan de masse. C'est la méthode dite de l'approximation de la distribution qui est appliquée ici pour étudier la structure représentée sur la Figure B-1. L'utilisation de cette méthode suffit pour comprendre le principe des ondes de fuite.

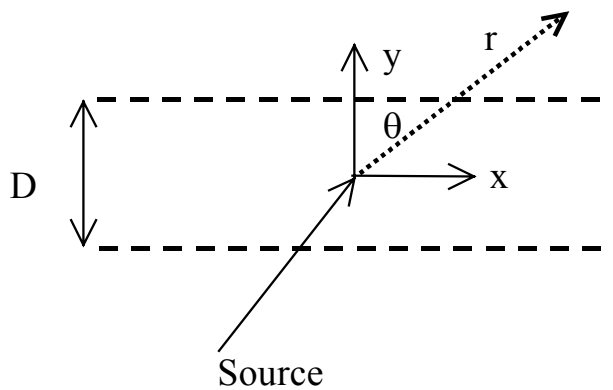


Figure B-1 – Source dans une cavité Fabry-Pérot

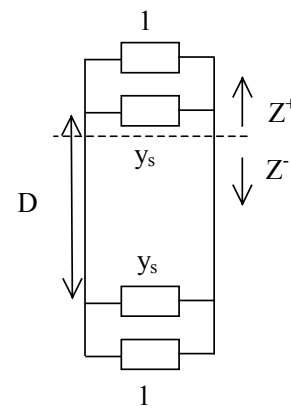


Figure B-2 – Modèle de ligne de transmission de la structure représentée sur la figure précédente

La condition de résonance nous impose [20] :

$$Z^+ + Z^- = 0 \quad (B-1)$$

Ce qui s'écrit pour notre cas :

$$\frac{1 + \frac{y_s}{y_s + 2} e^{-2\gamma_y D}}{1 - \frac{y_s}{y_s + 2} e^{-2\gamma_y D}} = -(y_s + 1) \quad (B-2)$$

$y_s$  étant l'admittance équivalente d'une surface de tiges métalliques.

Les valeurs réelles de  $\gamma_y$  correspondent à des *ondes de surfaces*. Les *modes de fuites* correspondent aux valeurs imaginaires. Le premier mode s'écrit (après résolution de l'équation (B-2)) :

$$\gamma_y = -\frac{\ln\left(\frac{(y_s + 2)^2}{y_s^2}\right)}{2D} + j\frac{\pi}{D} \quad (B-3)$$

La distribution du champ sur la surface s'écrit :

$$E_z(x, D) = A_0 e^{-\alpha_x |x| - j\beta_x |x|} \quad (B-4)$$

En utilisant la transformée de Laplace, le champ prend la forme suivante :

$$E_z(x, y) = \int_C \varphi(\gamma_y, w) e^{-\gamma_y \cdot y - w \cdot x} dw \quad (B-5)$$

avec :

$$\gamma_y^2 = -k^2 - w^2 \quad (B-6)$$

La transformée inverse s'écrit :

$$\varphi(\gamma_y, w) = \frac{e^{\gamma_y \cdot D}}{2j\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_z(x, D) \cdot e^{-\gamma_y \cdot y - w \cdot x} dw \quad (B-7)$$

Après calcul, on obtient :

$$\varphi(\gamma_y, w) = \frac{A_0 e^{\gamma_y \cdot D} \gamma_x}{j\pi(\gamma_x^2 - w^2)} \quad (B-8)$$

d'où :

$$E_z(x, y) = \frac{-jA_0 \gamma_x}{\pi} \int_C \frac{e^{-(\gamma_y - D)D - w \cdot x}}{(\gamma_x^2 - w^2)} dw \quad (B-9)$$

Pour que le calcul soit possible on applique le changement de variables suivant :

$$\begin{aligned} \gamma_y &= jk \cos(\varphi) \\ w &= jk \sin(\varphi) \\ dw &= \gamma_y d\varphi \\ y - D &= r \cos(\theta) \\ x &= r \sin(\theta) \end{aligned} \quad (B-10)$$

L'angle  $\varphi$  est complexe et s'écrit :  $\varphi = \sigma + j\eta$  (cf. Figure B-3 )

Le champ s'écrit maintenant en fonction de  $r$  et  $\theta$ :

$$E_z(r, \theta) = \frac{A_0 \gamma_x k}{\pi} \int_{C_0} \frac{e^{-jkr \cos(\varphi - \theta)} \cos(\varphi)}{k^2 \sin^2(\varphi) + \gamma_x^2} d\varphi \quad (B-11)$$

$\theta$  est un point selle dans l'intégrale. Après intégration sur le Contour à la Descente la plus Rapide [20] (Steepest Descent Contour, SDC, Figure B-3), on obtient :

$$E_z(r, \theta) \approx A_0 \gamma_x^2 k \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} e^{-jkr + j\frac{\pi}{4}} f(\theta) \quad (B-12)$$

Avec :

$$f(\theta) = \frac{\cos(\theta)}{k^2 \sin^2(\theta) + \gamma_x^2} \quad (B-13)$$

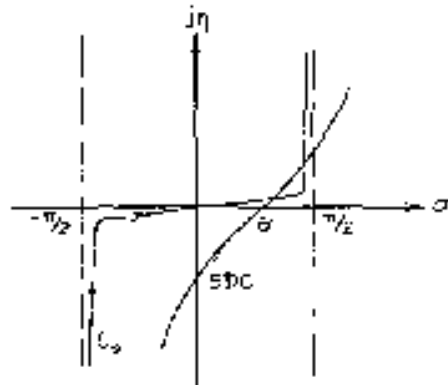


Figure B-3 – Plan complexe  $\varphi = \sigma + j\eta$ . Intégration sur le SDC (Steepest Descent Contour).

En utilisant l'équation suivante :

$$\gamma_x^2 + \gamma_y^2 + k^2 = 0 \quad (B-14)$$

Le diagramme de rayonnement en champs lointain s'écrit finalement ainsi :

$$\boxed{f(\theta) = \frac{-\cos(\theta)}{k^2 \cos^2(\theta) + \gamma_y^2}} \quad (B-15)$$

$\gamma_y$  étant obtenu en fonction de  $y$  (et donc en fonction de  $r$  et  $t$ ) avec la relation (B-3).

Appliquons cette méthode pour une structure composée de deux rangées de tiges métalliques (Figure B-4a).

La Figure B-4b compare ce résultat de Collin avec le résultat donné par la méthode des rayons (Von Trentini) et un résultat donné par la FDTD pour une structure quasiment infinie. Autour de l'angle  $0^\circ$  les méthodes de Collin et de Von Trentini sont très proches. A  $90^\circ$  la méthode de Collin est plus proche du calcul direct (FDTD) que celle de Von Trentini. En effet le diagramme donné par (B-15) s'annule à  $90^\circ$ , contrairement au diagramme donné par la méthode des rayons.

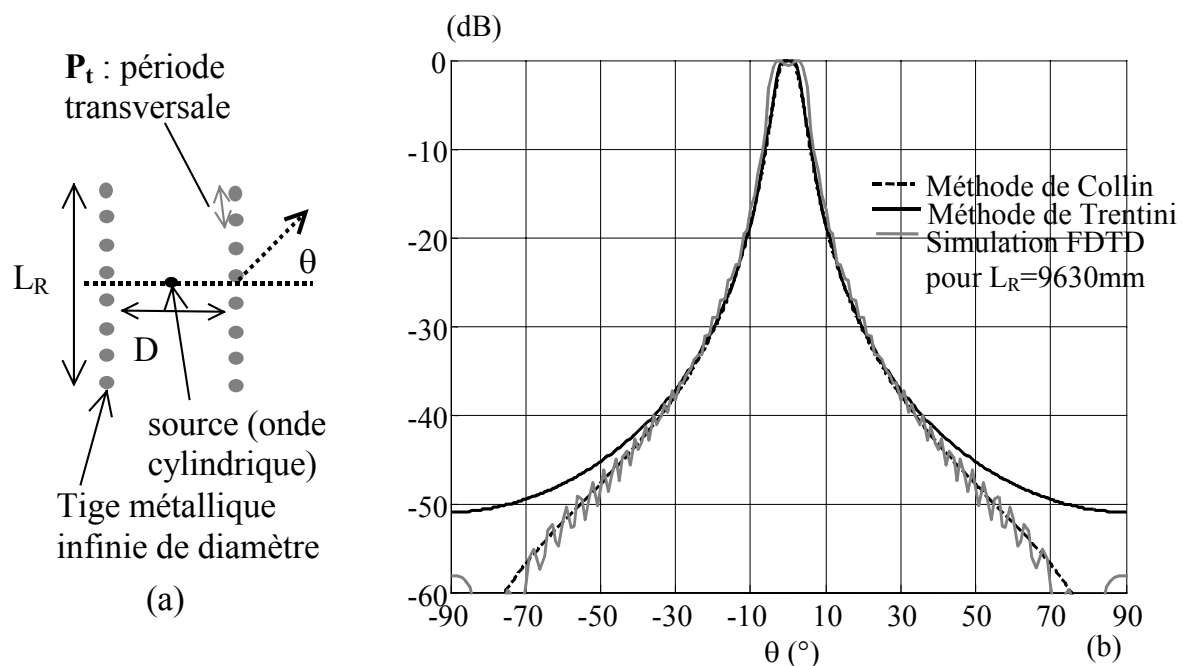


Figure B-4 – (a) : Source dans un cavité composée de deux rangées de tiges métalliques (b) : Diagramme de rayonnement de la structure à  $1.81\text{GHz}$ , pour  $D=80\text{mm}$ ,  $a=2\text{mm}$ ,  $P_t=10\text{mm}$ . Comparaison de la méthode de Collin,, de la méthode de Von Trentini et de la simulation FDTD avec  $L_R=9630\text{mm}$ .

## Annexe C : Source dans un milieu ultra-réfractif, calcul du lien entre l'ouverture angulaire et le facteur de qualité

On considère la structure de la Figure IV-65 où une source est insérée dans un milieu ultra-réfractif d'indice  $n_m$  et d'épaisseur  $D$ . La source est placée au niveau du plan de masse. La source crée une onde TM. Nous allons chercher une relation entre l'ouverture angulaire à – 3dB du diagramme de rayonnement et le facteur de qualité de la cavité d'épaisseur  $D$ .

En utilisant la décomposition en ondes planes de l'onde incidente (cf. Chapitre IV), le diagramme de rayonnement de la structure s'écrit :

$$T(\theta) = \frac{t(\theta)}{1 - r(\theta) \exp(-j2kD \cos(\theta_1) + j\pi)} \quad (C-1)$$

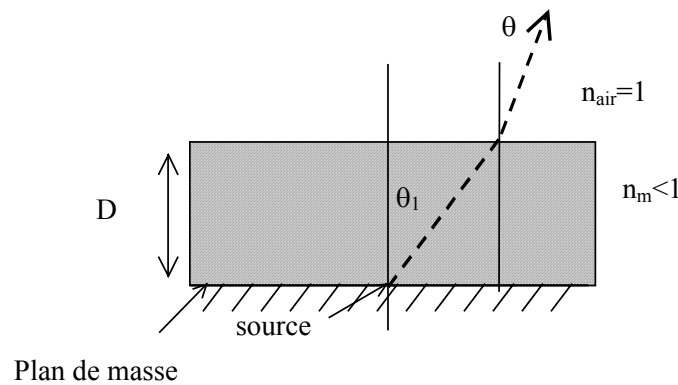


Figure C-1 – Source dans un milieu ultra-réfractif

Avec :

$$r(\theta) = \frac{\cos(\theta_1) - n_m \cos(\theta)}{\cos(\theta_1) + n_m \cos(\theta)} \quad (C-2)$$

$$t(\theta) = \frac{2n_m \cos(\theta_1)}{\cos(\theta_1) + n_m \cos(\theta)} \quad (C-3)$$

$\theta_1$  est lié à  $\theta$  par la loi de Snell-Descartes :

$$n_m \sin(\theta_1) = \sin(\theta) \quad d'où \quad \cos^2(\theta_1) = 1 - \frac{\sin^2(\theta)}{n_m^2} \quad (C-4)$$



Le facteur de qualité du coefficient T s'écrit :

$$Q = \frac{\varphi_r + (2n+1)\pi}{4n\pi + 2 \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} \right)} \quad (C-5)$$

en écrivant le coefficient de réflexion en incidence normale en fonction de  $n_m$  :

$$\frac{(1-|r|)^2}{|r|} = \frac{4n_m^2}{1-n_m^2} \quad (C-6)$$

$$1 - \frac{1}{2} \frac{(1-|r|)^2}{|r|} = \frac{1-3n_m^2}{1-n_m^2} \quad (C-7)$$

La fonction arccosinus étant définie sur  $(-1 ; 1)$  il faut vérifier la condition suivante :

$$\left| \frac{1-3n_m^2}{1-n_m^2} \right| \leq 1 \Rightarrow n_m \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7 \quad (C-8)$$

Pour  $n_m$  très petit devant 1,  $\frac{4n_m^2}{1-n_m^2}$  est très petit et donc pour le mode  $n=0$ , et sachant que

$\varphi_r=0$  , la facteur de qualité peut être simplifié ainsi :

$$Q \approx \frac{\pi \sqrt{1-n_m^2}}{4n_m} \quad (C-9)$$

L'équation permettant d'obtenir l'ouverture angulaire s'écrit :

$$2 \frac{(1-|r|)^2}{|t|^2} = \frac{1+|r(\theta')|^2}{|t(\theta')|^2} - \frac{2|r(\theta')|}{|t(\theta')|^2} \cos(\varphi) \quad (C-10)$$

avec

$$\varphi = \varphi_r + \pi - (\varphi_r + (2n+1)\pi) \cos(\theta_1') \quad (C-11)$$

$$\frac{1+|r(\theta')|^2}{|t(\theta')|^2} = \frac{2(\cos^2(\theta_1') + n_m^2 \cos^2(\theta'))}{4n_m^2 \cos^2(\theta_1')} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n_m^2} + X^2 \right) \quad (C-12)$$

$$2 \frac{|r(\theta')|}{|t(\theta')|^2} = \frac{2(\cos^2(\theta_1') - n_m^2 \cos^2(\theta'))}{4n_m^2 \cos^2(\theta_1')} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{n_m^2} - X^2 \right) \quad (C-13)$$

$$X^2 = \frac{n_m^2 \cos^2(\theta')}{n_m^2 - \sin^2(\theta')} \quad (C-14)$$

et  $\theta'$  étant l'angle pour lequel  $|T(\theta')| = |T(0)|/\sqrt{2}$ .

Finalement on obtient :

$$\Delta\theta_{3dB} = 2\theta' = 2 \arcsin \left( n_m \sqrt{1 - \cos^2(\theta_1')} \right) \quad (C-15)$$

avec

$$\cos^2(\theta_1') = \frac{\varphi_r + \pi}{\varphi_r + (2n+1)\pi} - \frac{1}{\varphi_r + (2n+1)\pi} \arccos \left( 1 - \frac{1}{2} Y \right) \quad (C-16)$$

et

$$Y = \frac{(8 - 4X^2) n_m^2}{1 - n_m^2 X^2} \quad (C-17)$$

Lorsque l'ouverture angulaire est faible (pour  $n_m$  faible) on a :

$$X^2 \approx 1 \quad (C-18)$$

$$Y \approx \frac{4n_m^2}{1 - n_m^2} \quad (C-19)$$

Pour  $n_m$  très petit  $Y \approx \frac{4n_m^2}{1 - n_m^2}$  est très petit. Pour  $n=0$  et sachant que  $\varphi_r=0$ , on obtient alors

les approximations suivantes :

$$\cos(\theta_1') \approx 1 - \frac{\sqrt{Y}}{\pi} \quad (C-20)$$

$$1 - \cos^2(\theta_1') \approx 1 - 1 - \frac{Y}{\pi^2} + \frac{2\sqrt{Y}}{\pi^2} \approx \frac{2\sqrt{Y}}{\pi^2} \quad (C-21)$$

$$\Delta\theta_{3dB} \approx 2 \left( n_m \sqrt{1 - \cos^2(\theta_1')} \right) \approx 2n_m \frac{\sqrt{2Y}^{1/4}}{\sqrt{\pi}} \quad (C-22)$$

Soit :

$$\Delta\theta_{3dB} \approx n_m \frac{4\sqrt{n_m}}{\sqrt{\pi}\sqrt{1-n_m^2}} \quad (C-23)$$

En identifiant le facteur de qualité (éq. (C-9)) dans cette formule on obtient :

$$\boxed{\Delta\theta_{3dB} \approx n_m \frac{2}{\sqrt{Q}}} \quad \text{pour } n_m \ll 1 \quad (C-24)$$

Cette relation montre que le milieu ultra-réfractif permet (si on néglige la dispersion) d'obtenir une ouverture plus faible que celle obtenue avec une cavité Fabry-Pérot (avec des surfaces semi-réfléchissantes) pour une même bande passante.

La Figure C-2 compare l'ouverture angulaire, en fonction de l'indice du milieu, calculée de manière exacte avec la relation (C-15) avec celle calculée avec la relation (C-24). Cette figure montre que l'ouverture calculée avec (C-15) est plus faible que celle calculée avec (C-24) pour  $n_m > 0,4$ . Pour  $n_m < 0,4$  ces deux équations donnent quasiment le même résultat.

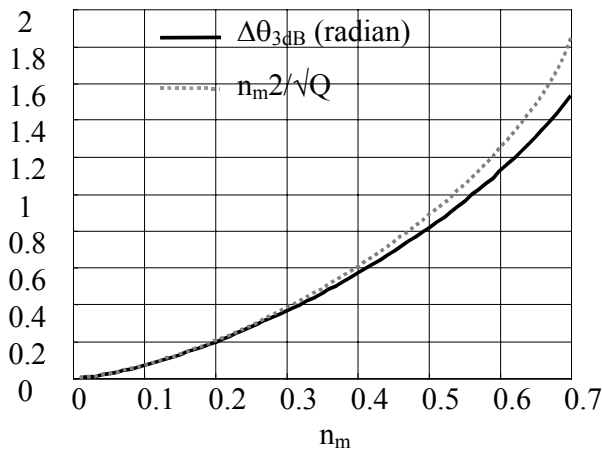


Figure C-2 – Ouverture angulaire en fonction de l'indice du milieu.

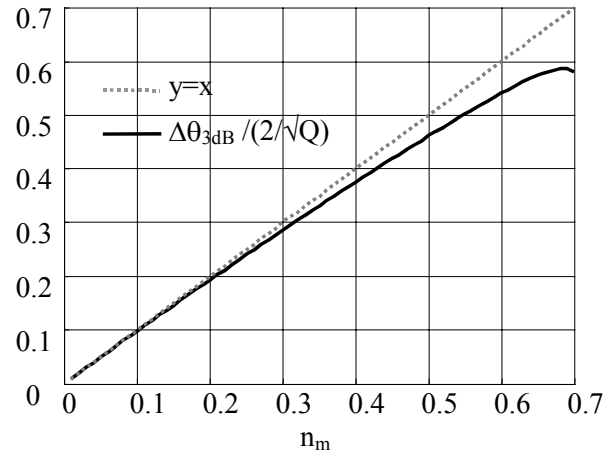


Figure C-3 – Rapport de l'ouverture angulaire sur  $2/\sqrt{Q}$ .

## REFERENCES

- [1] L.BRILLOUIN, “Wave propagation in periodic structures”, McGraw-Hill, New York, 1946.
- [2] E. YABLONOVITCH, “Inhibited spontaneous emission in solid state physics”, Physical Review Letters, vol. 58, n°20, p2059-2062, 1987
- [3] J. JOANNOPOULOS, R.D. MEADE and J.N. WINN, “Photonic crystals: molding the flow of light”, Princeton University Press, 1995.
- [4] B. A. MUNK, “Frequency Selective Surfaces: Theory and Design”, Wiley-Interscience Publication, 2000.
- [5] A. A. OLINER, “Periodic structures and Photonic-Band-Gap terminology: historical perspectives”, 29<sup>th</sup> European Microwave Conference, Munich 1999
- [6] G.V. TRENTINI, “Partially reflecting sheet arrays“, IRE Transactions On Antennas and Propagation, 1956, volume 4, pp. 666-671.
- [7] A. ORTUSI and J.C. SIMON, United States Patent Office, Hertzian Optics, patent No. 2763860, 18 September 1956
- [8] R. SAULEAU, "Etude de résonateurs de Pérot-Fabry et d'antennes imprimées en ondes millimétriques. Conception d'antennes à faisceau gaussien", Thèse de l'Université de Rennes 1, Déc. 1999
- [9] T. MATSUI, M. KIYOKAWA and N. HIROSE, “Millimeter Wave Gaussian-Beam antenna and integration with planar circuits“, IEEE MTT-S, p.393-396
- [10] J.R. JAMES et al., “Leaky-wave multiple dichroic beamformers“, Electronic Letters, 1989, v. 25, n. 18, pp. 1209-1211
- [11] A.P. FERESIDIS and J.C. VARDAXOGLU “High gain planar antenna using optimized partially reflective surfaces“, IEE Proc.-Microw. Antennas Propag., December 2001, vol 148, no6, pp. 345-350.
- [12] T. AKALIN, J. DANGLLOT, O. VANBESIEN, and D. LIPPENS, “A highly directive Dipole Antenna Embedded in a Fabry-Perot type cavity”, IEEE Microwave and Wireless Components Letters, volume 12, No. 2, February 2002

- [13] M. THEVENOT, C. CHEYPRE, A. REINEX and B. JECKO, “Directive Photonic Band-Gap Antennas“, IEEE Trans. On Microwave Theory and Techniques, vol. 47, no. 11, November 1999.
- [14] M.QIU and S. He, “High-directivity patch antenna with both photonic band-gap substrate and photonic band-gap cover”, Microwave and Optical Technology Letters, volume 30, No.1, July 5 2001
- [15] R. BISWAS, E. OZBAY, B. TEMELKURAN, M. BAYDINDIR, M. SIGALAS et K.-M. HO, “Exceptionally directional sources with Photonic Band-Gap crystals”, Optical Society of America, v. 18, n. 11, November 2001.
- [16] C. SERIER, C. CHEYPRE, R. CHANTALAT, M. THEVENOT, T. MONEDIERE, A. REINEIX and B. JECKO, “1-D photonic band-gap resonator antenna”, Microwave and Optical Technology Letters, volume 29, No.3, June 5 2001
- [17] M.M. SIGALAS, R. BISWAS, Q. LI, D.CROUCH, W. LEUNG, R. J. WOODBURY, B. LOUGH, S. NIELSEN, S. McCALMONT, G. TUTTLE and K.M. HO, “Dipole antennas on photonic band-gap crystals-experiment and simulation”, Microwave and Optical Technology Letters, volume 15, No.3, June 20 1997
- [18] S. ENOCH, G. TAYEB, P. SABOUROUX, N. GUERIN and P. VINCENT, “A Metamaterial for Directive Emission”, Phys. Rev. Lett., volume 89, No. 21, November 2002
- [19] B. GRALAK, S. ENOCH, and G. TAYEB, “Anomalous refractive properties of photonic crystals”, J. Opt. Soc. Am. A, volume 17, No.6, pp.1012-1020, June 2000
- [20] R.E. COLLIN, “Analytical solution for a leaky-wave antenna“, IRE Transactions on Antennas and Propagation, p. 561-565, September 1962
- [21] N. ALEXOPOULOS and D.R. JACKSON, “Fundamental superstrates (cover) effects on printed antennas“, IEEE Transactions on antennas and propagation, volume AP-32, No. 8, August 1984
- [22] D.R. JACKSON and N. ALEXOPOULOS, “Gain enhancement methods for printed circuit antennas“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume AP-33, No. 9, September 1985

- [23] H.Y YANG and N. ALEXOPOULOS, “Gain enhancement methods for printed circuit antennas through multiple superstrates“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume AP-35, No. 7, July 1987
- [24] D.R. JACKSON and A.A. OLINER, “A leaky-wave analysis of the high-gain printed antenna configuration“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume 36, No. 7, July 1988
- [25] D.R. JACKSON, A.A. OLINER and A. IP, “A leaky-wave propagation and radiation for narrow-beam multiple layer dielectric structure“, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume 41, No. 3, March 1993
- [26] P.W. DAVIS and M.E. BIALKOWSKI, “Experimental Investigations into a linearly polarized Radial Slot Antenna for DBS TV in Australia”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume 45, No.7, pp. 123-1129, July 1997.
- [27] P.S. KILDAL, W.Z. ZHANG, T.H. LIU and J. YANG, “Study of spiral antenna on three PBG ground planes: artificial magnetic conductor, soft surface and hard surface”, ESTEC, Noordwijk, Netherlands, May-June 2001
- [28] G. POILASNE, P. POULIGUEN, K. MAHDJOUBI, L. DESCLOS and C. TERRET, “Active Metallic Photonic Band-Gap materials (MPBG): experimental results on beam shaper ”, IEEE Trans. on Antennas and Propagation, January 1999.
- [29] J.M. LOURTIOZ, A. De LUSTRAC, F. GADOT, S. ROWSON, A. CHELNOKOV, T. BRILLAT, A. AMMOUCHE, J. DANGLLOT, O. VANBESIEN, and D. LIPPENS, “Toward controllable photonic crystals for centimeter and millimeter – wave”, Journal of Light-wave Technology, vol. 17, n°11, November 1999.
- [30] A. De LUSTRAC, T. BRILLAT, F. GADOT and E. AKMANISOY, “Numerical and experimental demonstration of an electronically controllable PBG in the frequency range 0 to 20 GHz ”, AP2000, Davos, April 2000
- [31] A. AEMAMRA, “Analyse d’antennes par la méthode des différences finies dans le domaine temporel. Conception et développement de codes : scalaire, vectoriel et parallèle”, Thèse de l’Université de Rennes I, UFR Structures et propriétés de la Matière, avril 1998.

- [32] C. GUIFFAUT, “Contribution à la méthode FDTD pour l’étude d’antenne et de la diffraction d’objets enfouis”, Thèse de l’Université de Rennes I, UFR Structures et propriétés de la Matière, octobre 2000.
- [33] G. POILASNE, “Antennes et Matériaux à Bandes Interdites Photoniques”, Thèse de l’Université de Rennes I, UFR Structures et propriétés de la Matière, Juillet 1999.
- [34] S. COLLARDEY, “Applications des matériaux à Bande Interdite Photonique à la réduction de la S.E.R. d’un réseau d’antennes”, Thèse de l’Université de Rennes I, UFR Structures et Propriétés de la Matière, décembre 2002.
- [35] R.F. HARINGTON, “Time harmonic electromagnetic fields”, McGraw-Hill, New York, 1961.
- [36] A.C. De LIMA and E.A. PARKER, “Fabry-Perot approach to the design of double layer FSS” IEE, volume 143, No. 2, April 1996.
- [37] S.W. LEE, G. ZARRILLO and C.L. LAW, “Simple formulas for transmission through grids or plates”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, volume 30, No. 5, September 1982
- [38] R. BADOUAL, Ch. MARTIN, et S. JACQUET, “Micro-ondes, Tome I: Circuits, micro-rubans”, fibres, MASSON 1995.
- [39] B. TEMELKURAN , E. OZBAY, J. P KAVANAUGH, G. TUTTLE, and K.M. HO, “Resonant cavity enhanced detectors embedded in photonic crystal”, Applied Physics letters, volume 72, No. 19, 11 May 1998.
- [40] M. SELIM UNLU and S.STRITE, Journal of Applied Physics, volume 78, 1995.
- [41] J.B. PENDRY, A.J. HOLDEN, W.J. STEWART and I. YOUNG, “Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures”, Physical Review Letters, volume 76, No. 25, 17 June 1996
- [42] MOKHTAR, “Analysis of Cylindrical Frequency Selective Surfaces”, Fifteen National Radio Science Conference, Helwan, Cairo, Egypt, B81-B88, 1998
- [43] T. CWICK, “Coupling into and scattering from cylindrical structures covered periodically with metallic patches”, IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. 32, No. 2, Feb. 1990, pp. 220-226

- [44] G. LOUKOS, J.C. VARDAXOGLU and R.D. SEAGER, "Cylindrical Frequency Selective Surfaces of Transverse and Longitudinal Dipole Elements", Proceedings of IEE International Conference on Antennas and Propagation, Heriot-Watt, April 1997, pp. 1.170-1.173.
- [45] J.C. EADE, R.D. SEAGER, G.J. COX, and J.C VARDAXOGLU, "A Study of Cylindrical Resonant-Structures Constructed from Frequency Selective Circuits", Int Journal of Electronics, 88(6) , January 2001, pp 695-705, ISSN: 0020 7217 .
- [46] R. VAUGHAN, "Switched parasitic elements for antenna diversity", IEEE Trans. Antennas Propagation, Vol. 47, No. 2, Feb. 1999, pp. 399-405.
- [47] C. TERRET, "Antennes indépendantes de la fréquence du type conique équiangulaire multimodes à brin épais", thèse de l'Université de Rennes, juillet 1971.
- [48] A. SHARAIHA, "Etude d'antennes hélices quadrifilaires résonnantes, à bande passante large pour communications avec des mobiles aéronautiques et maritimes", thèse de l'Université de Rennes I, juin 1990.
- [49] C. KITTEL, "Physique de l'état solide", Dunod, juin 1998.
- [50] G. FLOQUET, "Sur les équations différentielles linéaires à coefficients périodiques", Annales E.N.S, T.12, 1883, p.47. [http://historical.library.cornell.edu/math/title\\_S.html](http://historical.library.cornell.edu/math/title_S.html) (thèse)
- [51] R. CAMPBELL, "Théorie générale de l'équation de Mathieu", p.171, Masson 1955.
- [52] M. THEVENOT, "Analyse comportementale et conception des matériaux diélectriques à Bande Interdite Photonique. Application à l'étude et à la conception de nouveaux types d'antennes", Thèse de 'Université de Limoges, novembre 1999.
- [53] L. THOUREL, "Les Antennes", Tome 2, Cepadues Editions, 1990.
- [54] H.W. EHRENSPECK, H. POEHLER, "A new method for obtaining maximum gain from Yagi antenna", IRE Transactions On Antennas and Propagation, 376-386, October 1956.
- [55] D.L. SENGUPTA, "On the phase velocity of wave propagation along an infinite Yagi structure", IRE Transactions On Antennas and Propagation, 234-239, July 1959.
- [56] D.L. SENGUPTA, "On uniform and linearly tapered long Yagi Antennas", IRE Transactions On Antennas and Propagation, 11-17, January 1960.



- [57] R.J. MAILLOUX, “Antenna and wave theories of infinite Yagi-Uda Arrays”, IRE Transactions On Antennas and Propagation, 499-506, January 1965.
- [58] C.C. LEE and L.C. SHEN, “Coupled Yagi Arrays”, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, Vol. AP-25, N0. 889-891, November 1977.
- [59] S. GUENNEAU, A. NICOLET et F. ZOLLA “Numerical and theoretical study of photonic crystal fibers”, PIER 41, p271-305, 2003.
- [60] W.D. ZHOU, J. SABARINATHAN, B. KOCHMAN, E. BERG, S. PANG, P. BHATTACHARYA, “Characteristics of a Photonic Bandgap Single Defect Microcavity Electroluminescent Device”, IEEE J. Quantum Elec. 37, 1153, 2001.
- [61] N. MARCUVITZ, “Waveguide Handbook”, p.286, New-York 1951.
- [62] G. GUIDA, D. MAYSTRE, G. TAYEB, and P. VINCENT, “Main-field theory of two-dimensional metallic photonic crystals”, J. Opt. Soc. Am. B, vol. 15, N°8, p2308-2314, August 1998.
- [63] M.A HEALD, C.B. WARTON, “Plasma diagnostics with microwaves”, John Wiley & Sons Inc., 1965.
- [64] R. ZIOLKOWSKI, “Artificial material that exhibit electromagnetic responses generally not found in nature”, <http://online.kitp.ucsb.edu/online/go02/ziolkowski/>, KITP, Santa Barbara, USA, December 2002
- [65] C.T. CHAN, K.M. HO and C.M. SOUKOULIS, “ Photonic Band Gaps in experimentally realizable periodic dielectric structures ”, Europhysics Letters, 16(6), pp563-568, 7 October 1991.
- [66] M.M. SIGALAS, C.T. CHAN, K.M. HO et C.M. SOUKOULIS, “Metallic Photonic band-gap materials ”, Physical Review B, vol. 52, n°16, 15 October 1995.
- [67] A. TAFLOVE, “Computational Electrodynamics, The Finite Difference Time Domain Method”, Artech House, Inc., 1998.
- [68] P.R. BERMAN, “Goos Hänchen shift in negatively refractive media”, Physical Review E, 66, 097603, 2002 Artech House, Inc., 1998.
- [69] V. BERGER, J.M. LOURTIOZ, “Les matériaux à bandes interdites photoniques”, Images de la physiques, 1998.

- [70] N. GUERIN, “Étude théorique et numérique de la diffraction par des réseaux bi-périodiques en électromagnétisme. Application aux cristaux photoniques et aux antennes directives compactes”, Thèse de doctorat, l’Institut Fresnel, Université de Marseille, UFR Structures et propriétés de la Matière, octobre 2003.
- [71] C.A. BALANIS, “Antenna Theory : Analysis and Design”, John Wiley and Son, 1997.
- [72] V. VEREMEY, R. MITTRA, “Scattering from structures formed by resonant elements”, IEEE Transactions on antennas and propagation, vol. 46, N0. 4, April 1998.
- [73] C.W. OSEEN, “Die Einsteinsche Nadelstichstrahlung und die Maxwellschen Gleichungen”, Ann. Phys., vol. 69, p. 202, 1922.
- [74] S. ENOCH, G. TAYEB, P. SABOUROUX, N. GUERIN and P. VINCENT, “A metamaterial for directive emission”, Physical Review Letters, vol. 89, N0. 21, p. 213902-1 -213902-4, November 2002.
- [75] S. ENOCH, G. TAYEB, D. MAYSTRE, “Numerical evidence of ultra refractive optics in photonic crystals”, Optics communications, p. 171-176, March 1999.
- [76] A. DIEZ, G. KAKARANTZAS, T.A. BIRKS and P.St.J. RUSSELL “Phononic Stop Band in Optical Fibre Periodic Microstructures” Applied Physic Letters, Vol. 76, N0. 23, 3481-83, 2000.
- [77] E. OZBAY, M. BAYINDIR, I. BULU, E. CUBUKCU, “Investigation of localized coupled-cavity modes in two-dimensional Photonic Bandgap Structures”, IEEE Journal of quantum electronics, vol. 38, N0. 7, July 2002.
- [78] V.G. VESALOGO, “The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of  $\epsilon$  and  $\mu$ ”, Soviet Physics Uspekhi, Vol. 10, N0. 4, 1968.
- [79] C. LUO, S.G. JOHSON, J.D. JOANNOPOULOS and J.B. PENDRY, “All-angle negative refraction without negative effective index”, Physical Review Rapid Communications, B65, 201104(R), 2002.
- [80] S. TRETYAKOV, “Analytical modeling in applied electromagnetics”, Artech House, INC., Norwood, 2003.
- [81] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI, A.C. TAROT, A. De LUSTRAC, Brevet déposé : FR0206671 30/052002 “Antenne à structure cylindrique comprenant des tiges

- conductrices réalisées dans un matériau à Bande Interdite Photonique (BIP), et station correspondante”.
- [82] R. SAULEAU, G. LE-RAY, P. COQUET, “Parametric Study and Synthesis of 60 GHz Fabry-Perot Resonators”, *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 34, n° 4, pp. 247-252, August 2002.
- [83] S. ENOCH, N. GUERIN, G. TAYEB, P. VINCENT, “Study of photonic crystal based directive antennas”, *ESTEC* 2001.
- [84] D.R. SMITH, S. SCHULTZ, N. KROLL, M. SIGALAS, K.M. HO and C.M. SOUKOULIS, “Experimental and theoretical results for a two-dimensional metal Photonic Band-Gap cavity”, *Applied Physics letters*, volume 65, No. 5, 1 August 1994.
- [85] D.M. POZAR, “*Microwave Engineering*”, Addison Wesley, pp. 458, 1993
- [86] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C. TAROT, “Frequency Beam Scanning and Gain Enhancement Properties of PBG Antenna” 2003 APS/URSI Symposium, Columbus, Ohio, USA, June 2003.
- [87] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C. TAROT, “Radially Periodic Cylindrical Structures”, *APS/URSI International Symposium*, Columbus, Ohio, USA, June 2003
- [88] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI et A.C. TAROT, “Directivité d’une structure antenne-BIP/cavité Fabry-Pérot”, *Journées Nationales des Micro-ondes*, Lille, mai 2003.
- [89] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI, A.C. TAROT et S. COLLARDEY “Problème de caractérisation des matériaux à Bande Interdite Photonique de taille finie”, *Journée de Caractérisation Micro-ondes et Matériaux*, JCMM, Toulouse, France, mars 2002
- [90] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C. TAROT, “Antenna inside PBG and Fabry-Perot cavities”, *Journées Internationales de Nice sur les Antennes*, JINA, novembre 2002.
- [91] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C. TAROT, “Cylindrical periodic structures of metallic wires”, *ISAPE*, Pekin, November 2003
- [92] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI et A.C. TAROT, “Modélisation par la CPFDTD d’une antenne monopole triangle replié”, *JNM*, Poitiers, mars 2001

- [93] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI et A.C TAROT, “Caractérisation d’une surface sélective en fréquence cylindrique”, JNM, Lille, mai 2003.
- [94] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C TAROT, “EBG-Antenna analysis : unification of frequency and angular dependencies”, ESA, Santiago de Compostela, Spain, March 2004.
- [95] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C TAROT, “Matching of an antenna put inside a planar EBG”, ESA, Santiago de Compostela, Spain, March 2004.
- [96] H. BOUTAYEB, T. BRILLAT, J.P. DANIEL, F. GADOT, P.Y GAREL, A. de LUSTRAC, K. MAHDJOUBI, P. RATAJCZAK and A.C TAROT, “A reconfigurable electromagnetic bandgap structure for a beam steering base station antenna”, Santiago de Compostela, Spain, ESA, March 2004.
- [97] H. BOUTAYEB, K. MAHDJOUBI and A.C TAROT, “Design of a directive and matched antenna with a planar EBG structure”, APS, Monterey, California, USA, June 2004.

## Résumé

Ce travail se divise en deux parties : la première concerne l'étude des *structures périodiques planaires* associées aux antennes et la seconde, les structures *périodiques conformes*. Même si la première partie est un sujet étudié depuis plusieurs années, cette thèse apporte une analyse nouvelle (source placée à l'intérieur de la structure, méthode basée sur la théorie des réseaux...) et de nouveaux résultats (lieux de résonance et extrema, obtention de structures avec la dualité des *bandes interdites et propagées*, adaptation d'une antenne insérée dans une structure périodique planaire, ouverture angulaire en fonction de la fréquence...). Les structures périodiques conformes sont par contre nouvelles. Il est fait une étude systématique de ces structures. L'application principale de la thèse est un projet RNRT dont l'objectif est de réaliser des antennes pour station de base GSM-UMTS. Une antenne utilisant une structure périodique conforme et répondant au cahier des charges, a été conçue.

**Mots clés :** cristaux photoniques, matériaux à bande interdite photonique, interféromètre de Fabry-Pérot, Surface Sélective en Fréquence, modèle de ligne de transmission, antennes directives, théorie des réseaux, structures périodiques cylindriques, communication mobile.

## Abstract

This thesis can be divided into two distinct parts : the first part deals with periodic planar structures associated with antennas while in the second part, conformal periodic structures are studied. Though the first part has already been studied before (in the last few years), the contribution of the thesis are a new analysis (source inside structure, array theory based analytical method...) and new results (frequency resonance and extrema, structures having dual allowed and propagated frequency bands, matching of an antenna in a planar periodic structures, angular aperture in function of frequency...). Conformal periodic structures are however new. We do a systematic study of these structures. The main application of this work is a RNRT project whose aim is the realization of GSM-UMTS base station antennas. An antenna based on a conformal periodic structure has been designed corresponding to the required specifications.

**Keyword :** photonic crystals, Electromagnetic Band Gap materials, Fabry-Perot interferometer, Frequency Selective Surface, transmission line model, directives antennas, conformal periodic structure, mobile communication.